DOCUMENTO DE TRABAJO N° 338

MICROECONOMÍA: TEORÍA DE LA EMPRESA

Cecilia Garavito

DEPARTAMENTO DE **ECONOMÍA**

PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

DOCUMENTO DE TRABAJO N° 338

MICROECONOMÍA: TEORÍA DE LA EMPRESA

Cecilia Garavito

Octubre, 2012

DEPARTAMENTO
DE **ECONOMÍA**

PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

DOCUMENTO DE TRABAJO 338
http://www.pucp.edu.pe/departamento/economia/images/documentos/DDD338.pdf

Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Teléfono: (51-1) 626-2000 anexos 4950 - 4951
Fax: (51-1) 626-2874
econo@pucp.edu.pe
www.pucp.edu.pe/departamento/economia/

Encargado de la Serie: Luis García Núñez
Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
lgarcia@pucp.edu.pe

Cecilia Garavito

Microeconomía: Teoría de la empresa.
Lima, Departamento de Economía, 2012
(Documento de Trabajo 338)

PALABRAS CLAVE: Comportamiento Microeconómico: Principios Comportamiento de la Firma: Teoría.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú Nº 2012-12665
ISSN 2079-8466 (Impresa)
ISSN 2079-8474 (En línea)

Impreso en Cartolán Editora y Comercializadora E.I.R.L.
Pasaje Atlántida 113, Lima 1, Perú.
Tiraje: 100 ejemplares

MICROECONOMÍA: TEORÍA DE LA EMPRESA

Cecilia Garavito

RESUMEN

Este es el tercer capítulo de un libro sobre Microeconomía de pre grado, que además de presentar los temas estudiados a nivel intuitivo, gráfico y matemático, incorpora los elementos instituciones y de contexto de un país como el Perú, así como las relaciones de género allí donde es pertinente. En este capítulo presentamos el modelo simple de la empresa capitalista, en el cual se asume que el empresario competitivo busca maximizar sus beneficios económicos teniendo como restricciones la tecnología y los costos de los factores. Después de presentar las funciones de producción y de costos derivamos la curva de oferta de la empresa, así como sus curvas de demandas de factores. Luego de trabajar con la curva de costos mínimos llegamos a la Ecuación de Slutsky y los efectos sustitución y producto. Derivamos también la curva de beneficios máximos. Finalmente, obtenemos las curvas agregadas, y analizamos los conceptos de excedente del consumidor y renta de los factores.

Palabras clave: Comportamiento microeconómico: principios Comportamiento de la Firma: Teoría

ABSTRACT

This is the third chapter of a book about pre graduate Microeconomics, which not only presents the themes to study at an intuitive, graphic and mathematical level, but also introduces the institutional and contextual elements of a country like Peru, as much as the gender relationships where it is pertinent. In this chapter we present the simple model of the capitalist firm, in which it is assumed that the entrepreneur seeks to maximize the economic profits having the technology and the costs of the factor of production as restrictions. After presenting the production and cost functions we derive the firm's supply curve, and its factors' demand curves. After working with the minimum-cost curve we get to the Slutsky Equation and the substitution and product effects. We also derive the maximum-benefits curve. Finally, we obtain the aggregate curves, and analyze the concepts of producer surplus and factors' rent.

Keywords: Microeconomic Behavior: Underlying Principles Firm Behavior: Theory

MICROECONOMÍA: TEORÍA DE LA EMPRESA

Cecilia Garavito[1]

1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo dejamos de lado el análisis del comportamiento del consumidor y pasamos a analizar el comportamiento del productor. En el modelo más simple, el empresario organiza la producción, para lo cual emplea factores de producción y materias primas que adquiere en el mercado, donde a su vez ofrece el bien o el servicio de consumo producido. Asumimos que el empresario opera en un contexto de competencia, es decir, en mercados donde sus decisiones no afectan los precios de aquello que compra o de aquello que vende. El objetivo del empresario será entonces maximizar sus beneficios, dada la tecnología, el precio del bien que vende, y los costos de los insumos de producción. Por lo tanto, para analizar su comportamiento del empresario vamos a presentar en primer lugar la teoría de la producción, y en segundo lugar la teoría de los costos económicos, para finalmente derivar las curvas de oferta del bien y de demanda de los factores de producción, tanto a nivel de empresa como a nivel de la industria.

<u>Ejemplo 3.1</u>: Separación entre la Propiedad y la Dirección de la Empresa

El empresario es el individuo que organiza la producción, demandando los factores de producción y materia primas, dada la tecnología de que dispone, para producir el bien que va a ofrecer en el mercado. Sin embargo, existe una diferencia significativa en los objetivos del empresario dueño de la empresa y los objetivos del empresario contratado por el dueño (o por los dueños) para dirigir la empresa. Mientras al dueño de la empresa le interesa sobre todo los beneficios, al empresario que solamente dirige una empresa le interesa sobre todo su remuneración. De acuerdo a Kreps (1995), una manera de lograr que los empresarios no propietarios también busquen maximizar los beneficios es agregando un porcentaje de éstos a su remuneración.

<u>Ejemplo 3.2</u>: Demanda de Trabajo por Género

La demanda de trabajo por parte de las empresas no necesariamente es independiente del género del trabajador. Existen tres fuentes de

[1] Profesora Principal del Departamento de Economía de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

discriminación en contra de la mujer desde el punto de vista de la empresa: las preferencias del empresario; las preferencias de los empleados; y las preferencias de los consumidores. Estas preferencias esconden prejuicios sobre el rol de la mujer en la sociedad, independientemente de su nivel de capital humano, los cuales llevan a ineficiencia en la asignación de los recursos productivos. Garavito (2010) encuentra que las mujeres tienen una mayor probabilidad de perder su empleo y pasar al desempleo o a la inactividad que los varones; Morales, Rodríguez, Higa y Montes (2010) encuentran que las mujeres tienen una mayor probabilidad de perder un empleo formal que los varones.

En este capítulo vamos a ocuparnos de la teoría de la empresa; analizaremos la decisión de producción del empresario capitalista en un contexto de competencia, y derivaremos su oferta de bienes y sus demandas de factores de producción. Asimismo, agregaremos las curvas de oferta a nivel de empresa para obtener la curva de oferta de la industria; y las curvas de demanda de factores de todas las empresas para obtener la demanda de mercado. En el siguiente capítulo analizaremos las extensiones de este modelo simple.

2. TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN

La producción de un bien se lleva a cabo por medio de diferentes *combinaciones* de los insumos de producción, las cuales están determinadas por la tecnología disponible. Una combinación particular de insumos para producir un bien se llama *Proceso Productivo* o T*écnica*, y el conjunto de todas las técnicas disponibles se llama *Tecnología*. Asimismo, los *Insumos de Producción* se dividen en *Factores de Producción* y M*aterias Primas*. Llamamos factores de producción a las dotaciones de trabajo, tierra y capital fijo de que dispone la empresa. Entre estos tenemos a los *Factores Primarios* que son aquellos que no han sido producidos por el hombre, como el *Trabajo* y la *Tierra*[2], y los *Factores Secundarios*, es decir los distintos tipos de *Capital*, definidos como la parte del producto de un proceso productivo anterior que no se consume en dicho periodo y que se utiliza para producir nuevos bienes en el periodo corriente. Los factores de producción se desgastan durante el

[2] Si bien aún el trabajo y la tierra pueden “mejorarse” por medio de la inversión, y en este caso se hacen similares al capital.

proceso productivo, y deben reponerse antes de empezar a producir de nuevo[3]. En el caso de la fuerza laboral este descanso se realiza diariamente, y el trabajador repone fuerzas para poder regresar a trabajar al día siguiente. En el caso de la tierra, esta debe “descansar” por cierto periodo de tiempo después de la cosecha, y ser abonada antes de sembrar nuevamente. En el caso del capital *Fijo* este se desgasta en menos de 100% luego de participar en el proceso productivo, por lo cual el empresario debe hacer una provisión para su reposición cuando acabe su vida útil. Llamamos materias primas al capital circulante, definido como aquel que entra y no sale del proceso productivo, es decir se desgasta en un 100%. Por lo tanto podemos decir que la separación entre factores de producción y materias primas es artificial, ya que estas últimas también son capital. Sin embargo, por simplicidad en este libro llamaremos capital al capital fijo, y materias primas al capital circulante.

2.1 La Función de Producción y las Isocuantas

La función de producción representa las diferentes combinaciones de insumos productivos que, dada la tecnología, permiten obtener el máximo producto posible. Podemos representarla de la siguiente manera:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_X; z_1, z_2, ..., z_Z) \qquad (i)$$

Donde y es el producto, medido en cantidad por periodo de tiempo; $(x_1, x_2, ..., x_X)$ los factores de producción medidos en cantidad del factor por horas de trabajo (jornada laboral); y $(z_1, z_2, ..., z_Z)$ las materias primas medidas en cantidades por unidad de tiempo.

Ejemplo 3.3: Producción e Insumos Agrícolas

De acuerdo a Figueroa (1989) las economías campesinas de la sierra del Perú utilizan dos factores primarios: tierra y trabajo, y tres factores secundarios: semillas, animales y herramientas. Para iniciar la producción es necesario tener un *stock* inicial de los factores secundarios, es decir, factores producidos en el periodo anterior. El producto de una economía campesina consiste en bienes agrícolas que pueden ser auto-consumidos, vendidos en el

[3] A. Figueroa (1996).

mercado, o empleados como medios de producción (semillas) para el siguiente proceso productivo. Asimismo, en el caso del ganado, éste se puede consumir (carne, leche, cuero, lana), se puede vender en el mercado, o se puede emplear los animales para producir más ganado.

Ejemplo 3.4: Producción de Papel

De acuerdo a Vega – Centeno (1989), la producción de papel se hace a partir de los siguientes insumos productivos: las fibras vegetales (celulósicas), reactivos químicos, agua, y energía (capital circulante), la maquinaria (capital fijo) y el trabajo. Así, las fibras vegetales, los reactivos químicos, el agua y la energía serían capital circulante, es decir materias primas que junto con el trabajo y el capital fijo hacen posible la producción de papel.

Si el empresario produce solamente con capital (k) medido en horas – máquina[4]; y trabajo (l), medido en horas – hombre; y asumimos que las cantidades de materias primas empleadas tienen una relación constante con al menos uno de los factores[5], podemos emplear una versión más simple de la función de producción:

$$y = f(k,l) \qquad (ii)$$

Una manera de medir la contribución de un factor al producto es calculando el *Producto Medio*, el cual es igual al cociente entre el producto total y los servicios de dicho factor. En el caso del trabajo y del capital tenemos[6]:

$$PMe_l = \frac{y}{l} \qquad (iii)$$

$$PMe_k = \frac{y}{k} \qquad (iv)$$

---

4 Es decir el número de máquinas multiplicado por las horas de jornada laboral. El supuesto implícito es que el capital fijo es homogéneo.

5 Por ejemplo, si estamos produciendo chompas de lana, la cantidad de lana necesaria depende de la maquinaria empleada, por lo cual podemos construir un "factor compuesto". El Teorema del Bien Compuesto nos dice que es posible tratar varios bienes (o factores en este caso) como uno solo, si sus precios relativos no varían, lo cual está asociado al consumo o al empleo de una combinación fija de los bienes o factores.

6 También es posible medir el producto medio y marginal de las materias primas.

Otra manera de medir la contribución de los factores al producto es por medio de su *Producto Marginal*, es decir el cambio en el producto ante un aumento de una unidad en los servicios del factor, manteniendo el resto de factores constantes. Los productos marginales del trabajo y del capital serán:

$$PMg_l = \frac{\partial y}{\partial l} \qquad (v)$$

$$PMg_k = \frac{\partial y}{\partial k} \qquad (vi)$$

El conjunto de combinaciones de factores que permiten producir la misma cantidad de un bien se llama *Isocuanta*. Dado que una combinación de factores específica para producir un bien es un proceso o técnica, la isocuanta, al ser un conjunto de técnicas, representará a la *Tecnología* disponible para producir el bien. Si ahora fijamos el nivel de producto y lo hacemos igual a y_0 obtenemos la siguiente isocuanta:

$$y_0 = f(k,l) \qquad (vii)$$

Podemos calcular la pendiente de la isocuanta tomando diferenciales a la expresión (vii):

$$dy_0 = \frac{\partial f}{\partial k} dk + \frac{\partial f}{\partial l} dl$$

Dado que $dy_0 = 0$, reordenamos la expresión anterior y obtenemos lo siguiente:

$$\frac{dk}{dl} = -\frac{\left(\partial f / \partial l \right)}{\left(\partial f / \partial k \right)} = -\frac{PMg_l}{PMg_k}$$

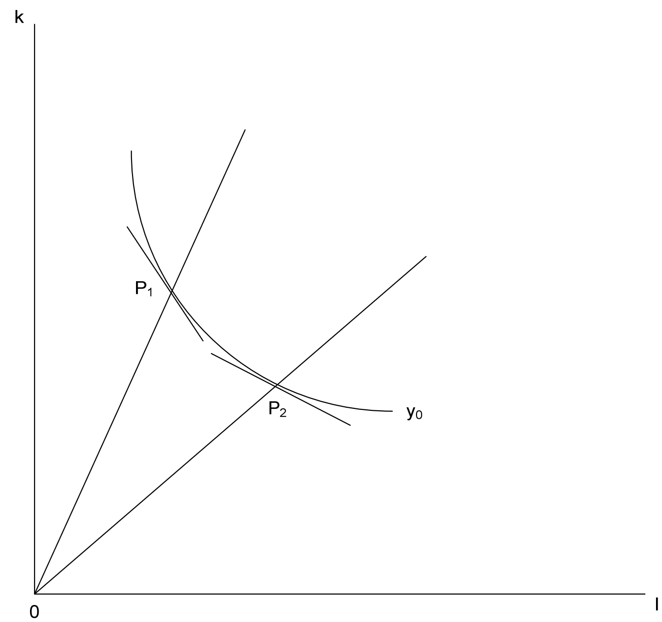
Es decir, la pendiente de la isocuanta o *Relación Técnica de Sustitución* entre el trabajo y el capital (RTS_{lk}), la cual es igual al negativo del cociente de los productos marginales de los factores:

$$RTS_{lk} = -\frac{PMg_l}{PMg_k} = -\frac{f_l}{f_k} \qquad (viii)$$

En la Figura 3.1 podemos ver la representación gráfica de una isocuanta. Las líneas que parten del origen son procesos (técnicas) de producción. Podemos ver que a medida que empleamos menos capital y más trabajo el valor absoluto de la RTS_{lk} se va reduciendo. La razón para que la relación técnica de sustitución sea decreciente es que a medida que se cambia de proceso de producción la sustituibilidad entre los factores de producción se hace más difícil. Asimismo, si asumimos que la productividad marginal de los factores es decreciente, al reducirse la cantidad de capital aumentará su producto marginal, mientras al aumentar la cantidad de trabajo, su producto marginal se reducirá.

Figura 3.1: Procesos Productivos e Isocuanta

La isocuanta representada en el gráfico une los puntos de los diferentes procesos productivos (técnicas) que permiten producir y_0. Las líneas que parten del origen y cruzan la isocuanta son los procesos productivos P_1 y P_2. Las tangentes a la isocuanta en los puntos de cruce son las relaciones de sustitución técnicas en cada punto.



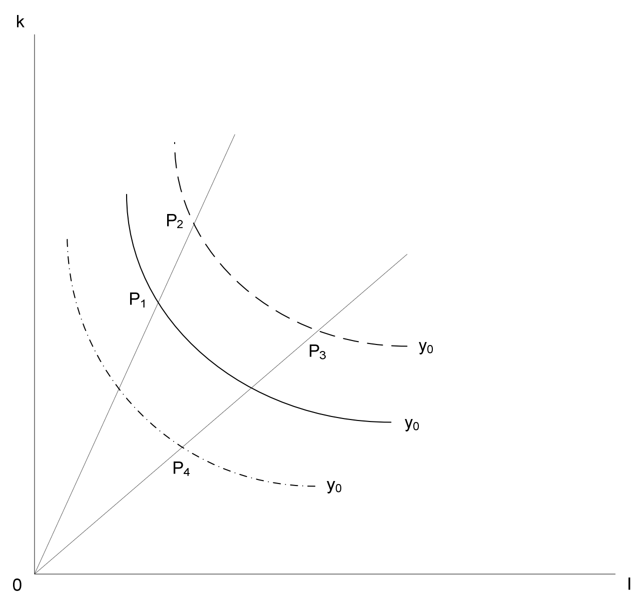
Si derivamos el valor absoluto de $(viii)$ con respecto a l obtenemos el signo de la curvatura de la isocuanta. Dado que la primera derivada sobre cada factor es mayor que cero (si no, no tendría sentido emplear el factor para producir), y que las derivadas cruzadas son mayores que cero debido a la complementariedad de los factores en la producción del bien, la expresión $f_k^2 f_{ll} - 2 f_{lk} f_l f_k + f_l^2 f_{kk}$ será menor que cero, si las segundas derivadas también lo son:

$$\frac{d\left|RTS_{lk}\right|}{dl} = \frac{f_k^{\ 2} f_{ll} - 2 f_{lk} f_l f_k + f_l^{\ 2} f_{kk}}{f_k^{\ 3}} < 0$$

Lo cual quiere decir que la isocuanta será convexa con respecto al origen. Entonces, decimos que la empresa es *Eficiente desde el punto de vista Técnico* cuando los procesos que emplea están sobre la isocuanta. Así, en la Figura 3.2 representamos cuatro técnicas: P_1, P_2, P_3 y P_4. Como podemos ver la técnica P_1 se encuentra sobre la isocuanta, y por lo tanto cumple con la condición de eficiencia técnica. Las técnicas P_2 y P_3 no cumplen con la condición de eficiencia técnica ya que ambas requieren más insumos que las técnicas P_1 y P_4 para producir y_0. La técnica P_4 todavía no está al alcance de la sociedad. Vemos entonces que una técnica se define en forma conjunta por el cociente capital - trabajo $\left(k/l\right)$ y el nivel de producto y_0.

