DT

DECON

DOCUMENTO DE TRABAJO

Nº 490

LA DINÁMICA DE LA INVERSIÓN PRIVADA. EL MODELO DEL ACELERADOR FLEXIBLE EN UNA ECONOMÍA ABIERTA

Waldo Mendoza Bellido

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

PUCP

DOCUMENTO DE TRABAJO N° 490

La dinámica de la inversión privada. El modelo del acelerador flexible en una economía abierta

Waldo Mendoza Bellido

Mayo, 2020

DEPARTAMENTO
DE **ECONOMÍA**

DOCUMENTO DE TRABAJO 490
http://doi.org/10.18800/2079-8474.0490

La dinámica de la inversión privada. El modelo del acelerador flexible en una economía abierta
Documento de Trabajo 490

Editado e Impreso:
© Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Teléfono: (51-1) 626-2000 anexos 4950 - 4951
econo@pucp.edu.pe
http://departamento.pucp.edu.pe/economia/publicaciones/documentos-de-trabajo/

Encargado de la Serie: Jorge Rojas Rojas
Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
jorge.rojas@pucp.edu.pe
Primera edición – Mayo, 2020.

ISSN 2079-8474 (En línea)

LA DINÁMICA DE LA INVERSIÓN PRIVADA

El modelo del acelerador flexible en una economía abierta

Waldo Mendoza Bellido[1]

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo del acelerador flexible para el caso de una economía abierta. La presentación parte de la determinación del stock del capital deseado u óptimo del empresario, al que se le incorporan los costos de alterar el stock de capital existente a su nivel deseado.

En términos formales, es un modelo dinámico en tiempo discreto que permite evaluar los impactos de modificaciones en las variables exógenas sobre las variables endógenas para el corto plazo o periodo de impacto, el tránsito hacia el equilibrio estacionario, y el cambio entre un equilibrio estacionario y otro. Así mismo, el modelo permite hacer dinámicas comparativas, es decir, evaluar el impacto de las variables exógenas sobre la trayectoria de las variables endógenas.

Clasificación JEL: E22, E32

Palabras claves: inversión, acelerador flexible, estática y dinámica comparativa

---

[1] Profesor e investigador del Departamento de Economía de la PUCP. Agradezco la impecable asistencia de Yuliño Anastacio.

THE DYNAMICS OF PRIVATE INVESTMENT

The Flexible Accelerator Model in an Open Economy

ABSTRACT

This work explores a flexible accelerator model in an open economy. This presentation begins setting the optimal capital stock of the entrepreneur, to which the costs of altering the existing capital stock are integrated to its target level.

In formal terms, it is discrete-time a dynamic model that allows to analyse the changes in the exogenous variables on the endogenous ones in the short-run or period of impact, the transition to stationary equilibrium, and the change between stationary equilibria. Moreover, the model allows to perform comparative dynamics; in other words, appraising the impact of the exogenous variables on the trajectory of endogenous variables.

JEL Classification: E22, E32

Keywords: investment, flexible accelerator model, statics and comparative dynamics.

INTRODUCCIÓN

¿Cuál es la dinámica de la inversión privada? En este artículo se presenta un modelo del acelerador flexible para el caso de una economía abierta. La presentación parte de la determinación del stock del capital deseado u óptimo del empresario, al que se le incorporan los costos de alterar el stock de capital existente a su nivel deseado.

En términos formales, es un modelo dinámico en tiempo discreto que permite evaluar los impactos de modificaciones en las variables exógenas sobre las variables endógenas para el corto plazo o periodo de impacto, el tránsito hacia el equilibrio estacionario, y el cambio entre un equilibrio estacionario y otro. Las variables endógenas del modelo son el stock de capital, la inversión y el valor de la producción. Así mismo, el modelo permite hacer dinámicas comparativas, es decir, evaluar el impacto de las variables exógenas sobre la trayectoria de las variables endógenas.

El artículo cuenta con 4 secciones. En la primera sección se expone el modelo. En la sección 2 se discute la naturaleza de la estática y la dinámica comparativa. En la sección 3 se desarrollan ejercicios de estática y dinámica comparativa en el modelo. La sección 4 es de conclusiones y extensiones

1. EL MODELO

Este modelo es una extensión del modelo de economía cerrada presentado en el capítulo 4 del libro de De Gregorio (2007), un modelo de la variedad del acelerador flexible de Hall y Jorgenson (1967). Las principales extensiones son dos. En primer lugar se ha formalizado el modelo de tal manera que se pueden hacer ejercicios de estática y dinámica comparativa para las variables endógenas del modelo: el stock de capital, la inversión y el valor de la producción. En segundo lugar, se ha considerado la apertura de la economía al comercio internacional.

En este modelo, la empresa capitalista que maximiza utilidades elige un stock de capital consistente con su racionalidad. Sin embargo, hay algunos costos de ajuste que impiden a la empresa alcanzar instantáneamente el stock de capital óptimo, por lo que se configura un tránsito gradual hacia dicho óptimo.