Figura 3.2: Isocuanta y Eficiencia Técnica

La técnica P_1 está sobre la isocuanta, y por lo tanto cumple con la condición de eficiencia técnica. Las técnicas P_2 y P_3 están fuera de la isocuanta y por lo tanto son obsoletas. La técnica P_4 todavía no está disponible para la sociedad.



Una manera más fina de medir la contribución de los factores y materias primas al producto es a través de la elasticidad producto – factor, la cual definimos como el cambio porcentual en el producto cuando los servicios del factor aumentan en 1%. En el caso del trabajo y del capital las elasticidades serán las siguientes:

$$\varepsilon_{y,l} = \frac{\left(\partial y / y\right)}{\left(\partial l / l\right)} = \left(\frac{\partial y}{\partial l}\right)\left(\frac{l}{y}\right) = \frac{PMg_l}{PMe_l} \qquad (ix)$$

$$\varepsilon_{y,k} = \frac{\left(\partial y / y\right)}{\left(\partial k / k\right)} = \left(\frac{\partial y}{\partial k}\right)\left(\frac{k}{y}\right) = \frac{PMg_k}{PMe_k} \qquad (x)$$

Lo cual quiere decir que las elasticidades producto – factor son iguales al cociente entre el producto marginal y el producto medio del factor. Asimismo, vemos que su signo dependerá del signo de la productividad marginal del factor.

2.2 Factores Normales, Factores Inferiores y Zona de Producción Económica

Un factor es *Normal* cuando un aumento en su utilización lleva a un aumento del producto. En este caso tanto la productividad marginal del factor como la elasticidad producto – factor serán positivas. En cambio, aquel factor cuyo aumento lleva a una caída del producto es un factor *Inferior*, y por lo tanto su productividad marginal y la elasticidad producto – factor respectivas serán ambas negativas. Es difícil encontrar un factor que siempre sea inferior; lo más probable es que el factor sea inicialmente normal, y solamente a partir de cierto punto se vuelva inferior, como se explica en el Ejemplo 3.5.

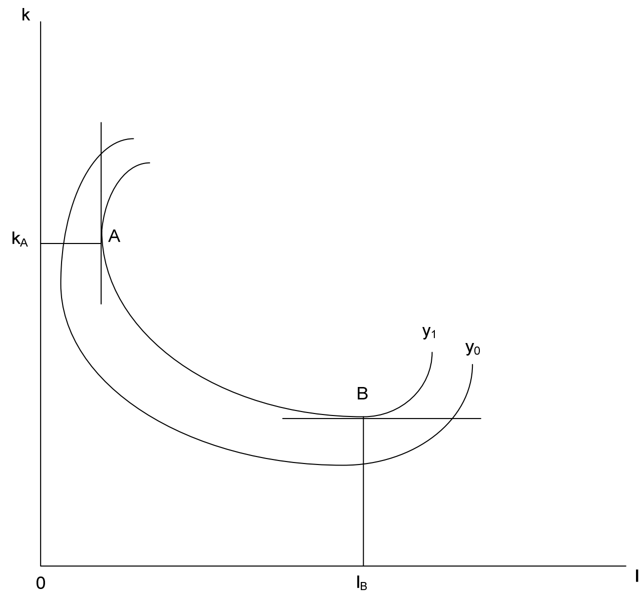
Ejemplo 3.5: Factores Normales y Factores Inferiores

Suponga que en la última feria de proyectos sobre ecología y medio ambiente que hubo en la universidad usted adquirió una planta en maceta que solamente debía regarse una vez por semana. Sabemos que las plantas tienen que tomar sol para poder llevar a cabo el proceso de fotosíntesis, y que la tierra de la maceta puede mejorarse con algún abono específico. Entonces, los insumos productivos son trabajo (tiempo dedicado a cuidar la planta), la maceta, el abono para la tierra, y el agua. Si usted riega la planta una vez por semana, la planta crecerá, dados los demás insumos, pero si usted comienza a regarla más de una vez por semana le hará daño y la planta dejará de crecer e incluso podría morir. En este caso la cantidad de agua que es un insumo necesario tiene un límite máximo, y una cantidad mayor será perjudicial. Es decir, el agua será un factor normal hasta el límite especificado e inferior si se sobrepasa dicho límite.

Una empresa solamente empleará los factores de producción mientras sus productividades marginales sean positivas. Entonces, llamaremos *Zona de Producción Económica* a aquella sección de la isocuanta en la cual todos los insumos empleados son normales. El empresario solamente trabajará en dicha zona ya que no tiene sentido aumentar el uso de un factor si esto lleva a la disminución del producto. En la Figura 3.3 podemos ver la zona de producción económica para una isocuanta particular que tiene zonas de pendiente positiva y zonas de pendiente negativa. Los productos marginales del capital y del trabajo se hacen cero en los puntos A y B, respectivamente. Podemos ver que si empleamos más capital que en el punto A, el producto cae de y_1 a y_0. Por lo tanto, el producto marginal del capital se hace negativo a partir de A. Lo mismo sucede para el trabajo en el punto B. Si empleamos más trabajo que en B, el producto cae ya que el producto marginal de dicho factor se vuelve negativo. Por lo tanto la zona de producción económica es aquella donde la pendiente de la isocuanta es negativa.

Figura 3.3: Zona Económica de Producción

En el caso de la isocuanta en el nivel de producción y_1, la zona económica se encuentra entre los puntos A y B. Así vemos que un aumento de capital más allá de A, o un aumento de trabajo más allá de B, reducen el nivel de producción de y_1 a y_0.



2.3 Funciones de Producción a Largo Plazo y Rendimientos a Escala

Debemos la distinción entre el largo y el corto plazo a Marshall, quien plantea estos conceptos en su libro Principios de Economía, publicado en 1890[7]. Ambos conceptos están relacionados a las decisiones de producción de la empresa en diferentes periodos marcados por la existencia o no de factores de producción cuya cantidad es fija. Así, el *Largo Plazo* se define como el periodo de tiempo en el cual las cantidades de todos los factores empleados en la producción son variables, por lo cual el empresario puede llevar a cabo incluso cambios en el *stock* de capital como la incorporación de nuevas técnicas o procesos de producción, o cambios en el empleo de la fuerza laboral y de las materias primas. El *Corto Plazo* se define como el periodo de tiempo en el cual la cantidad de capital (número de máquinas, tecnología) no cambia, y donde el empresario solamente puede cambiar la

[7] A. Marshall (1979). Publicado por primera vez en 1890.

cantidad de trabajo y de materias primas empleadas. Dado que los cambios en el capital conllevan cambios en la capacidad productiva de la firma, podemos decir que el empresario opera en el corto plazo y planifica en el largo plazo.

Decimos que una función tiene *Rendimientos a Escala Uniformes* cuando un aumento proporcional en la escala de producción, lleva *siempre* al *mismo tipo de aumento* proporcional en el producto. Un aumento en la escala de producción implica aumentar el trabajo y el capital en la misma proporción. Podemos representar una función con rendimientos a escala uniformes por medio de una función homogénea:

$$\lambda^n y = f(\lambda k, \lambda l) \qquad (xi)$$

Donde n representa la proporción en que aumenta el producto, y $\lambda > 0$. Si el aumento de la escala de producción lleva a un aumento más que proporcional en el producto, decimos que los rendimientos a escala son *Crecientes*; en este caso $n > 1$. Si un aumento en la escala de producción lleva a un aumento igualmente proporcional en el producto, entonces los rendimientos a escala serán *Constantes* y $n = 1$. Finalmente, si un aumento en la escala de producción lleva a un aumento menos que proporcional en el producto, los rendimientos a escala son *Decrecientes* y $n < 1$.

Ejemplo 3.6 Función de Producción de Cobb – Douglas

Esta función fue creada por C. H. Cobb y P. H. Douglas (1928) como parte de un estudio empírico sobre la industria de Estados Unidos de América. Basándose en el Teorema del Agotamiento del Producto de Clark y Wicksteed, que asume que la función de producción tiene rendimientos constantes a escala, estos autores estimaron una función homogénea de grado 1:

$$y = Ak^{\alpha} l^{(1-\alpha)}$$

Donde $\alpha = \frac{1}{4}$. Si multiplicamos k y l por λ, obtenemos:

$$A(\lambda k)^{\alpha}(\lambda l)^{(1-\alpha)} = \lambda[Ak^{\alpha}l^{\beta}] = \lambda y$$

Asimismo, las elasticidades producto – trabajo y producto - capital serían iguales a los coeficientes de la función:

$$\varepsilon_{y,l} = {}^{3}\!/_{4}$$

$$\varepsilon_{y,k} = {}^{1}\!/_{4}$$

Es posible extender la función Cobb – Douglas de manera que los exponentes del capital y del trabajo no necesariamente sumen 1:

$$y = Ak^{\alpha}l^{\beta}$$

En este caso la función de producción será homogénea de grado $(\alpha + \beta)$:

$$A(\lambda k)^{\alpha}(\lambda l)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}[Ak^{\alpha}l^{\beta}] = \lambda^{\alpha+\beta}y$$

Asimismo, dado que la función de Cobb – Douglas es homogénea, ésta será también homotética.

Ejemplo 3.7 Rendimientos a Escala en la Industria Peruana

Según Jiménez, Aguilar y Kapsoli (1999), los rendimientos a escala de la industria manufacturera peruana son constantes, lo cual limita su desarrollo. Los autores encuentran que la mayor parte de la producción manufacturera es explicada por ramas industriales que operan con rendimientos constantes a escala, siendo los porcentajes de 56.8% en 1987; y de 55.6% en 1995.

Finalmente, en el caso en el cual el aumento proporcional de los factores de producción empleados lleve a distintas proporciones de aumento del producto, se dirá que la función de producción tiene *Rendimientos a Escala Variables*. De esta manera, los rendimientos a escala podrán cambiar de crecientes a constantes y a decrecientes al ir aumentando el tamaño de planta. Estas funciones de producción no serían homogéneas.

2.4 Elasticidad de Sustitución Técnica

La elasticidad de sustitución técnica mide el grado de sustituibilidad de los factores de producción. Operativamente se define como el cambio porcentual en el cociente capital – trabajo $\left(k/l\right)$ ante un cambio de 1% en la relación de sustitución técnica[8]:

$$\sigma = -\frac{\partial\left(k/l\right)\Big/\left(k/l\right)}{\partial(RTS_{lk})\Big/RTS_{lk}} \qquad (xii)$$

Mientras mayor sea el cambio en la relación $\left(k/l\right)$ como consecuencia del cambio en la relación de sustitución técnica, mayor será la sustituibilidad entre los factores. Como ilustración, calcularemos la elasticidad de sustitución técnica de la función de producción de Cobb – Douglas, para lo cual partimos de la relación de sustitución técnica respectiva:

$$RTS_{lk} = -\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left(\frac{k}{l}\right) \qquad (xiii)$$

Tomando diferenciales a la expresión $(xiii)$:

$$d(RTS_{lk}) = -\left(\frac{\beta}{\alpha}\right).d\left(\frac{k}{l}\right) \qquad (xiv)$$

Dividimos (xiv) entre $(xiii)$:

$$\frac{d(RTS_{lk})}{RTS_{lk}} = \frac{d\left(\frac{k}{l}\right)}{\left(\frac{k}{l}\right)}$$

8 Ver J. R. Hicks (1976), publicado por primera vez en 1939.

Reordenando la expresión obtenemos la elasticidad técnica de sustitución para una función Cobb – Douglas:

$$\sigma = 1 \qquad (xv)$$

Entonces, la elasticidad de sustitución técnica de la función Cobb – Douglas es siempre igual a 1, independientemente de sus rendimientos a escala. Dado que existe evidencia empírica que demuestra que la sustituibilidad entre los factores es variable, así como las participaciones del trabajo y del capital en el producto, los economistas Arrow, Chenery, Minhas y Solow (1961) decidieron construir una función cuya elasticidad de sustitución técnica dependiera de dichos rendimientos: la función de producción de Elasticidad de Sustitución Constante.

Ejemplo 3.8 La Función de Producción de CES (Constant Elasticity of Substitution)

La función de producción de Elasticidad de Sustitución Constante fue creada por K. Arrow, H. Chenery, B. Minhas y R. Solow (1961):

$$y = A\left[\beta k^{-C} + (1-\beta) l^{-C}\right]^{-1/C}$$

Donde A representa el parámetro de eficiencia, β el parámetro de distribución, y C el parámetro de sustituibilidad. Así, si multiplicamos k y l por λ, obtenemos:

$$\left[\beta(\lambda k)^{-C} + (1-\beta)(\lambda l)^{-C}\right]^{-V/C} = \lambda^{V}\left[\beta k^{-C} + (1-\beta) l^{-C}\right]^{-1/C} = \lambda y$$

Por lo cual la función CES será homogénea de grado 1. Podemos calcular también la relación de sustitución técnica:

$$RTS_{lk} = -\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)\left(\frac{k}{l}\right)^{(C+1)}$$

Lo cual nos muestra que la función CES es homogénea y homotética. Si calculamos la elasticidad de sustitución técnica, obtenemos lo siguiente:

$$\sigma = \frac{1}{C+1}$$

Donde la elasticidad de sustitución es constante y depende del valor de C. Asimismo, si C=0, la elasticidad será igual a 1 y la función CES se transforma en una función Cobb – Douglas; si C=-1, la elasticidad de sustitución tenderá a infinito, por lo cual tendremos una función lineal; si C tiende a infinito, la elasticidad de sustitución técnica será igual a 0 y tendremos una función Leontieff. Finalmente, es posible extender la función CES para que sus rendimientos a escala no necesariamente sean iguales a 1:

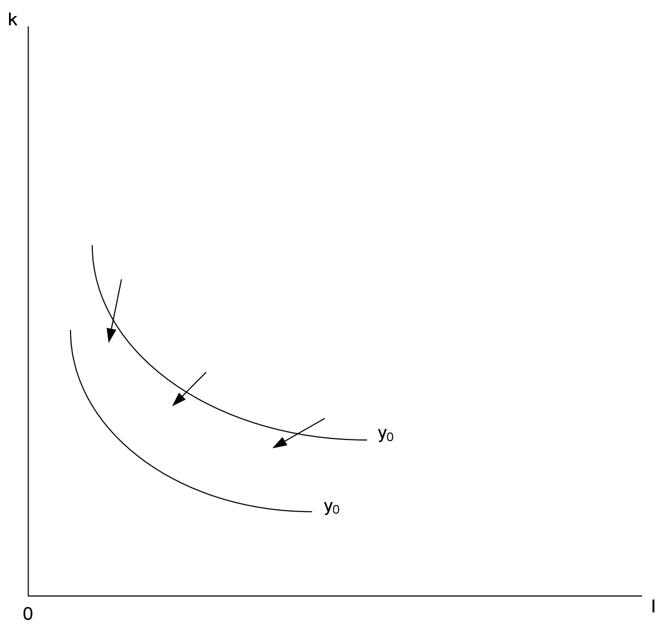
$$y = \left[\beta(\lambda k)^{-C} + (1-\beta)(\lambda l)^{-C}\right]^{-V/C}$$

2.5 El Cambio Técnico

La tecnología existente para la fabricación de un producto consiste en el conjunto de técnicas o procesos disponibles para tal fin. En ese sentido se puede decir que el mapa de isocuantas representa la tecnología disponible. Por lo tanto habrá un cambio técnico cuando se introduce un nuevo proceso productivo, el cual permite producir la misma cantidad del bien, pero empleando una cantidad menor de servicios de los factores. Una manera de representar el cambio técnico gráficamente es por medio de un mapa de isocuantas que se desplazan hacia atrás. En la Figura 3.4 podemos ver el caso de una isocuanta que produce la cantidad y_0.

Figura 3.4: Cambio Técnico

El Cambio Técnico puede representarse por una isocuanta que se mueve hacia el origen, de tal manera que se produce la misma cantidad del bien con una menor cantidad de uno o de ambos factores.



2.6 Funciones de Producción a Corto Plazo y Rendimientos Marginales del Factor

Si fijamos el stock de capital en un nivel de k_0, podemos obtener la relación entre el producto por hora y las horas de trabajo (servicios del factor variable):

$$y = f(k_0, l) = f(l) \qquad (xvi)$$

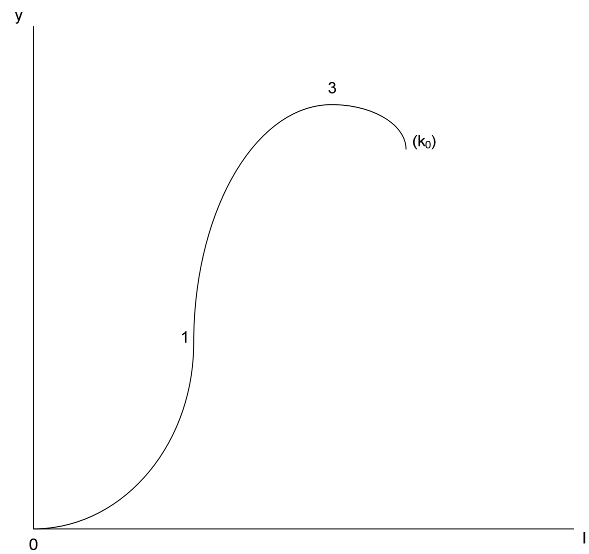
La pendiente de esta función de producción de corto plazo será igual al producto marginal del trabajo:

$$\frac{\partial y}{\partial l} = \frac{\partial f(l)}{\partial l} = PMg_l$$

En la Figura 3.5 vemos una función de producción donde el rendimiento del trabajo es creciente a niveles bajos de producción y uso de trabajo hasta el punto 1, a partir de donde pasa a ser decreciente hasta el punto 3, luego de lo cual el rendimiento del trabajo se vuelve negativo.

Figura 3.5: La Función de Producción de Corto Plazo

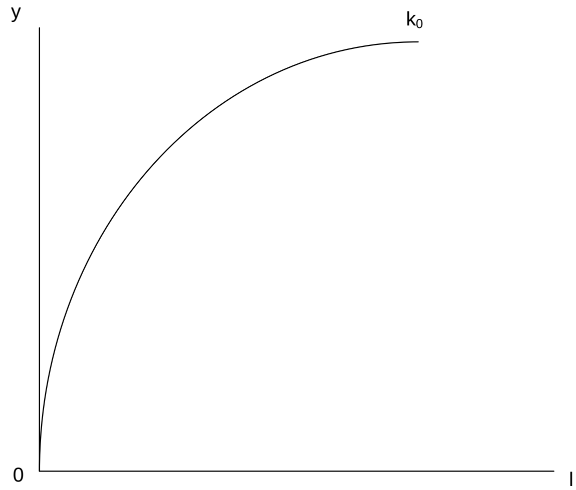
En esta función de producción de corto plazo el trabajo primero tiene rendimientos crecientes, luego decrecientes y finalmente negativos.



Entonces, podemos decir que en el corto plazo se cumple la *Ley de Rendimientos Finalmente Decrecientes* del factor variable. Esta ley nos dice que a medida que se añaden cantidades iguales de uno de los factores (los servicios del trabajo en este caso), manteniendo los otros factores constantes (los servicios del capital en este caso), los incrementos en la cantidad del producto serán *finalmente* decrecientes.

Ejemplo 3.9 Función de Producción de Cobb – Douglas en el corto plazo

La función de producción de corto plazo solamente tendrá rendimientos decrecientes del factor trabajo.



Sea la siguiente función:

$$y = Ak_0^{\alpha} l^{(1-\alpha)} = Bl^{(1-\alpha)}$$

La productividad marginal del trabajo será igual a la siguiente expresión:

$$PMg_l = \frac{\partial y}{\partial l} = (1-\alpha)Bl^{-\alpha} > 0$$

Derivando la productividad marginal del trabajo, con respecto al trabajo, comprobamos que la función siempre es convexa:

$$\frac{\partial (PMg_l)}{\partial l} = \frac{\partial^2 y}{\partial l^2} = -\alpha(1-\alpha)Bl^{-(1+\alpha)} < 0$$

2.7 Las Zonas Económicas en el Corto Plazo

Por el Teorema de Euler, si $y = f(k,l)$ es una función homogénea de grado n, entonces se cumple que:

$$ny = l.PMg_l + k.PMg_k \qquad (xvii)$$

Si $n=1$, entonces tenemos el Teorema de Clark-Wicksteed o del Agotamiento del Producto[9]:

$$y = l.PMg_l + k.PMg_k \qquad (xviii)$$

Regresamos a la función de producción de corto plazo de la Figura 3.5 para determinar la zona de producción económica. Sabemos que la zona económica es aquella porción de la función de producción en la cual todos los factores son normales, es decir, tienen productividades marginales positivas. En la Figura 3.6 podemos ver que el producto marginal de trabajo es negativo a partir del punto 3, con lo cual restaría solamente encontrar el punto donde el producto marginal del capital es negativo. Se puede demostrar que el producto marginal del capital se hará cero en el punto 2, por lo cual la zona económica estará entre el producto medio del trabajo máximo y el producto marginal del trabajo igual a cero, como se puede ver en la Figura 3.7.

[9] El Teorema del Agotamiento del Producto dice que si una función es homogénea y lineal, el producto se agota si se reparte entre los factores de acuerdo a sus productividades marginales.

Figura 3.6: Zonas Económicas de Producción en el Corto Plazo

En el caso de una función de producción de corto plazo derivada a partir de una función de producción de largo plazo homogénea y lineal, existen tres zonas: Zona I donde el producto marginal del capital es negativo; Zona II donde los productos marginales del trabajo y del capital son positivos (zona económica); y Zona III donde el producto marginal del trabajo es negativo.

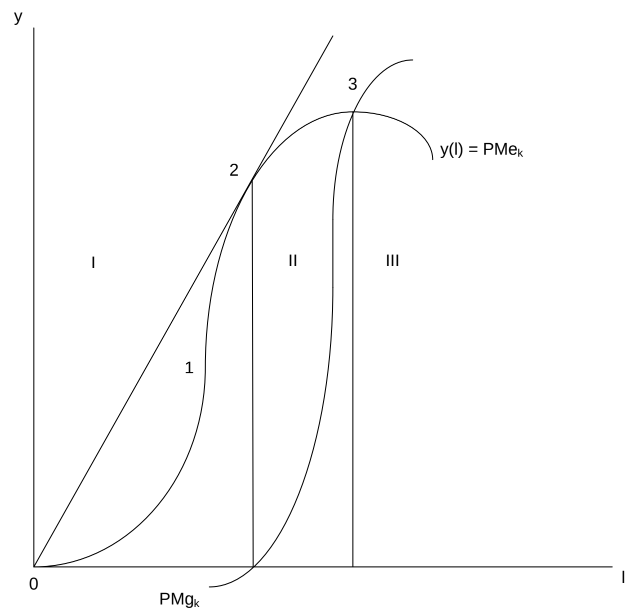
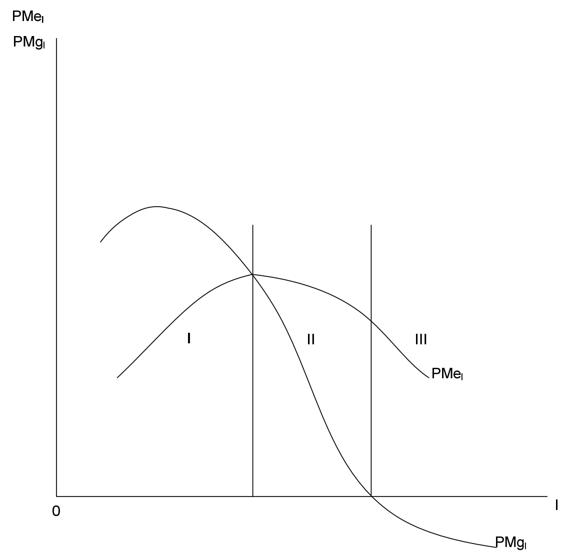


Figura 3.7: Zonas de Producción – Producto Medio y Producto Marginal del Trabajo

Las zonas I, II y III corresponden a las zonas respectivas en la Figura 3.6. Es decir, la Zona II corresponde a la zona económica.

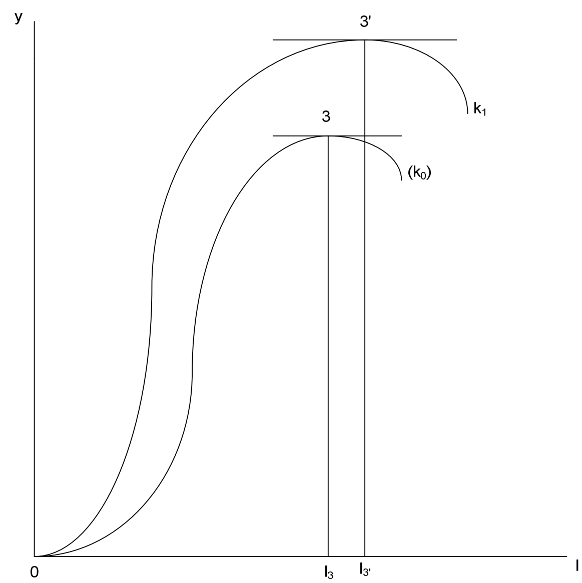


2.8 El Cambio Técnico y sus Efectos en el Corto Plazo

Si bien el cambio técnico es un fenómeno de largo plazo, tiene efectos en el corto plazo. En este caso aumenta no solamente la cantidad producida por unidad de trabajo, sino también el producto marginal del trabajo para cada nivel de l. En la Figura 3.8 podemos ver como la curva de producción no solamente se eleva, sino también como su pendiente es mayor a cada nivel de servicios del trabajo.

Figura 3.8: Cambio Técnico y Efectos en el Corto Plazo

Vemos que el punto de productividad marginal del trabajo igual a cero (3) se ha movido hacia la derecha (3'). En consecuencia, la productividad marginal del trabajo para l_3 será mayor que cero luego del cambio técnico.



2.9 Producción Conjunta

Algunas veces las empresas producen más de un bien. En ese caso deben asignar sus recursos a la producción de ambos bienes, por lo cual sus decisiones ya no se basan en una función de producción sino en una frontera de posibilidades de producción. Sean:

$$y_1 = f(l_1) \qquad (xix)$$

$$y_2 = g(l_2) \qquad (xx)$$

Las funciones de producción de cada bien, donde l_1 y l_2 son las cantidades de trabajo empleadas en la producción de cada bien. Si $l*$ es la dotación total de trabajo de que dispone la empresa:

$$l_1 + l_2 = l* \qquad (xxi)$$

Remplazando $(xx1)$ en (xx) obtenemos:

$$y_2 = g(l^* - l_1) \qquad (xxii)$$

Por otro lado, despejando l_1 en (xix):

$$l_1 = f^{-1}(y_1) \qquad (xxiii)$$

Sustituyendo $(xxiii)$ en $(xxii)$ obtenemos la *__Frontera de Posibilidades de Producción__*:

$$y_2 = g[l^* - f^{-1}(y_1)] \qquad (xxiv)$$

Que representa las cantidades máximas de los bienes y_1 e y_2 que la empresa puede producir, con la dotación de trabajo l^*. En este caso, la pendiente de la frontera de posibilidades de producción se llama Tasa Marginal de Transformación de y_1 en y_2:

$$TMT_{y_1y_2} = \frac{\partial y_2}{\partial y_1} = \frac{\partial g[l^* - f^{-1}(y_1)]}{\partial y_1} = -\left(\frac{\partial g}{\partial l_2}\right)\left(\frac{\partial f^{-1}(y_1)}{\partial y_1}\right)$$

$$TMT_{y_1y_2} = -\frac{\partial f^{-1}(y_1)/\partial y_1}{\partial l_2/\partial g} \qquad (xxv)$$

La $TMT_{y_1y_2}$ representa la cantidad de y_2 que la empresa debe dejar de producir para aumentar la producción de y_1, y depende no solamente de la dotación de trabajo sino también de la tecnología disponible. La frontera de posibilidades de producción también se llama *__Frontera de Transformación__*.

3. TEORÍA DE COSTOS

La producción de las empresas no solamente depende de la tecnología, sino también de los costos de los factores y materias primas que emplea para producir. En esta sección vamos a estudiar el concepto de costo económico, así como las curvas de costos de largo y de corto plazo.

3.1 Costo de Oportunidad

El costo económico o costo de oportunidad se define como el valor de un recurso productivo en su mejor uso alternativo. Representa la mejor remuneración que un factor de producción puede encontrar en el mercado, bajo los supuestos de información perfecta y libre movilidad de factores entre distintas ocupaciones. Desde el punto de vista de quienes demandan el factor, el costo de oportunidad es la remuneración que se debe pagar a dicho factor para retenerlo en su actual empleo.

Los costos económicos se dividen en costos sociales y costos privados. Los costos sociales representan el costo para la sociedad del uso de los recursos productivos en determinada actividad, mientras que el costo privado se refiere en general al costo para un agente económico particular. Asumiremos que no existen costos no pagados (externalidades), por lo cual los costos sociales y los costos privados serán iguales.

Ejemplo 3.10: Costos de Oportunidad: Trabajo y Capital

En un mundo con información perfecta y completa movilidad de factores, el costo de oportunidad del trabajo será la tasa salaria, ya que éste sería el valor de la hora de trabajo. En el caso del capital, el costo de oportunidad es la tasa de renta del capital, la cual es distinta al costo de producción del capital. Por ejemplo, las viejas máquinas para perforar tarjetas, empleadas para escribir los programas computacionales tienen hoy un costo de oportunidad cero, ya que nadie las utiliza desde que se crearon las computadoras personales, aun cuando su costo de fabricación sigue siendo positivo.

3.2 Minimización de Costos y Eficiencia Económica

Una empresa es *Eficiente desde el punto de vista Económico* si emplea los factores de producción y materias primas para producir a *costo mínimo*. Es decir, una empresa será *Eficiente* si minimiza costos para cada nivel de producción.

3.3 La Recta de Isocostos

Supongamos que los precios del trabajo (l) y del capital (k) son w y r, respectivamente, donde w es la tasa salarial y r es la tasa de renta del capital. El costo total de la empresa (C) será entonces igual a:

$$C = wl + rk \qquad (xxvi)$$

Si el presupuesto de la empresa es fijo e igual a C_0, entonces tenemos una *Recta de Isocostos*, es decir, las diferentes combinaciones de trabajo y capital que representan el mismo costo para la empresa, dados los precios de los factores de producción:

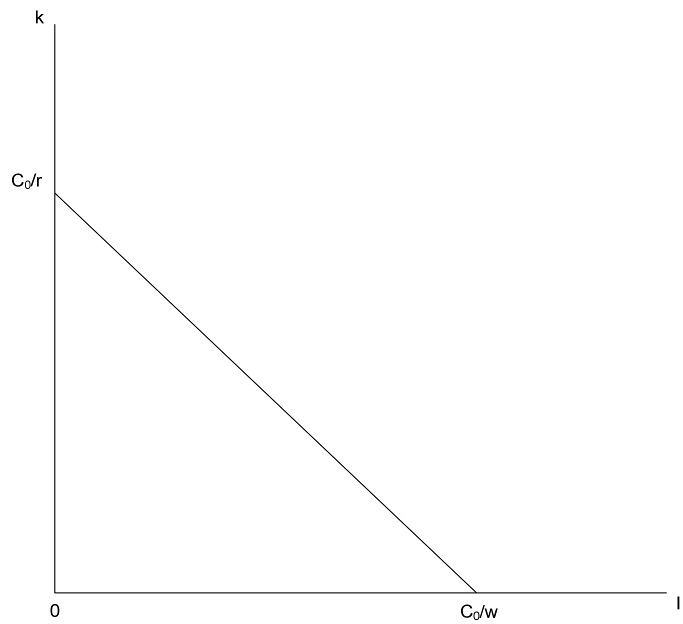
$$C_0 = wl + rk \qquad (xxvii)$$

Si tomamos diferenciales totales a la expresión $(xxvii)$: y reordenamos, obtenemos la pendiente de la recta de isocostos:

$$\frac{dk}{dl} = -\frac{w}{r} \qquad (xxviii)$$

Figura 3.9: La Recta de Isocostos

La pendiente de la recta de isocostos es igual al negativo de los precios relativos de los factores de producción.



3.4 Minimización de Costos y Demandas Condicionadas de Factores

Para hallar la *Condición de Eficiencia Económica*, partimos de una empresa que debe producir una cantidad dada y_0 a un costo mínimo:

$$Min \;\; C = wl + rk$$
$$s.a. \;\; y_0 = f(l,k)$$

Construimos el Lagrangiano:

$$\Lambda = wl + rk + \lambda[y_0 - f(l.k)]$$

Las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial l} = w - \frac{\partial f(l,k)}{\partial l} = 0 \qquad (xxix)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial k} = r - \frac{\partial f(l,k)}{\partial k} = 0 \qquad (xxx)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = y_0 - f(l.k) = 0 \qquad (xxxi)$$

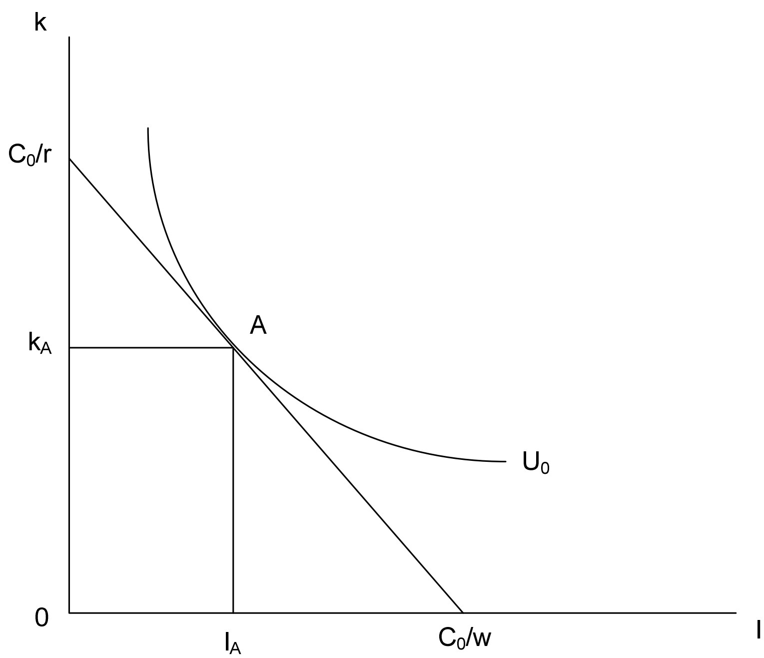
Dividiendo $(xxix)$ entre (xxx) obtenemos la _Condición de Eficiencia Económica_:

$$RTS_{lk} = -\frac{\partial f / \partial l}{\partial f / \partial k} = -\frac{w}{r} \qquad (xxxii)$$

En la Figura 3.10 podemos ver que la empresa es eficiente cuando la pendiente de la recta de isocostos es igual a la pendiente de la isocuanta.