El stock de capital óptimo

Sea una empresa capitalista que tiene la siguiente función de producción de rendimientos marginales decrecientes, siendo (Y_t) la producción durante el periodo t, A la productividad total de los factores, K_t el stock de capital al inicio del periodo t, L la mano de obra, y α y $1-\alpha$ las participaciones del capital y la mano de obra en el proceso productivo, respectivamente.

$$Y_t = AK_t^{\alpha}L^{1-\alpha}; 0 < \alpha < 1 \qquad (1)^2$$

La economía en consideración es abierta al comercio internacional, aunque en un sentido limitado. Esta economía produce en parte para el mercado local y en parte para exportar y, debido a que es pequeña, rige en ella la ley de un solo precio. El precio al que se vende localmente (P), es igual al precio en dólares de la exportación (P^*), multiplicado por el tipo de cambio nominal (E). Es decir,

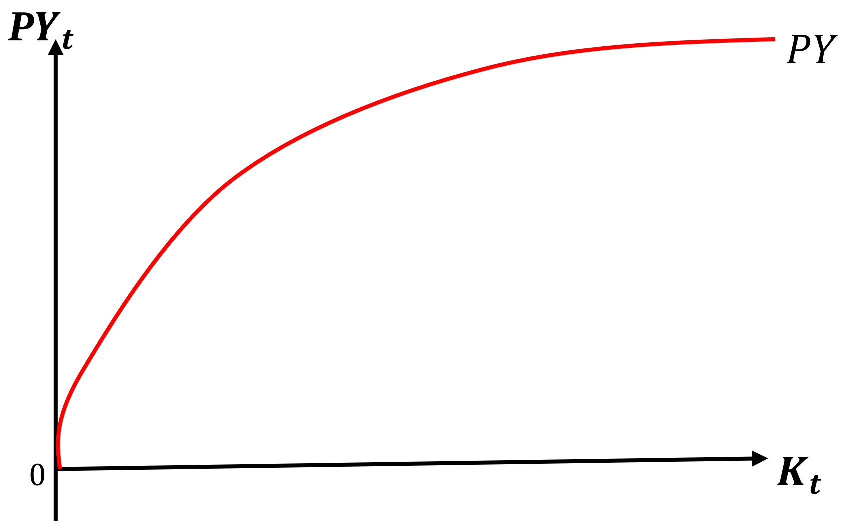
$$P = EP^* \qquad (2)$$

El valor de la producción, que equivale al valor de las ventas[3], se expresa en la ecuación (3) y en la figura 1.

$$PY_t = PAK_t^{\alpha}L^{1-\alpha}; 0 < \alpha < 1 \qquad (3)$$

Figura 1

El valor de la producción



---

[2] Las variables endógenas del modelo son la producción, el stock de capital y la inversión. Por eso, el sub índice del tiempo (t) solo se asigna a estas variables.

[3] En una economía pequeña y abierta, la demanda por exportaciones es perfectamente elástica. En consecuencia, todo lo que no se puede vender localmente, se exporta.

Los costos de esta empresa (C), provienen del costo salarial (WL), donde W es el salario nominal y L, el empleo; y del costo del arrendamiento del capital (RK), siendo R el costo de arrendar el capital o la maquinaria, y K es el stock de capital.

$$C = WL + RK_t \tag{4}$$

Por otro lado, la tasa de interés real (r), es aproximadamente igual[4] a la tasa de interés nominal (i), menos la tasa de inflación esperada, π^e. Es decir,

$$r = i - \pi^e \tag{5}$$

En un mercado competitivo, el precio al que se arrienda la maquinaria o el equipo debe ser equivalente al costo de usar la maquinaria o el equipo comprado. Suponga que una empresa compra una unidad de capital a un precio P_k. El costo alternativo o costo de uso de ese capital tiene tres componentes. Uno, los recursos podrían haber sido depositados en una cuenta bancaria, ganando un interés de iP_k. Dos, el bien de capital se deprecia, a un δ por ciento, por lo que hay un costo por depreciación de δP_K. Por último, el precio del bien de capital podría subir o bajar al final del periodo, provocando pérdidas o ganancias al empresario, $\hat{P}_K = \frac{P_{Kt+1} - P_{Kt}}{P_{Kt}} \gtrless 0$.

En consecuencia, el arriendo del capital es igual al costo de uso del capital,

$$R = P_K(i + \delta - \hat{P}_K) \tag{6}$$

Considerando la ecuación (5), y asumiendo que la inflación esperada es igual a la inflación observada ($\pi = \pi^e$), la ecuación anterior puede también expresarse como,

$$R = P_K\left[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)\right] \tag{7}$$

Los costos de la empresa, por lo tanto, pueden representarse en la ecuación (8) y la figura 2.

$$C = WL + P_K\left[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)\right]K_t \tag{8}$$

---

4 La fórmula completa viene dada por $r = \frac{i - \pi^e}{1 + \pi^e}$.

Figura 2

Los costos de la empresa

El objetivo de la empresa capitalista es la maximización de las utilidades, U, la diferencia entre los ingresos y los costos:

$$Max. U = PY - WL - P_K[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)]K_t \tag{9}$$