Figura 3.10: Condición de Eficiencia Económica

La empresa es eficiente desde el punto de vista económico cuando produce al costo mínimo, es decir cuando la recta de isocostos y la isocuanta son tangentes.



Si despejamos k en la expresión $(xxxii)$ obtenemos la siguiente expresión:

$$k = g(l, w, r) \qquad (xxxiii)$$

Remplazando $(xxxiii)$ en $(xxxi)$, y despejando l, obtenemos la curva de demanda condicionada de los servicios del trabajo:

$$l_{y_0} = l(w, r, y_0) \qquad (xxxiv)$$

Es decir, la cantidad de trabajo que la empresa demanda, dados los precios de los factores, para producir y_0. Si ahora remplazamos $(xxxiv)$ en $(xxxiii)$, obtenemos la demanda condicionada de los servicios del capital:

$$k_{y_0} = k(w, r, y_0) \qquad (xxxv)$$

3.5 Dualidad y Función de Costos Mínimos

Si ahora remplazamos $(xxxiv)$ y $(xxxv)$ en la función de costos, obtenemos:

$$C^* = wl_{y_0}(w, r, y_0) + rk_{y_0}(w, r, y_0) = C^*(w, r, y_0) \qquad (xxxvi)$$

Que es la *Función de Costos Mínimos*, y representa las distintas combinaciones de w y de r que permiten que la empresa produzca y_0 al menor costo posible. Si derivamos esta función con respecto a la tasa de salarios:

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = l_{y_0} + w\left(\frac{\partial l_{y_0}}{\partial w}\right) + r\left(\frac{\partial k_{y_0}}{\partial w}\right) = l_{y_0} + \frac{\partial\left(wl_{y_0} + rk_{y_0}\right)}{\partial w} = l_{y_0} + \frac{\partial C_0}{\partial w} = l_{y_0}$$

Obtendremos:

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = l_{y_0}(w, r, y_0) \qquad (xxxvii)$$

Que es la curva de demanda condicionada de trabajo. En forma similar, si derivamos la función de costos mínimos con respecto a la tasa de renta del capital obtendremos:

$$\frac{\partial C^*}{\partial r} = k_{y_0}(w, r, y_0) \qquad (xxxviii)$$

Que es la curva de demanda condicionada del capital. En forma similar al caso de la función de gasto mínimo de la teoría del consumidor, esta propiedad de la curva de costos mínimos es llamada *Lema de Shephard*.

3.6 La Curva de Costos a Largo Plazo

Si ahora dejamos que el nivel de producto varíe en la curva de costos mínimos obtenemos la *Curva de Costos a Largo Plazo*, que nos da las diferentes combinaciones de w y de r que permiten que la empresa produzca y al menor costo posible:

$$C = C(w, r, y) \qquad (xxxix)$$

Es decir, todos los puntos de la curva de costos de largo plazo son eficientes. Si multiplicamos w y r por un número $\lambda > 0$ el costo total aumentará en la misma proporción, por lo tanto la función de costos de largo plazo será homogénea de grado 1 en los precios de los factores:

$$C(\lambda w, \lambda r, y) = \lambda C$$

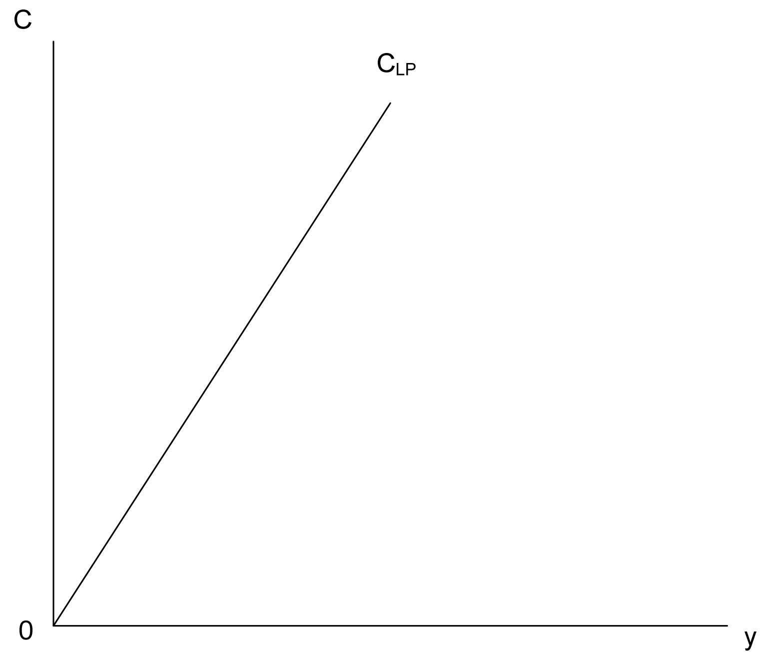
La forma de la curva de costos de largo plazo depende de la forma de la función de producción de largo plazo, es decir, de los retornos a escala. Definimos la elasticidad del costo con respecto a la producción como el incremento porcentual en el costo total al aumentar el producto en 1%:

$$\varepsilon_{C,y} = \frac{\partial C / C}{\partial y / y} \qquad (xl)$$

Si los rendimientos a escala son constantes, eso significa que un incremento proporcional del trabajo y del capital llevará a un aumento tanto del producto como del costo total en la misma proporción. Por lo tanto $\varepsilon_{C,y} = 1$, y la curva de costos será como se presenta en la Figura 3.11.

Figura 3.11: Curva de Costos de Largo Plazo con Rendimientos a Escala Constantes

En este caso el costo de producción aumenta a una tasa constante.



Si los rendimientos a escala son crecientes, un incremento proporcional de ambos factores llevará a un aumento del costo en la misma proporción y a un aumento más que proporcional en el producto. Por lo tanto $\varepsilon_{C,y} < 1$, y la pendiente de la curva de costos será decreciente, como se puede ver en la Figura 3.12.

Si los rendimientos a escala son decrecientes, un incremento proporcional de ambos factores llevará a un aumento del costo en la misma proporción y a un aumento menos que proporcional en el producto. Por lo tanto $\varepsilon_{C,y} > 1$, y la pendiente de la curva de costos será creciente como se puede ver en la Figura 3.13.

Figura 3.12: Curva de Costos de Largo Plazo con rendimientos a escala crecientes

En este caso el costo de producción aumenta a una tasa decreciente.

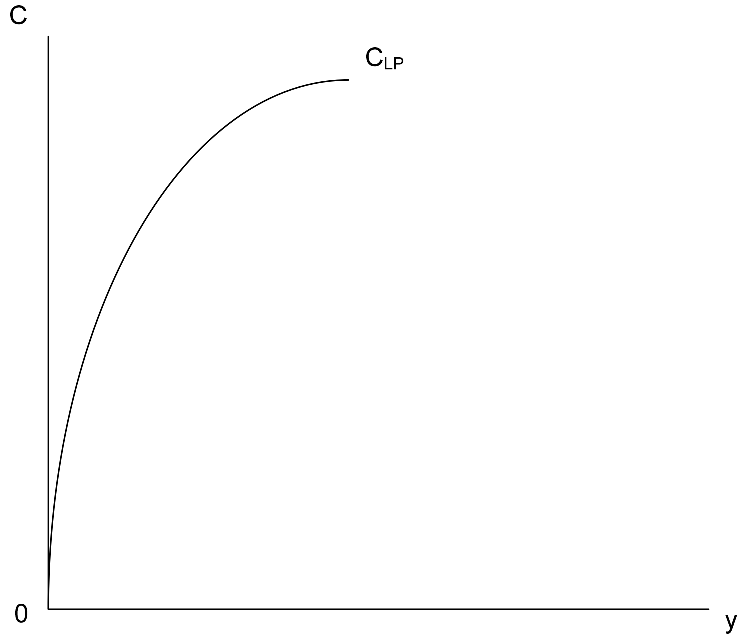
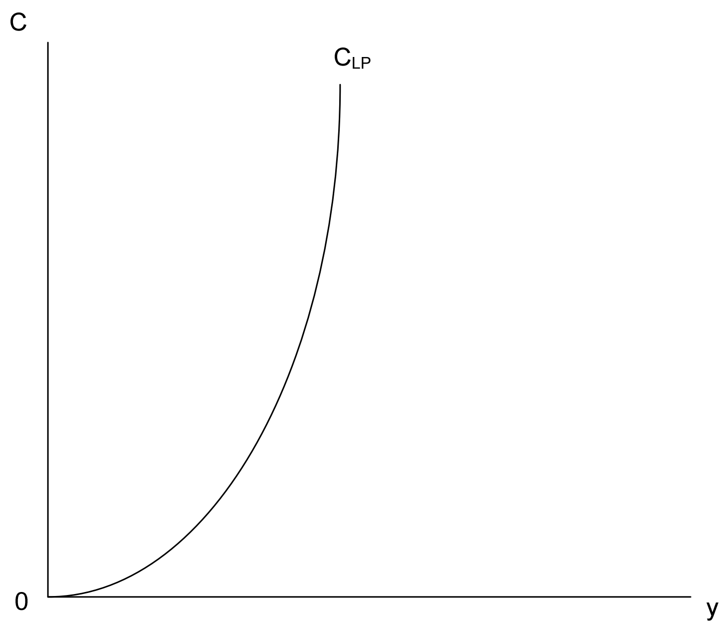


Figura 3.13: Curva de Costos de Largo Plazo con rendimientos a escala decrecientes

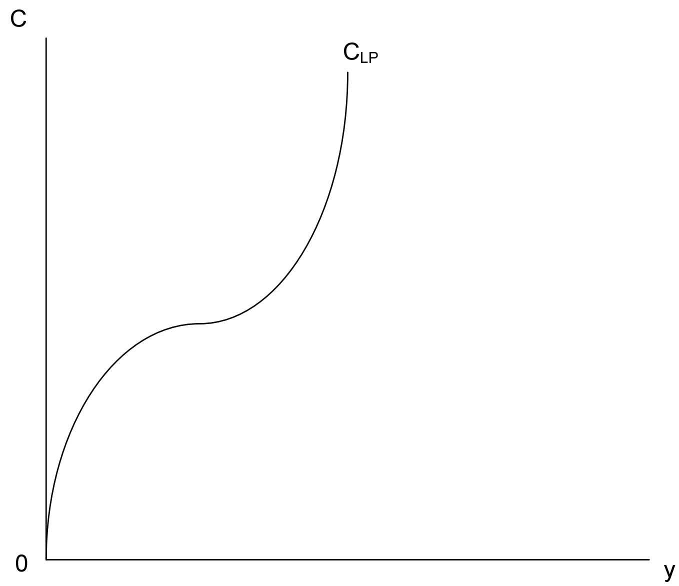
En este caso los costos de producción aumentan a una tasa creciente.



Finalmente, si los rendimientos a escala son variables, un incremento proporcional de ambos factores llevará a un aumento del costo en la misma proporción y a un aumento en diferentes proporciones del producto, por lo cual la $\varepsilon_{C,y}$ será también variable. La curva de costos tomará la forma que se observa en la Figura 3.14.

Figura 3.14: Curva de Costos de Largo Plazo con rendimientos a escala variables

En este caso los costos de producción aumentan primero a una tasa decreciente, luego constante (en un punto) y finalmente creciente.



Ejemplo 3.11: Curva de Costos de Largo Plazo para una función Cobb – Douglas

Sea la siguiente función Cobb – Douglas:

$$y = Ak^{0.5}l^{0.5}$$

A partir de la condición de eficiencia económica, obtenemos las dos curvas de demanda condicionadas en y:

$$l_y = \left(\frac{r}{w}\right)^{0.5}\left(\frac{y}{A}\right)$$

$$k_y = \left(\frac{w}{r}\right)^{0.5}\left(\frac{y}{A}\right)$$

Remplazando ambas funciones de demanda condicionada de factores en la función de costos, obtenemos la función de costos de largo plazo:

$$C = 2(wr)^{0.5}\left(\frac{y}{A}\right)$$

Ejemplo 3.12: Curva de Costos de Largo Plazo para una función Leontieff
Sea la siguiente función Leontieff:

$$y = \min\left[\frac{k}{v},\frac{l}{u}\right]$$

Dado que no es posible hallar una tangencia, despejamos l y k en función de y:

$$l_y = uy$$

$$k_y = vy$$

Remplazando ambas funciones de demanda condicionada de factores en la función de costos, obtenemos la función de costos de largo plazo:

$$C = (uw + vr)y$$

3.7 Costos Medios y Marginales de Largo Plazo

La curva de costos totales a largo plazo nos muestra el horizonte de planificación de la empresa, ya que ésta opera en el corto plazo y planifica cambios en el tamaño de planta (capital) en el largo plazo. Para analizar dichos cambios esto es más conveniente trabajar con las curvas de costos medios y costos marginales. Definimos el *Costo Medio de Largo Plazo* como el cociente entre el costo total y el producto:

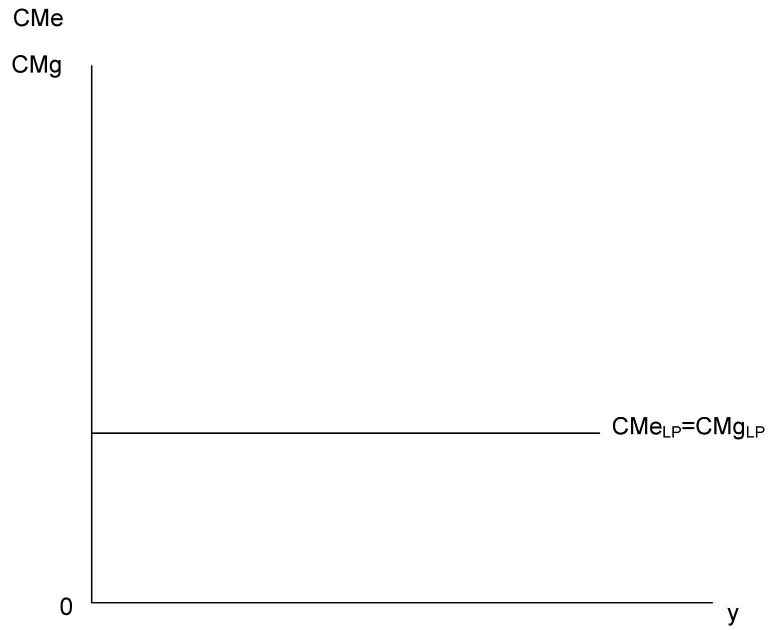
$$CMe_{LP} = \frac{C_{LP}}{y} \qquad (xli)$$

Definimos asimismo el *Costo Marginal de Largo Plazo* como el aumento en el costo total ante un aumento en una unidad del producto:

$$CMg_{LP} = \frac{\partial C_{LP}}{\partial y} \qquad (xlii)$$

Las Figuras 3.15 a 3.18 nos muestran las curvas de costos medios y marginales para los casos en que la función de producción tiene rendimientos a escala uniformes: constantes, crecientes y decrecientes; y para el caso en que la función de producción de largo plazo tiene rendimientos variables a escala. Vemos en la Figura 3.15 que cuando la función de producción tiene rendimientos constantes a escala, los costos medios y marginales son constantes e iguales. Esto quiere decir que aumentar el tamaño de planta no implica un aumento del costo promedio de producción.

Figura 3.15: Costos Medios y Marginales – Rendimientos a Escala Constantes



Si los rendimientos a escala son crecientes, tanto los costos medios como marginales son decrecientes, siendo los costos medios mayores que los costos marginales (Ver Figura 3.16). En este caso, el costo medio de producción se reduce al aumentar el tamaño de la planta. En cambio, como se puede ver en la Figura 3.17, cuando los rendimientos a escala son decrecientes, los costos medios y marginales son crecientes, siendo los últimos mayores que los primeros. Es decir, el costo medio de producción aumentará a mayor tamaño de planta.

Figura 3.16: Costos Medios y Marginales – Rendimientos a Escala crecientes.

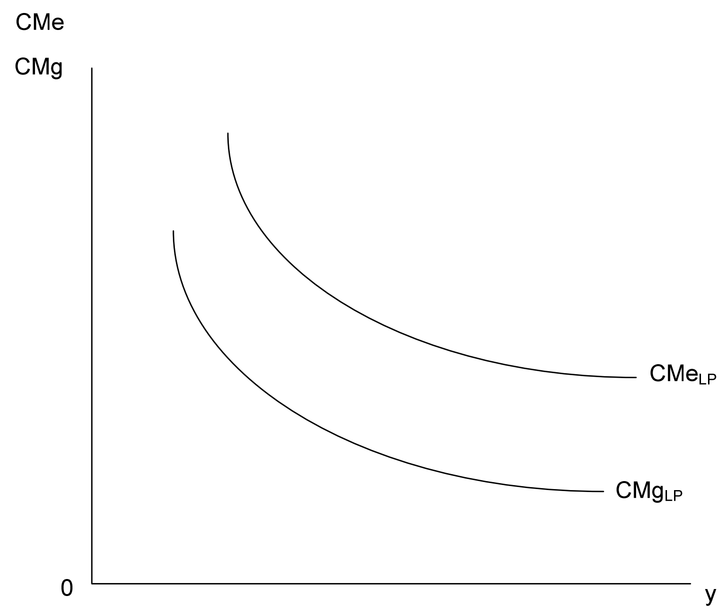
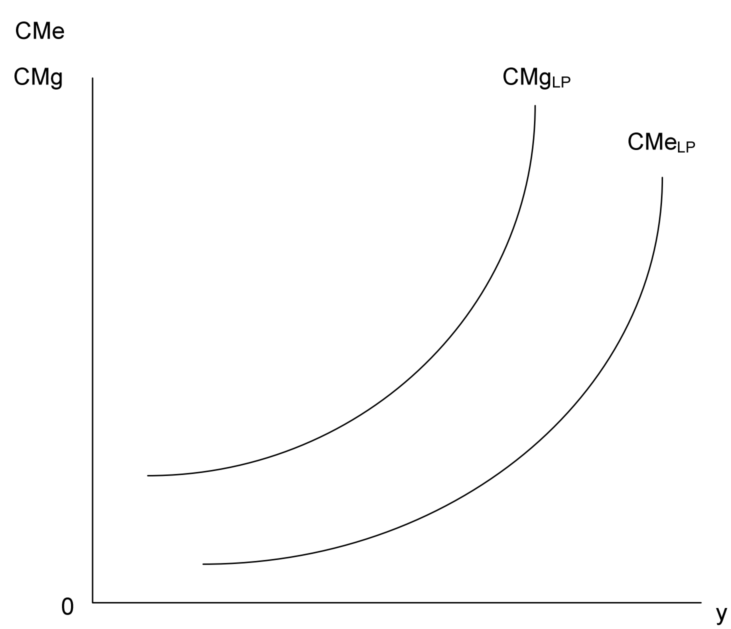
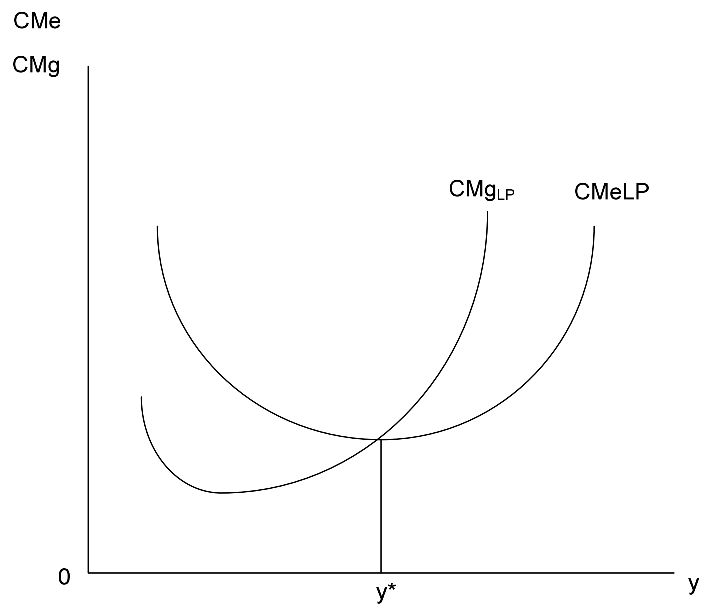


Figura 3.17: Costos Medios y Marginales – Rendimientos a Escala Decrecientes.



Finalmente, como se muestra en la Figura 3.18, si los rendimientos a escala son variables (crecientes, constantes y decrecientes), los costos medios a largo plazo tienen forma de "U", y la curva de costos marginales corta a la curva de costos medios desde abajo en su punto mínimo. A este punto se le conoce como la escala óptima de producción (y^*).

Figura 3.18: Costos Medios y Marginales – Rendimientos a Escala Variables



En resumen, las curvas de costos a largo plazo dependen tanto de la tecnología de producción como de los precios de los factores. Por lo tanto, podemos decir lo siguiente:

- Un cambio técnico, reduce los costos por unidad de producto, por lo cual las curvas de costos medio y marginal se desplazarán hacia abajo.
- Una caída (elevación) en los precios de los factores de producción reducen (aumentan) los costos por unidad de producto, por lo cual las curvas de costo medio y marginal se desplazarán hacia abajo (arriba).

3.8 Curvas de Costos a Corto Plazo

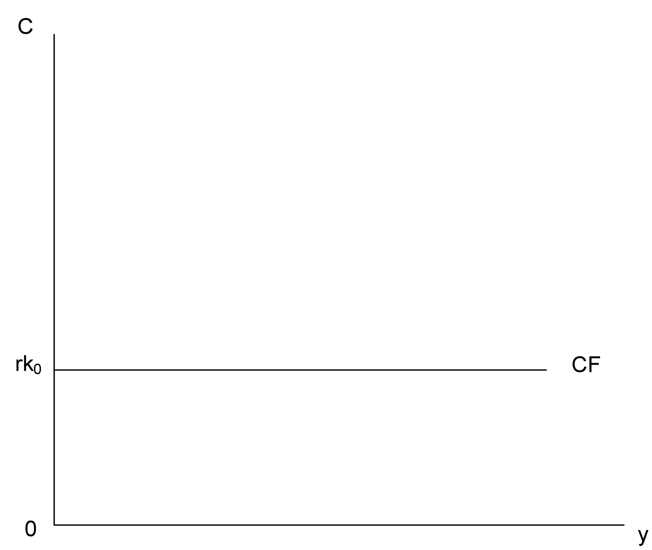
Las *Curvas de Costos a Corto Plazo* se derivan a partir de la función de producción a corto plazo; por lo tanto, su forma depende de los rendimientos marginales del factor variable (trabajo). Asimismo, los costos de corto plazo se dividen en *Costos Fijos* (CF) y *Costos Variables* (CV). Los costos fijos no dependen del volumen de producción y corresponden a los costos de los factores fijos (capital, ejecutivos de la firma, etc.). Los costos variables dependen del nivel de producción de la firma, estando relacionados a los factores variables (obreros, materias primas, etc.). En el modelo simple de capital y trabajo que estamos desarrollando, los costos de corto plazo se pueden representar por la expresión siguiente:

$$C_{CP} = CF + CV = rk_0 + wl \qquad (xliii)$$

Donde k_0 es el nivel de capital, el cual es constante en el corto plazo. En la Figura 3.19 podemos ver que los costos fijos no dependen del nivel de producción:

Figura 3.19: Los Costos Fijos

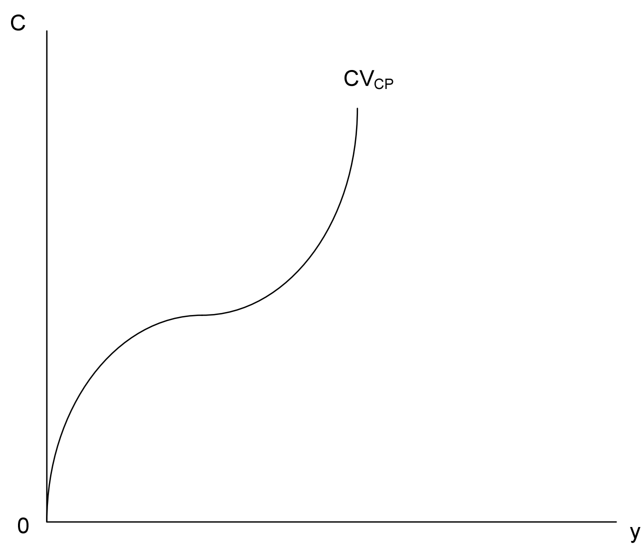
La curva de costos fijos depende del volumen de capital (tamaño de planta) y de su costo de oportunidad (tasa de renta del capital)



En el caso de los costos variables, como dijimos arriba, éstos dependen de los rendimientos marginales del factor variable. Si la función de producción de corto plazo tiene la forma presentada en la Figura 3.5, la curva de costos variables tendrá la forma de la Figura 3.20:

Figura 3.20: Los Costos Variables – Corto Plazo

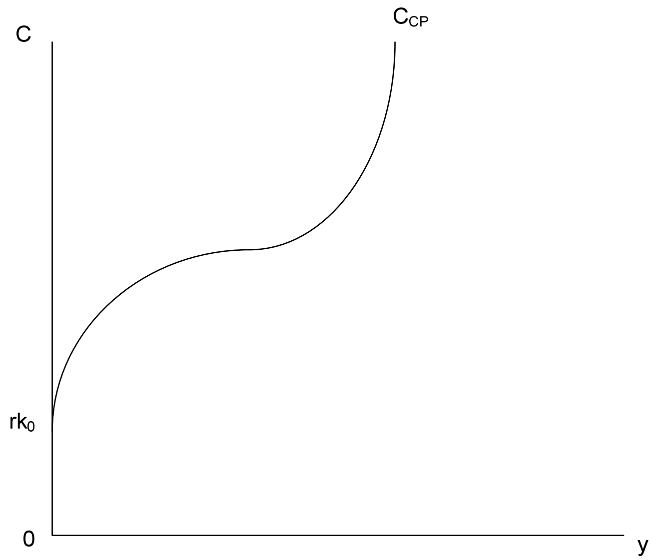
La curva de costos variables depende de los rendimientos marginales del factor variable (trabajo) y de su costo de oportunidad (tasa de salarios).



En este caso, en un principio el trabajo tiene rendimientos marginales crecientes, por lo cual los costos se elevan a una tasa decreciente. Luego del punto de inflexión en la curva de producción, los rendimientos marginales del trabajo se hacen decrecientes, por lo que los costos se elevan ahora a una tasa creciente. Finalmente, los rendimientos marginales del trabajo se harán negativos, por lo cual los costos de aumentar el producto se volverán infinitos. Por lo tanto la curva de costos totales a largo plazo será como la presentada en la Figura 3.21.

Figura 3.21: Curva de Costos Totales de Corto Plazo

La curva de costos de corto plazo es la suma de las curvas de costos fijos y costos variables.



3.9 Costos Medios y Costos Marginales

Los costos medios y marginales de corto plazo se obtienen a partir de la curva de costos totales de corto plazo. La derivación gráfica puede verse en las Figuras 3.22a y 3.22b.

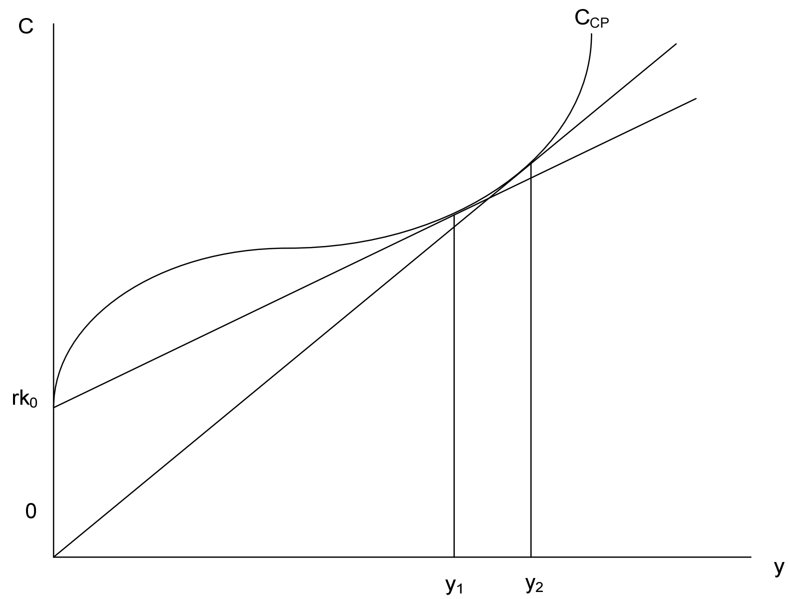
Dividiendo la expresión $(xliii)$ entre el producto (y), obtenemos:

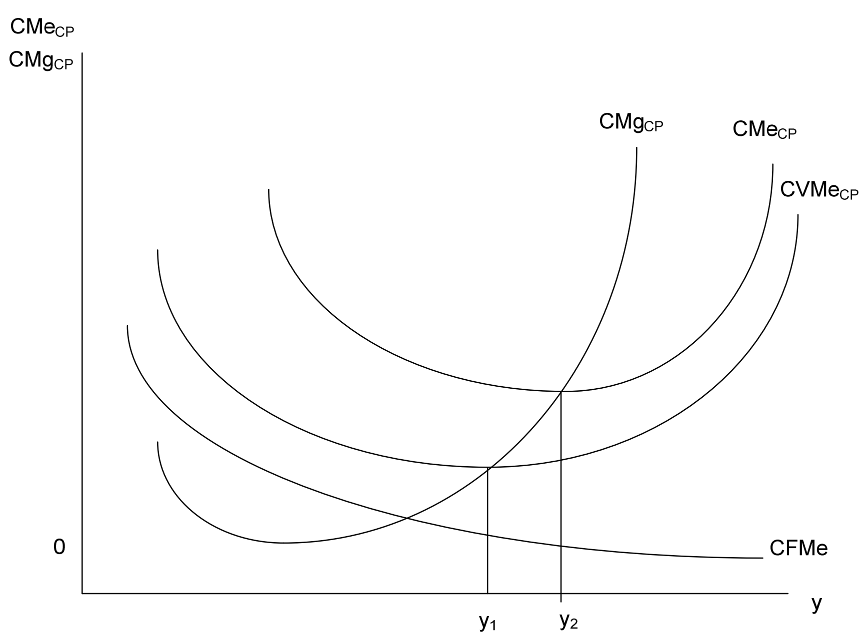
$$CMe_{CP} = \frac{C_{CP}}{y} = \frac{CF}{y} + \frac{CV}{y} = CFMe + CVMe \qquad (xliv)$$

Así, el *Costo Fijo Medio* se reduce al aumentar la cantidad producida, mientras que el *Costo Variable Medio* tiene forma de “U”, al igual que el *Costo Total* de corto plazo. El Costo Marginal se obtiene derivando la curva de costos totales con respecto al producto:

$$CMg_{CP} = \frac{\partial C_{CP}}{\partial y} = \frac{\partial CF}{\partial y} + \frac{\partial CV}{\partial y} = \frac{\partial CV}{\partial y} \qquad (xlv)$$

Figuras 3.22a y 3.22b: Derivación gráfica de las curvas de costos medios y marginales a partir de las curvas de costos totales de corto plazo.





Si partimos de la expresión (xlv), encontraremos que los costos marginales de corto plazo son iguales al cociente entre la tasa de salarios y el producto marginal del trabajo en el corto plazo:

$$CMg_{CP} = \frac{\partial C}{\partial y} = \left(\frac{\partial C}{\partial l}\right)\left(\frac{\partial l}{\partial y}\right) = \frac{w}{PMg_l} \qquad (xlvi)$$

Si ahora partimos de la expresión $(xliv)$, encontraremos que los costos variables medios de corto plazo son iguales al cociente entre la tasa de salarios y el producto medio del trabajo en el corto plazo:

$$CVMe_{CP} = \frac{CV}{y} = \left(\frac{wl}{y}\right) = \frac{w}{PMe_l} \qquad (xlvii)$$

3.10 <u>Relaciones entre las Curvas de Costos de Largo y de Corto Plazo</u>

Las curvas de corto plazo representan los costos en los cuales incurren las empresas cuando existen factores fijos, mientras que las curvas de costos de largo plazo representan los horizontes eficientes en los cuales toman sus decisiones. Aun cuando la empresa opera en el corto plazo, podría estar produciendo bajo condiciones de eficiencia, lo cual puede ser representado por puntos de tangencia entre ambos grupos de curvas de costos.

Entonces, partiendo del punto en el cual los costos medios de largo y corto plazo son tangentes:

$$CMe_{LP} = CMe_{CP} \qquad (xlviii)$$

Tomando derivadas, obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial CMe_{LP}}{\partial y} = \frac{\partial CMe_{CP}}{\partial y} \qquad (xlix)$$

Por otro lado, a partir de la definición de costo marginal, establecemos la siguiente relación:

$$CMg = \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial CMe.y}{\partial y} = CMe + y\frac{\partial CMe}{\partial y} \qquad (l)$$

Si multiplicamos la expresión $(xlix)$ por y, y la sumamos a la expresión $(xlviii)$, obtenemos:

$$CMe_{LP} + \frac{\partial CMe_{LP}}{\partial y} = CMe_{CP} + \frac{\partial CMe_{CP}}{\partial y}$$

Lo cual implica, de acuerdo a la relación (l), que en el nivel de producción (y) donde los costos medios de corto y largo plazo son iguales, los costos marginales de corto y largo plazo también lo son:

$$CMg_{LP} = CMg_{CP} \qquad (li)$$

Vamos a aplicar esta relación a los casos en que la función de producción de largo plazo tiene rendimientos uniformes (constantes, crecientes y decrecientes) y variables. Así, en la Figura 3.23 podemos ver que cuando los rendimientos de la función de producción de largo plazo son constantes, los costos medios de largo plazo también lo son, y por lo tanto es posible producir eficientemente en el corto plazo en cualquier tamaño de planta.

En la Figura 3.24 vemos que cuando los rendimientos a escala son crecientes, los costos de largo plazo con decrecientes, lo cual lleva a que los costos medios sean menores a mayor tamaño de planta. En este caso no puede existir competencia en la industria, ya que la empresa que tenga el mayor tamaño de planta desplazará al resto. Asimismo, en este caso tampoco existirá un tamaño de planta óptimo. En la Figura 3.25 tenemos caso contrario, ya que los rendimientos a escala decrecientes llevan a que los costos de largo plazo sean crecientes, por lo cual los costos medios crecerán con el tamaño de planta. En este caso tampoco existirá un tamaño óptimo de planta.

Figura 3.23: Curvas de costos medios y marginales, en el corto y en el largo plazo, con rendimientos a escala constantes.

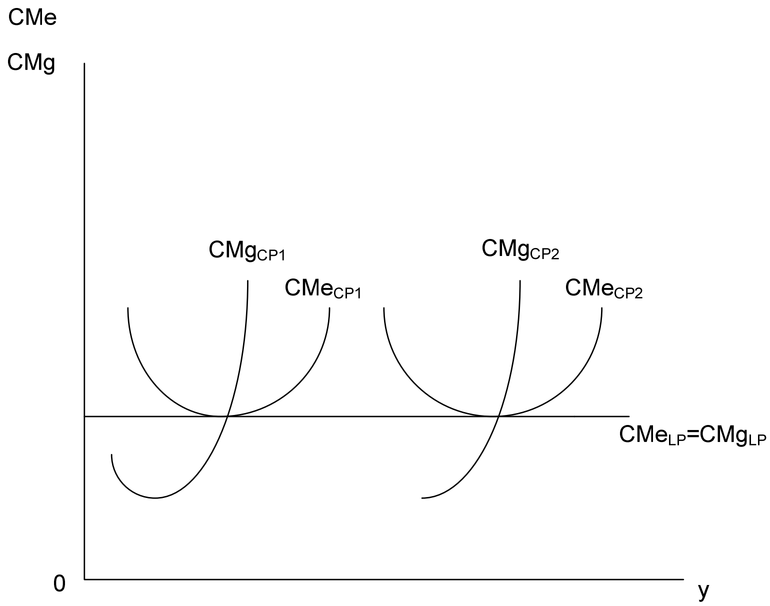


Figura 3.24: Curvas de Costos medios y marginales, en el corto y en el largo plazo, con rendimientos a escala crecientes.

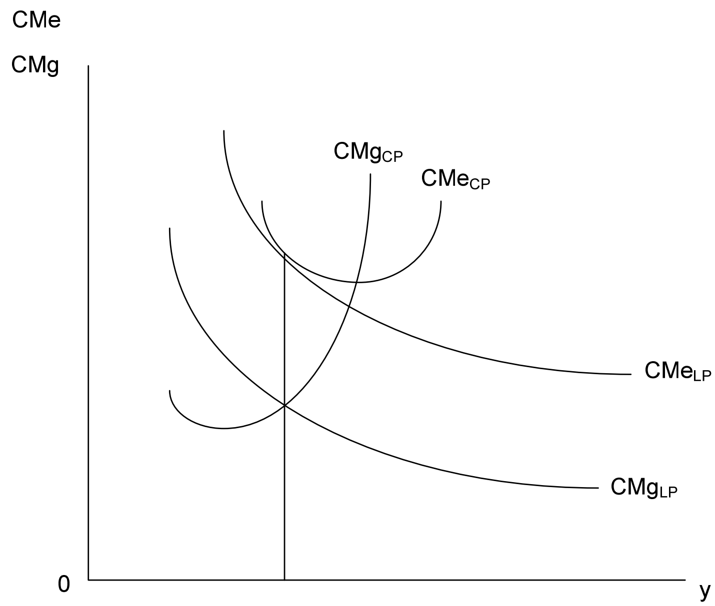
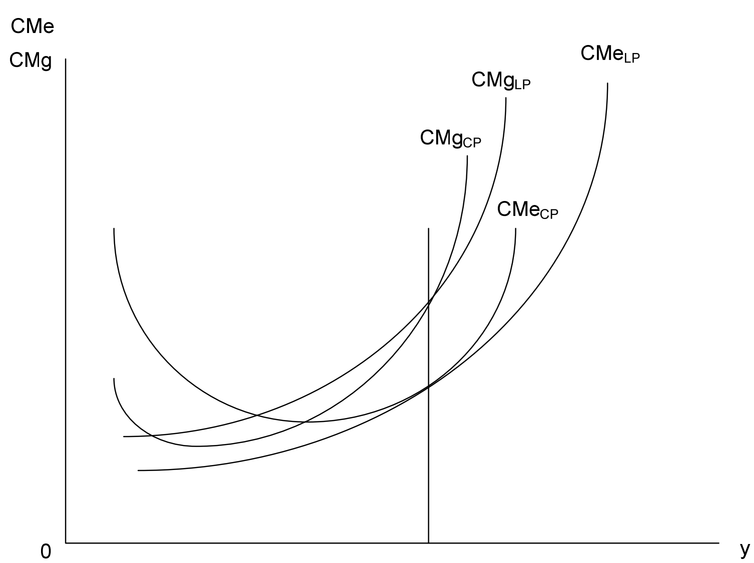
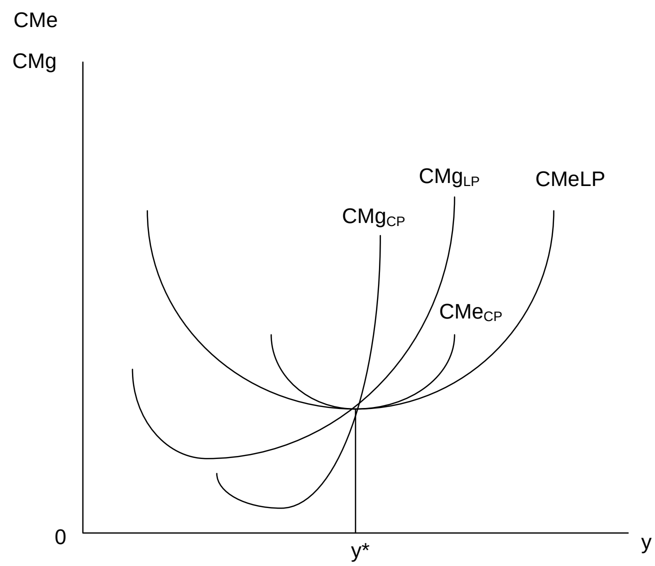


Figura 3.25: Curvas de Costos medios y marginales, en el corto y en el largo plazo, con rendimientos a escala decrecientes.



Finalmente, si los rendimientos a escala no son uniformes, la curva de costos medios de largo plazo tendrá forma de “U”. En este caso si existirá una escala de producción óptima, que será aquella para la cual los costos medios son los más bajos, como se puede ver en la Figura 3.26.

Figura 3.26: Curvas de Costos medios y marginales, en el corto y en el largo plazo, con rendimientos a escala variables.



4. MAXIMIZACIÓN DE BENEFICIOS

Asumimos que la empresa capitalista busca maximizar sus beneficios económicos, es decir, la diferencia entre sus ingresos y sus costos de producción. Para atender la demanda de sus productos, la empresa alquila los servicios del trabajo y del capital y compra las materias primas necesarias, de acuerdo a la tecnología de que dispone. El estudio del comportamiento de la empresa capitalista puede hacerse tanto desde el punto de vista del producto (curva de oferta del bien producido) como desde el punto de vista de los factores de producción (curvas de demanda de los factores de producción).

4.1 Maximización de Beneficios desde el punto de vista del Producto

Los beneficios son la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales de la empresa. Un supuesto adicional es que la empresa es precio aceptante tanto en el mercado de bienes como en los mercados de productos. La ecuación de beneficios sería la siguiente:

$$\Pi = Py - C(w,r,y) \qquad (lii)$$

Donde Π es el beneficio, P el precio del bien o servicio ofrecido y $C(w,r,y)$ la función de costos. Entonces, el empresario capitalista maximiza el beneficio económico:

$$Max \quad \Pi = Py - C(w,r,y)$$

Derivando los beneficios con respecto al producto:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = P - \frac{\partial C(w,r,y)}{\partial y} = 0$$

Obtenemos la condición de maximización de beneficios de la empresa capitalista:

$$P = CMg \qquad (liii)$$

Entonces, el capitalista producirá el bien y hasta que el ingreso adicional por cada unidad producida sea igual al costo adicional de producirla. Dado que el capitalista produce para el mercado y que no consume parte de su producción, la cantidad y será también la cantidad vendida en el mercado.

4.1.1 La Empresa en el Corto Plazo

En el corto de plazo, el tamaño de planta está dado (k_0), por lo cual el único costo variable será el del trabajo. Entonces:

$$P = CMg_{CP} \qquad (liv)$$

Es la *Condición de Maximización de los Beneficios de la Empresa Capitalista en el Corto Plazo*, donde el costo marginal depende solamente de la tecnología y del costo del trabajo. En la Figura 3.27 podemos ver que los beneficios económicos máximos (Π^*) son iguales a la diferencia entre los ingresos totales $(P_1 y_1)$ y los costos totales $[CMe(y_1).y_1]$:

$$\Pi^* = [P_1 - CMe(y_1)].y_1$$

La línea horizontal al nivel del precio (P_1) es la demanda aparente de la empresa. Es decir, la empresa competitiva puede ofrecer la cantidad que desea del bien sin cambiar el precio al que lo vende. Además podemos ver que la curva de costos marginales corta tanto a la curva de costos medios de corto plazo como a la curva de costos variables medios en el punto mínimo. En la Figura 3.28 podemos ver que sucede con la cantidad producida y con los beneficios si el precio del bien cae. Así, vemos que al caer el precio, el ingreso adicional obtenido al producir una unidad adicional del bien se reduce y es menor que el costo marginal al nivel de producción anterior (y_1). Esto lleva a la empresa a producir menos (y_0), y a una reducción de los beneficios económicos. Asimismo, si el precio del bien continua cayendo llegará el momento en que sea igual a los costos medios mínimos, por lo cual el beneficio será igual a cero. En el corto plazo, la empresa solamente requiere cubrir los costos variables, por lo cual el *Punto de Cierre* de la empresa será el nivel de costos medios variables mínimos.

Figura 3.27: Maximización de los Beneficios de una Empresa en el Corto Plazo

La empresa maximiza sus beneficios produciendo en el punto donde el costo marginal de corto plazo es igual al precio del bien que ofrece en el mercado.

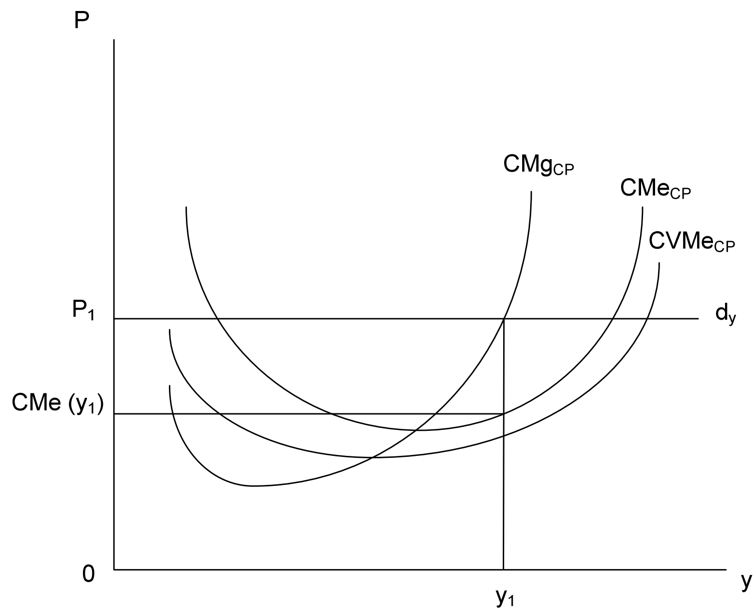
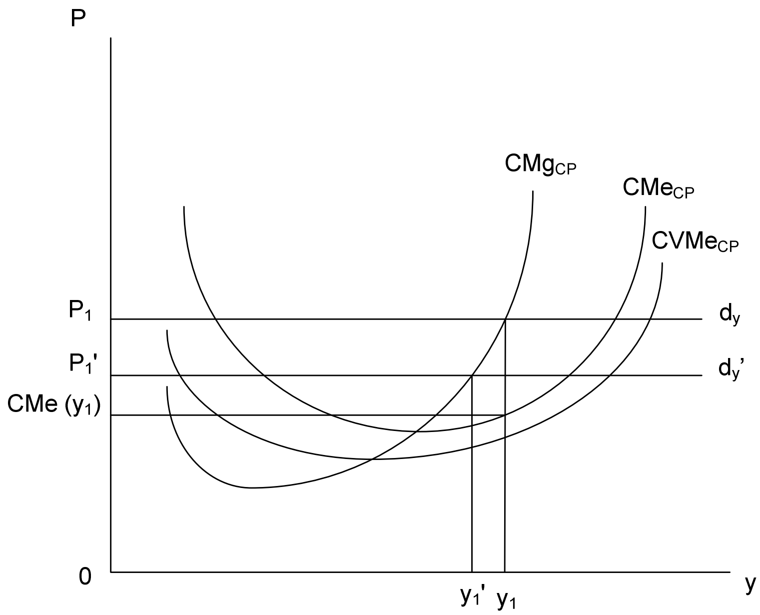


Figura 3.28: Cambio en el Precio del Bien
Cuando el precio del bien cae, la cantidad producida y los beneficios se reducen.



Entonces, si despejamos y en la expresión (liv) obtenemos la expresión equivalente:

$$y^S = y^S(P, w) \qquad (lv)$$

Que es la curva de oferta de la empresa en el corto plazo, a partir del punto de costos variables medios mínimos. Por lo tanto, la curva de oferta del bien de la empresa en el corto plazo será igual a la curva de costos marginales, que como ya dijimos antes solamente depende de la tecnología y del costo del trabajo (w).

Ejemplo 3.13: Curva de Oferta de la Empresa en el Corto Plazo
Sea la siguiente función de costos de corto plazo:

$$C = 0.025y^2 + 4.5y + 200$$

Derivamos las curvas de costos medios y marginales:

$$CMe_{CP} = (0.025y + 4.5) + \frac{200}{y} = CVMe_{CP} + CFMe$$

$$CMg_{CP} = 0.05y + 4.5$$

La condición de maximización de beneficios en el corto plazo:

$$P = 0.05y + 4.5$$

Despejando y, obtenemos la curva de oferta de la empresa en el corto plazo:

$$y^s = \frac{P - 4.5}{0.05} = 20P - 90$$

4.1.2 La Empresa en el Largo Plazo

En el largo plazo, la condición de maximización de beneficios también se cumple:

$$P = CMg_{LP} \qquad (lvi)$$

Sin embargo es necesario tomar en cuenta que ahora el capital es también variable, por lo cual los costos marginales dependen de la tecnología, del costo del trabajo y del costo del capital. Asimismo, ahora pueden darse las siguientes situaciones:

- Las empresas pueden cambiar su tamaño
- Las empresas pueden entrar y salir del mercado

Entonces, si al igualar el precio del bien al costo marginal de largo plazo los beneficios fueran positivos, nuevas empresas entrarían al mercado y el precio se reduciría hasta que el beneficio económico se hiciera nulo. Si las empresas continuaran entrando al mercado, el precio sería menor que el costo medio de largo plazo, y habrían pérdidas, lo cual llevaría a que las empresas salgan del mercado. Por lo tanto, la segunda condición de equilibrio de la empresa competitiva en el largo plazo es la siguiente:

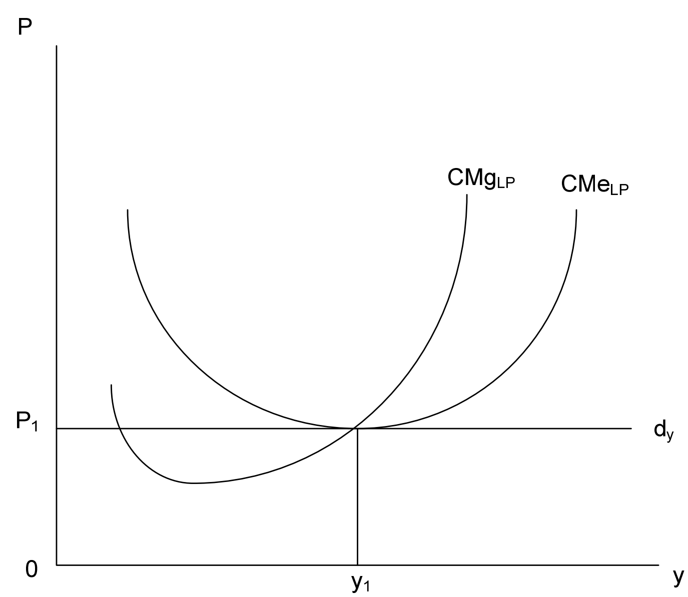
$$P = CMe_{LP} \qquad (lvii)$$

Donde los beneficios económicos serán nulos. En la Figura 3.29 vemos el equilibrio de largo plazo de la empresa competitiva, donde el precio del bien es igual tanto a los costos marginales de largo plazo como a los costos medios de largo plazo. Podemos derivar la curva de oferta de la empresa en el largo plazo tomando en cuenta las condiciones (lvi) y $(lvii)$. Así, sabemos que la expresión (lvi) es equivalente a:

$$y^S = y^S(P, w, r) \qquad (lviii)$$

Y que la empresa no producirá por debajo de un precio equivalente a los costos mínimos de largo plazo. Por lo tanto, $(lviii)$ será la curva de oferta de la empresa en el largo plazo a partir del punto de costos medios mínimos.

Figura 3.29: Equilibrio de la Empresa en el Largo Plazo
En el largo plazo los beneficios económicos son iguales a cero.



Ahora, si sustituimos $(lviii)$ en la función de beneficios obtenemos la *Función de Beneficios Máximos*:

$$\Pi^* = Py^S(P,w,r) - C[w,r,y^S(P,w,r)] = \Pi^*(P,w,r) \qquad (lix)$$

Que es el lugar geométrico de las combinaciones del precio del bien y los costos de los factores que hacen que los beneficios sean máximos[10]. Si derivamos la función $\Pi^*(P,w,r)$ con respecto al precio del bien:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial P} = y^s + P\frac{\partial y^s}{\partial P} - \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial y^s}\right)\left(\frac{\partial y^s}{\partial P}\right) = y^s + \left(P - \frac{\partial C}{\partial y}\right)\frac{\partial y^s}{\partial P}$$

Dado que el precio del bien es igual al costo marginal en el punto óptimo, entonces la derivada de la función de beneficios máximos con respecto al precio es igual a la curva de oferta del bien:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial P} = y^S(P,w,r) \qquad (lx)$$

Esta relación es el *Lema de Hotelling*, el cual asimismo establece que a mayor precio del bien, mayor será el beneficio máximo obtenido dados los costos de los factores de producción.

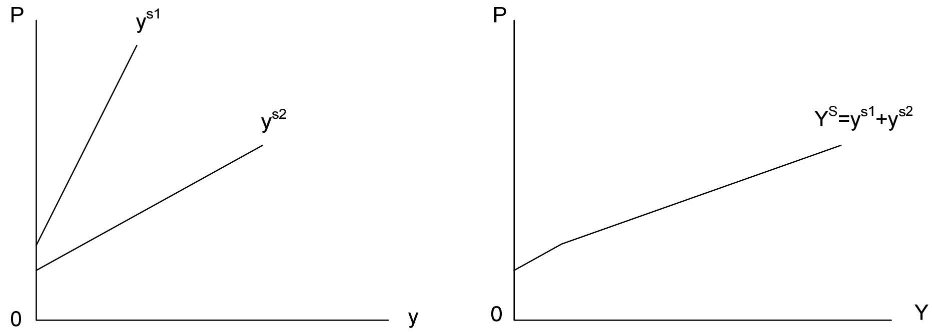
4.1.3 <u>La Curva de Oferta Agregada de Bienes (o de Servicios de Consumo)</u>

Si agregamos las ofertas de todas las empresas productoras de un bien o servicio de consumo específico, obtenemos la curva de oferta de la industria. Sin embargo, la *Curva de Oferta Agregada* de una industria depende del plazo de producción. En el <u>Corto Plazo</u>, es la suma horizontal de las curvas de costos marginales de las empresas por encima de sus puntos de cierre. En la Figura 3.30 podemos ver el caso de dos bienes:

10 Es también posible obtener una Función de Beneficios Máximos en el corto plazo, sustituyendo la función de oferta de la empresa en el corto plazo en la función de beneficios respectiva.

Figura 3.30: Oferta agregada de la Industria en el Corto Plazo

La oferta agregada de la industria en el corto plazo es igual a la suma de las ofertas de todas las empresas competitivas en el corto plazo.

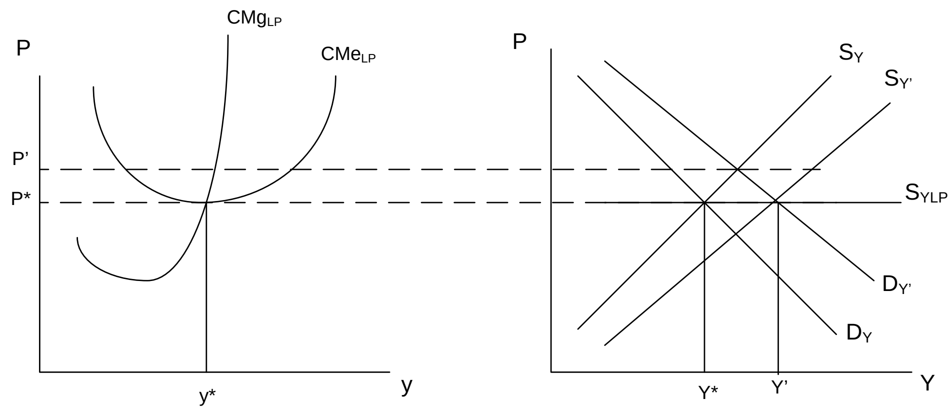


Para derivar la curva de oferta de la industria en el *Largo Plazo*, partimos de una empresa en equilibrio de largo plazo. Así, como se puede ver en la Figura 3.31 ante un aumento de la demanda, la empresa tendrá beneficios, lo cual llevará a un aumento del número de empresas en la industria, lo cual tendrá consecuencias en los mercados de factores. Si asumimos que los precios de los factores no cambian cuando aumenta su demanda agregada, entonces las curvas de costos medios no cambiarán y seguirán entrando empresas hasta que el precio se haga igual al costo mínimo inicial. Esto determinará que el precio, que había subido, baje de nuevo al nivel inicial, y que la curva de oferta de la industria en el largo plazo sea horizontal al nivel de los costos medio mínimos de largo plazo. Entonces si N es el número de empresas, vemos que el nuevo equilibrio se alcanza con el mismo tamaño de empresa, pero con un mayor número de empresas en la industria:

$$Y^* = N^* y^* > N' y^*$$

Figura 3.31: Oferta agregada de la Industria en el Largo Plazo

La oferta agregada de la industria en el largo plazo es igual a línea horizontal que une los puntos Y* - Y’, al precio P*.



Si las curvas de oferta de los factores (o al menos de uno de ellos) son de pendiente positiva, las curvas de costos se elevarán al aumentar la producción en la industria, por lo cual no entrarán tantas empresas nuevas a la industria como en el caso de costes constantes, y la curva de oferta agregada tendrá pendiente positiva. Una situación similar se dará si las curvas de oferta de los factores (o al menos una de ellas) tuvieran pendiente negativa: bajarían las curvas de costos medios, entrarían más empresas a la industria que en el primer caso y la curva de oferta agregada tendría pendiente negativa.

4.1.4 La Elasticidad Precio de Oferta

Definimos la *Elasticidad Precio de Oferta* es el cambio porcentual en la cantidad del bien producida ante una elevación de 1% en el precio del bien:

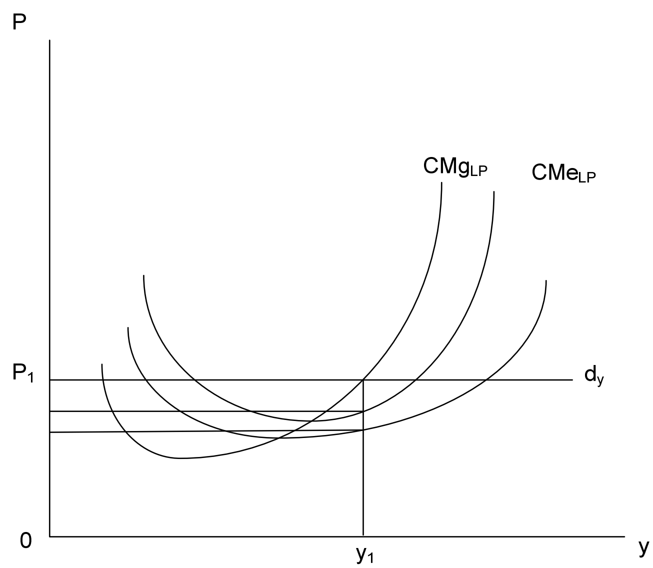
$$\varepsilon_{y,p} = \frac{\partial y / y}{\partial P / P} = \left(\frac{\partial y}{\partial P}\right)\left(\frac{P}{y}\right) \qquad (lxi)$$

4.1.5 Excedente del Productor

El excedente del productor es la diferencia entre el ingreso total de los empresarios y el costo de oportunidad de los factores variables. En la Figura 3.32 el excedente del consumidor sería el área entre la recta de precio y la curva de costos marginales. Otra manera de medirlo es sumando los costos fijos más los beneficios de la empresa en el corto plazo.

Figura 3.32: Excedente del productor a nivel de empresa

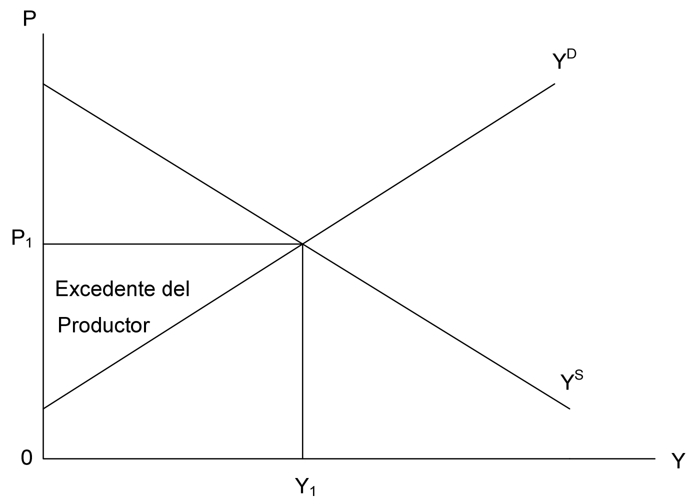
El excedente del consumidor es igual al área entre la línea del precio y la curva de costos marginales; o igual a la suma de los costos fijos más los beneficios económicos.



Dado que el área bajo los costos marginales representa el costo de producir determinada cantidad de un bien, y que la curva de oferta de la industria en el corto plazo es igual a la suma horizontal de las curvas de costos marginales de las empresas, a nivel agregado el excedente del consumidor se mide por el área entre la línea del precio de equilibrio y la curva de oferta de la industria.

Figura 3.33: Excedente del productor a nivel agregado

Es la diferencia entre el ingreso total de la industria $(P_1.Y_1)$ y el costo de oportunidad de los factores variables empleados.



4.2 Maximización de los beneficios desde el punto de vista de los factores

En esta sección analizamos de nuevo el problema de la empresa, pero a parir de una función de producción $y = f(l,k)$, donde l son las horas-hombre y k son las horas-máquina. La medición del capital es un problema complejo que ha suscitado no pocas controversias entre los economistas; sin embargo, por simplicidad en este texto asumiremos que el capital es homogéneo.

4.2.1 La Empresa en el Corto Plazo

Si el capital es constante a un nivel de k_0, la función de producción es de corto plazo. Entonces, los beneficios serán:

$$Max \quad \Pi = Pf(l) - wl - CF$$

Donde $CF = rk_0$ es el costo fijo. Derivando los beneficios con respecto al trabajo:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial l} = P\frac{\partial f(l)}{\partial l} - w = 0$$

Obtenemos la *Condición de Maximización de Beneficios* en el corto plazo:

$$P\frac{\partial f(l)}{\partial l} = w \qquad (lxii)$$

Es decir, la empresa demandará horas de trabajo hasta que el ingreso adicional por cada hora contratada (precio por producto marginal del trabajo) sea igual al costo adicional de contratarla (tasa de salarios). Si ahora tomamos diferenciales totales a la expresión $(lxii)$ y reordenamos términos, obtenemos:

$$dl = \frac{1}{Pf_{ll}}(dw - f_l dP)$$

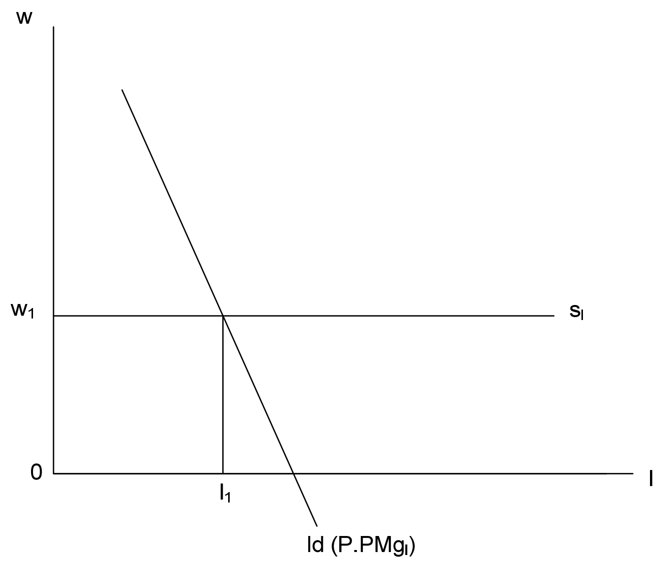
Como $f_{ll} < 0$, entonces podemos escribir la demanda de trabajo de la empresa:

$$l^d = l^d(\overset{-}{w}, \overset{+}{P}) \qquad (lxiii)$$

Donde la cantidad demandada de trabajo será menor si la tasa de salarios aumenta, y mayor si el precio del bien producido aumenta. En la Figura 3.34 vemos el equilibrio de la empresa en el corto plazo, donde la línea horizontal al nivel de la tasa de salarios (w_1) es la oferta de trabajo aparente. Es decir, la empresa competitiva puede demandar todo el trabajo que desea sin que varíe la tasa de salarios.

Figura 3.34: Curva de demanda de trabajo de la empresa en el corto plazo

La curva de demanda de trabajo de la empresa depende del precio del bien y de la productividad marginal del trabajo.



Finalmente, si remplazamos $(lxiii)$ en la función de producción obtenemos la función de oferta de la empresa competitiva en el corto plazo:

$$y^S = f[l^d(w,P)] = y^S(w,P) \qquad (lxiv)$$

4.2.2 La Empresa en el Largo Plazo

Si ahora dejamos variar el capital, los costos de capital dejan de ser fijos:

$$Max \quad \Pi = Pf(l,k) - wl - rk$$

Entonces derivamos los beneficios con respecto al trabajo y con respecto al capital:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial l} = P\frac{\partial f(l,k)}{\partial l} - w = 0 \qquad (lxv)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial k} = P\frac{\partial f(l,k)}{\partial k} - r = 0 \qquad (lxvi)$$

Lo cual lleva a la *Condición de Maximización de los Beneficios* en el largo plazo:

$$w = P.PMg_l \qquad (lxvii)$$

$$r = P.PMg_k \qquad (lxviii)$$

Diferenciando las expresiones $(lxvii)$ y $(lxviii)$, y reordenando términos obtenemos:

$$dl = \frac{1}{Pf_{ll}}(dw - f_l dP) - \frac{f_{lk}}{f_{ll}} dk \qquad (lxix)$$

$$dk = \frac{1}{Pf_{kk}}(dr - f_k dP) - \frac{f_{lk}}{f_{kk}} dl \qquad (lxx)$$

Si remplazamos la expresión (lxx) en la expresión $(lxix)$, obtenemos:

$$dl = \left(\frac{1}{f_{ll} f_{kk} - f_{lk}^{\ 2}}\right)\left[\frac{f_{kk}}{P} dw - f_{lk} dr\right] - (f_l f_{kk} - f_k f_{lk}) dP \qquad (lxxi)$$

Como $(f_{ll} f_{kk} - f_{lk}^{\ 2}) > 0$ por la condición de óptimo segundo orden (máximo), podemos escribir la demanda de trabajo de la empresa en el largo plazo:

$$l^d = l^d(\overset{-}{w}, \overset{-}{r}, \overset{+}{P}) \qquad (lxxii)$$

Remplazamos ahora la expresión $(lxix)$ en la expresión (lxx) y a partir del resultado obtenemos la función de demanda del capital en el largo plazo:

$$k^d = k^d(\overset{-}{w}, \overset{-}{r}, \overset{+}{P}) \qquad (lxxiii)$$

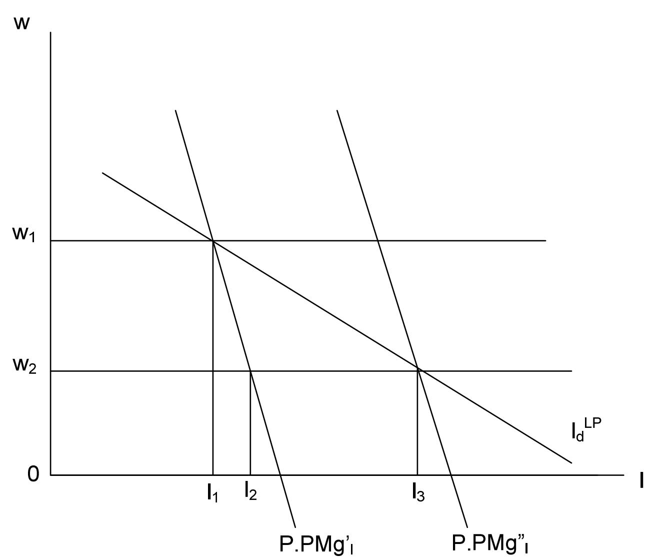
Finalmente, si remplazamos las expresiones $(lxxii)$ y $(lxxiii)$ en la función de producción obtendremos la función de oferta de la empresa competitiva:

$$y = f[l^d(w,r,P), k^d(w,r,P)] = y^s(\overset{-}{w},\overset{-}{r},\overset{+}{P}) \qquad (lxxiv)$$

Si comparamos las funciones de demanda de largo y corto plazo veremos que la primera es más elástica que la segunda. Esto es así porque al reducirse el salario y emplearse una mayor cantidad de servicios del trabajo, esto lleva a que la productividad marginal del capital también aumente ya que ambos factores son complementarios en la producción. Esto, a su vez, lleva a que el capital empleado aumente para mantener el equilibrio. Debido a la complementariedad entre los factores, la productividad marginal del trabajo también se elevará ante el aumento del capital, lo cual llevará a un aumento de las horas de trabajo empleadas para mantener el equilibrio. Como se puede ver en la Figura 3.35 el nuevo equilibrio se alcanzará cuando las condiciones $(lxvii)$ y $(lxviii)$ se cumplan al mismo tiempo:

Figura 3.35: Curva de Demanda de Trabajo de la empresa en el largo plazo

La curva de demanda de trabajo de largo plazo es más elástica que la curva de demanda de trabajo de corto plazo debido a la complementariedad del trabajo con el capital.



Finalmente, si sustituimos $(lxxii)$ y $(lxxiii)$ en la función de beneficios obtenemos:

$$\Pi = Pf[l^d(w,r,P), k^d(w,r,P)] - wl^d(w,r,P) - rk^d(w,r,P)$$

$$\Pi^* = \Pi^*(w,r,P) \qquad (lxxii)$$

Que es la *Función de Beneficios Máximos*. Derivando Π^* con respecto a la tasa de salarios:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial w} = P\left[\left(\frac{\partial f}{\partial l}\right)\left(\frac{\partial l}{\partial l^d}\right)\left(\frac{\partial l^d}{\partial w}\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial k}\right)\left(\frac{\partial k}{\partial k^d}\right)\left(\frac{\partial k^d}{\partial w}\right)\right] - \left[l^d + w\left(\frac{\partial l^d}{\partial w}\right) + r\left(\frac{\partial k^d}{\partial w}\right)\right]$$

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial w} = P\left[\left(\frac{\partial f}{\partial l}\right)\left(\frac{\partial l^d}{\partial w}\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial k}\right)\left(\frac{\partial k^d}{\partial w}\right)\right] - \left[l^d + w\left(\frac{\partial l^d}{\partial w}\right) + r\left(\frac{\partial k^d}{\partial w}\right)\right]$$

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial w} = \left[P\left(\frac{\partial f}{\partial l}\right) - w\right]\left(\frac{\partial l^d}{\partial w}\right) + \left[P\left(\frac{\partial f}{\partial h}\right) - r\right]\left(\frac{\partial k^d}{\partial r}\right) - l^d$$

Dado que las dos primeras expresiones son iguales a cero por condición de maximización de beneficios, entonces, se cumple el *Lema de Hotelling* para el caso del trabajo[11]:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial w} = -l^d(w,r,P) \qquad (lxxiii)$$

Es decir, si derivamos la función de beneficios máximos con respecto al precio del trabajo, obtenemos la función de demanda de trabajo de la empresa. De manera similar, si derivamos la función de beneficios máximos con respecto a la tasa de renta del capital, obtenemos la función de demanda de capital de la empresa:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial r} = -k^d(w,r,P) \qquad (lxxiv)$$

11 La misma condición se cumple para el caso de la función de beneficios máximos de corto plazo.

4.2.3 Maximización de Beneficios y Eficiencia Económica

La condición de maximización de beneficios en el largo plazo está dada por las expresiones $(lxvii)$ y $(lxviii)$. Si ahora dividimos una entre la otra obtenemos la condición de eficiencia económica:

$$\frac{PMg_l}{PMg_k} = \frac{w}{r} \qquad (lxxv)$$

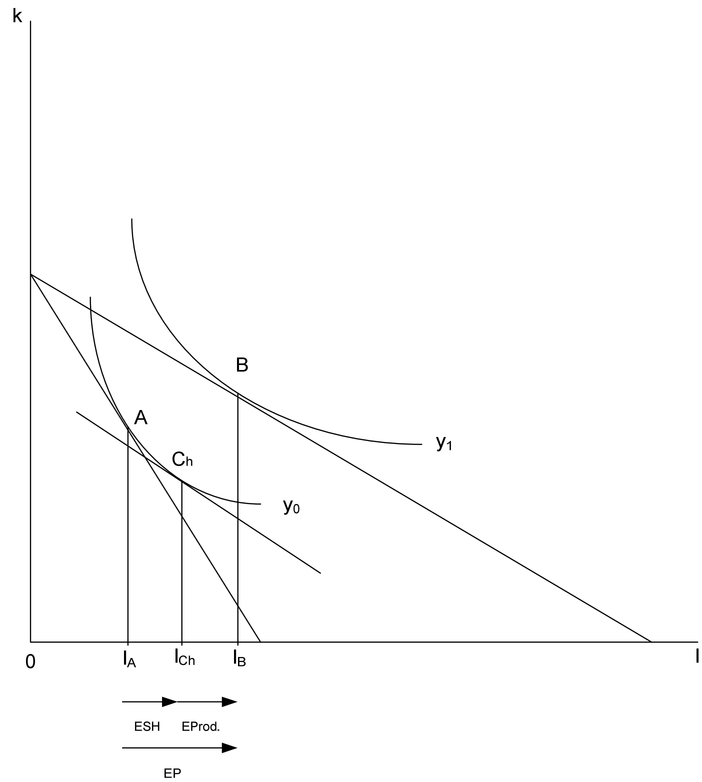
Entonces, si la empresa maximiza beneficios en el largo plazo, también será eficiente desde el punto de vista económico. Lo contrario no necesariamente es cierto, ya que todos los puntos de la curva de costos medios son puntos de eficiencia económica, y los beneficios son máximos solamente en uno de sus puntos.

4.2.4 La Ecuación de Slustky y el Teorema de la Dualidad

En el caso de un cambio en el costo del trabajo se dan dos efectos. En primer lugar, el trabajo se hace relativamente más barato, lo cual lleva a un cambio hacia una técnica más intensiva en trabajo, dado el mismo nivel de producción (*Efecto Sustitución*); en segundo lugar, dado que la tasa salarial ha caído, es posible producir más al mismo costo (*Efecto Producto*). De manera similar al caso de la demanda de bienes, el efecto sustitución siempre será negativo; en el caso del efecto producto, este siempre será negativo, sea el factor normal o inferior. En la Figura 3.6 podemos ver el caso en el cual el trabajo es un factor normal.

Figura 3.36: Efectos Sustitución y Producto

La suma del efecto sustitución a la Hicks $(l^A \rightarrow l^{C_h})$ y el efecto producto $(l^{C_h} \rightarrow l^B)$ es igual al efecto precio $(l^A \rightarrow l^B)$.



Por el tercer teorema de dualidad sabemos que:

$$l^d(w,r) = l_{y_0}[w,r,y(w,r)]$$

Derivando la expresión con respecto a la tasa de salarios (w), obtenemos:

$$\frac{\partial l^d}{\partial w} = \frac{\partial l_{y_0}}{\partial w} + \left(\frac{\partial l_{y_0}}{\partial y_0}\right)\left(\frac{\partial y_0}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right)$$

Lo cual nos lleva a la Ecuación de Slustky, donde el primer término es el efecto sustitución, que siempre es negativo, y el segundo término es el efecto producto, que también es negativo. Esto nos permite decir que la curva de demanda de trabajo, representada por el efecto precio total, siempre tiene pendiente negativa:

$$\frac{\partial l^d}{\partial w} = \frac{\partial l_{y_0}}{\partial w} + \left(\frac{\partial l_{y_0}}{\partial y_0}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial w}\right) \qquad (lxxvi)$$

La razón por la cual el efecto producto es siempre negativo es que si el factor es normal, su producto marginal es positivo, y ante un aumento de la tasa salarial y la reducción consiguiente en el uso del trabajo, el producto caerá. Si el factor fuera inferior, su producto marginal sería negativo, y ante un aumento de la tasa de salarios y la reducción consiguiente en el uso del trabajo, el producto aumentaría (Ver Cuadro 3.1)

Cuadro 3.1: El Signo del Efecto Producto

	dl_{y0}/dy_0	dy/dw	Efecto Producto
Factor Normal	+	-	-
Factor Inferior	-	+	-

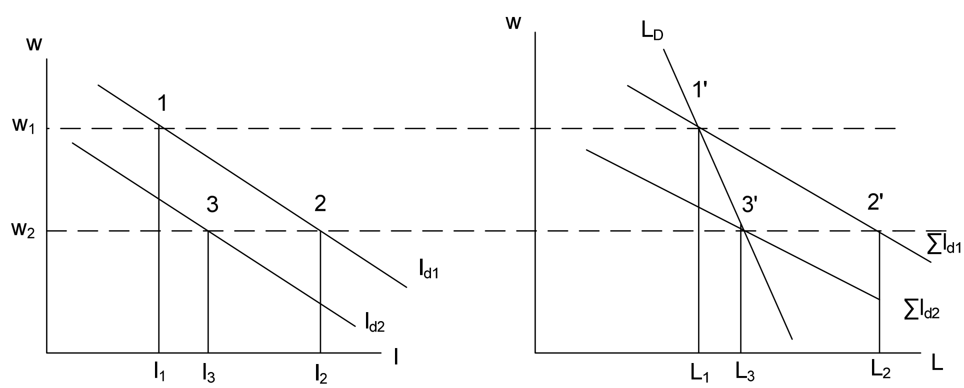
4.2.5 <u>La Curva de Demanda Agregada de Trabajo</u>

La demanda de trabajo en la industria se obtiene a partir de las demandas de trabajo de las empresas; sin embargo, debido a que los cambios en el mercado de trabajo afectan al mercado de bienes y vice versa, no podemos obtener la curva de demanda de trabajo agregada mediante una simple suma horizontal de las curvas de demanda individuales.

Como se puede ver en la Figura 3.37, si partimos del punto 1 sobre la curva l_{d1}, al reducirse la tasa salarial de w_1 a w_2, los servicios del trabajo demandados aumentan sobre dicha curva hasta llegar al punto 2. Sin embargo, la caída de la tasa salarial reduce los costos marginales de producción, lo cual lleva a un aumento de la oferta en el mercado de bienes. Esto determina, a su vez, una caída del precio del bien producido, lo cual lleva a una reducción de la demanda de trabajo a l_{d2}. Entonces, al caer la curva de demanda de la empresa, suponiendo que todas las empresas son iguales, se reduce también su suma horizontal (segundo panel). Entonces, la empresa (en el punto 3) y el mercado (en el punto $3'$) pasan a demandar una menor cantidad de servicios del trabajo a la tasa de salarios w_2. Por lo tanto, la *Curva de Demanda Agregada de Trabajo* será aquella que une los puntos $1'$ y $3'$, siendo entonces menos elástica que la suma de las demandas de trabajo a nivel de empresa.

Figura 3.37: Demanda de Trabajo Agregada

La demanda de trabajo agregada se obtiene a partir de las curvas de demanda de trabajo de las empresas, pero no es igual a la suma horizontal de dichas demandas.



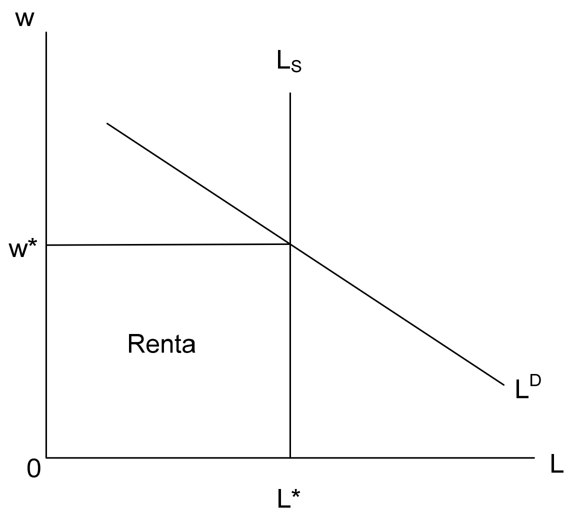
4.2.6 Renta Económica

Este concepto tiene su origen en el trabajo de David Ricardo, Principios de Economía Política y Tributación, publicado en 1817. En este libro Ricardo define la renta como: *"... aquella parte del producto de la tierra que se paga al terrateniente por el uso de las energías originarias e indestructibles del suelo."* En el esquema de Ricardo, la renta era consecuencia de diferencias en fertilidad y ubicación de la tierra.

En el análisis actual, renta es cualquier remuneración que un factor recibe por encima de su costo de oportunidad. Es decir, la diferencia entre sus ingresos y dicho costo. En la Figura 3.38 podemos ver el caso en que el factor tiene un costo de oportunidad cero. En ese caso todo su ingreso es renta, ya que el factor no tiene un uso alternativo.

Figura 3.38: Renta Económica – Factor con Costo de Oportunidad Nulo

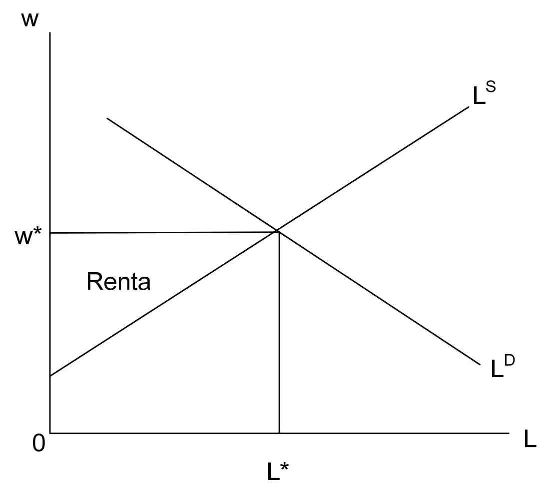
En este caso, que es el que estudio Ricardo, todo el ingreso del factor es renta.



Cuando la oferta tiene pendiente positiva, el factor tiene usos alternativos por lo cual su costo de oportunidad es positivo. Entonces la renta será el área entre la tasa salarial de equilibrio y la curva de oferta de trabajo. Asimismo, el área debajo de la curva de oferta mide el costo de transferencia del factor.

Figura 3.39: Renta Económica – Factor con Costo de Oportunidad Positivo

En este caso la renta es el área entre la línea del salario de equilibrio y la curva de oferta del factor.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrow, K., Chenery, H., Minhas, B. y R. Solow
1961 Capital – Labor Substitution and Economic Efficiency. *The Review of Economic Studies*. Vol. XLIII, No 3, August.

Cobb, C. W. y P. H. Douglas
1928 A Theory of Production. *The American Economic Review*, Vol. 18 (supplement): pp. 139–165.

Figueroa, A.
1996 *Teorías Económicas del Capitalismo*. Lima: Fondo Editorial de la PUCP.

1989 *La Economía campesina de la Sierra del Perú*. Cuarta Edición. Lima: Fondo Editorial de la PUCP.

Garavito, C.
2010 Vulnerabilidad en el Empleo, Género y Etnicidad en el Perú. Revista *Economía*, Vol. XXXIII, No 65, Julio-Diciembre. Lima: Departamento de Economía de la PUCP.

Hicks, J. R.
1976 *Valor y Capital*. Bogotá: Fondo de Cultura Económica. Cuarta reimpresión de la primera edición en español de 1945. Publicado por primera vez en inglés en 1939.

Jiménez, F., Aguilar, G. y J. Kapsoli
1999 *De la Industrialización Proteccionista a la Desindustrialización Neoliberal*. Consorcio de Investigación Económica – Departamento de Economía de la PUCP.

Kreps, M.
1995 *Curso de Teoría Económica*. Madrid: McGraw – Hill / Interamericana de España.

Marshall, A.
1979 *Principles of Economics: an introductory volume*. London: Macmillan Press. Publicado por primera vez en 1890.

Morales, R., Rodríguez, J., Higa, M. y R. Montes
2010 *Transiciones Laborales, reformas Estructurales y Vulnerabilidad Laboral en el Perú (Perú 1998 – 2008)*. Documento de Trabajo 281. Lima: Departamento de Economía de la PUCP.

Ricardo, D.
1959 *Principios de Economía Política y Tributación*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica. Publicado por primera vez en 1817.

ÚLTIMAS PUBLICACIONES DE LOS PROFESORES DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Libros

Félix Jiménez
2012 *Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta* (Tomos I y II). Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Félix Jiménez
2012 *Crecimiento económico: enfoques y modelos.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Janina León Castillo y Javier M. Iguiñiz Echeverría (Eds.)
2011 *Desigualdad distributiva en el Perú: Dimensiones.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Alan Fairlie
2010 Biocomercio en el Perú: Experiencias y propuestas. Lima, Escuela de Posgrado, Maestría en Biocomercio y Desarrollo Sostenible, PUCP; IDEA, PUCP; y, LATN.

José Rodríguez y Albert Berry (Eds.)
2010 *Desafíos laborales en América Latina después de dos décadas de reformas estructurales. Bolivia, Paraguay, Perú (1997-2008).* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú e Instituto de Estudios Peruanos.

José Rodríguez y Mario Tello (Eds.)
2010 *Opciones de política económica en el Perú 2011-2015.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Felix Jiménez
2010 *La economía peruana del último medio siglo.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Felix Jiménez (Ed.)
2010 *Teoría económica y Desarrollo Social: Exclusión, Desigualdad y Democracia. Homenaje a Adolfo Figueroa.* Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

José Rodriguez y Silvana Vargas
2009 *Trabajo infantil en el Perú. Magnitud y perfiles vulnerables. Informe Nacional 2007-2008.* Programa Internacional para la Erradicación del Trabajo Infantil (IPEC). Organización Internacional del Trabajo.

Óscar Dancourt y Félix Jiménez (Ed.)
2009 *Crisis internacional. Impactos y respuestas de política económica en el Perú*. Lima, Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.

Serie: Documentos de Trabajo

No. 337 "El efecto del orden de nacimiento sobre el atraso escolar en el Perú". Luis García Núñez. Setiembre, 2012.

No. 336 "Modelos de oligopolios de productos homogéneos y viabilidad de acuerdos horizontales". Raúl García Carpio y Raúl Pérez-Reyes Espejo. Setiembre, 2012.

No. 335 "Políticas de tecnologías de información y comunicación en el Perú, 1990-2010". Mario D. Tello. Setiembre, 2012.

No. 334 "Explaining the Transition Probabilities in the Peruvian Labor Market". José Rodríguez y Gabriel Rodríguez. Agosto, 2012.

No. 333 "Los programas de garantía de rentas en España: la renta mínima de inserción catalana y sus componentes de inserción laboral". Ramón Ballester. Agosto, 2012.

No. 332 "Real Output Costs of Financial Crises: a Loss Distribution Approach". Daniel Kapp y Marco Vega. Junio, 2012.

No. 331 "Microeconomía: aplicaciones de la teoría del consumidor". Cecilia Garavito. Junio, 2012.

No. 330 "Desprotección en la tercera edad: ¿estamos preparados para enfrentar el envejecimiento de la población?". Luis García Núñez. Junio, 2012.

No. 329 "Microeconomía: preferencias y elecciones de los consumidores". Cecilia Garavito. Mayo, 2012.

No. 328 "Orígenes históricos de la desigualdad en el Perú". Carlos Contreras, Stephan Gruber y Cristina Mazzeo. Mayo, 2012.

Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú
Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Telf. 626-2000 anexos 4950 - 4951
http://www.pucp.edu.pe/economia