Maximizando las utilidades, con la restricción de la función de producción, de acuerdo a la primera condición, resulta[5]:

$$\frac{\partial U}{\partial K} = PY_K - P_K[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)] = 0$$

De la expresión anterior se desprende que cuando la utilidad es máxima, el costo de uso del capital es equivalente al valor de producto marginal del capital, siendo Y_K el producto marginal del capital.

$$P_K[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)] = PY_K \tag{10}$$

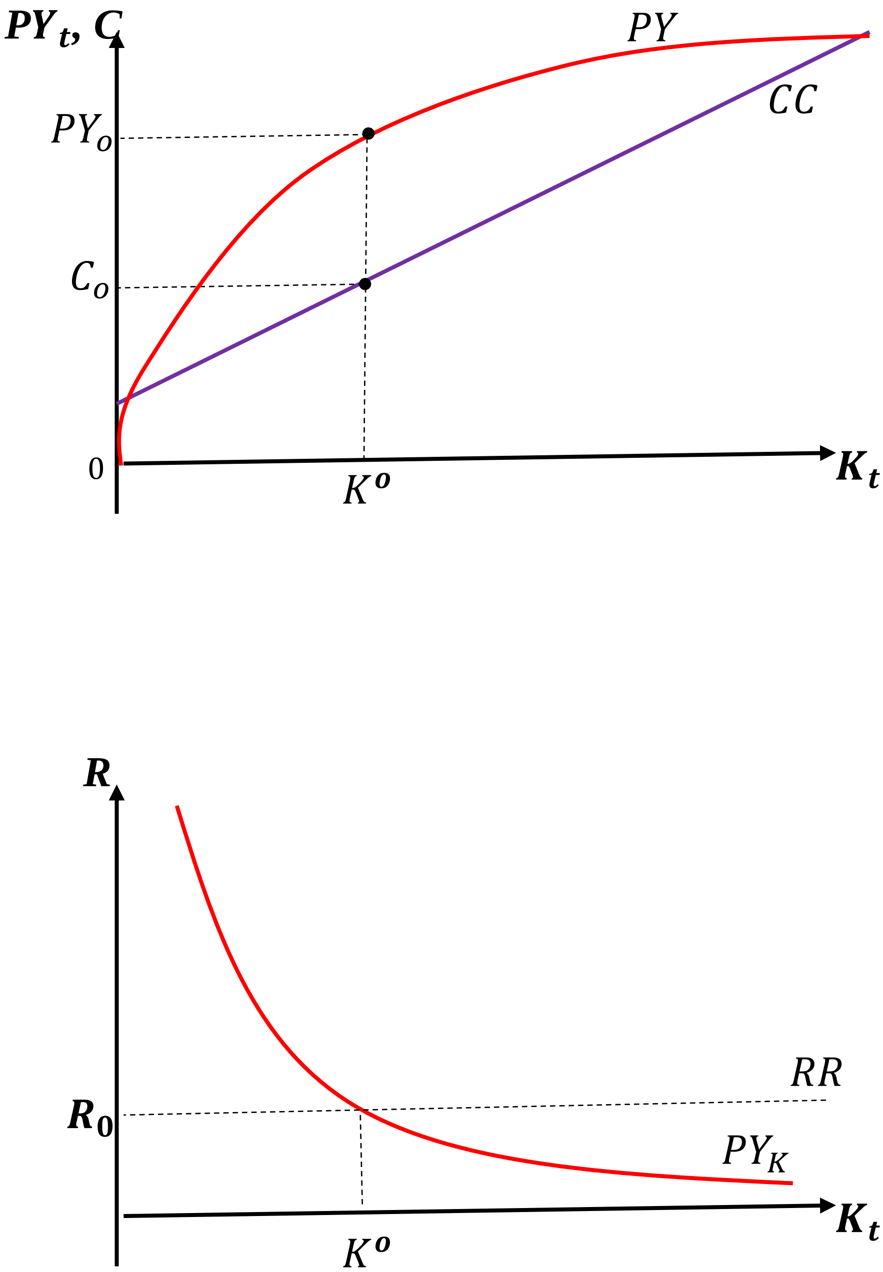
En la parte superior de la figura 3 se presenta la condición de maximización de utilidades, la que ocurre cuando la pendiente de la curva del valor de la producción se iguala con la pendiente de la recta de costos. En la parte inferior se presenta la situación

[5] La segunda condición también se cumple, pues $U_{KK} = -\frac{\alpha(1-\alpha)PY_0}{K^2}$ <0.

en la que la curva del valor del producto marginal del capital se intersecta con el costo de uso del capital. Es así como la empresa alcanza el stock de capital óptimo, K^0.

Figura 3

La maximización de utilidades y el capital óptimo



El producto marginal del capital, a su vez, es igual a,

$$Y_K = \frac{\alpha Y_0}{K} \tag{11}$$

Donde $Y_0 = AK_0^{\alpha} L^{1-\alpha}$, es el nivel de producción cuando $t = 0$.

Reemplazando (11) en (10), y reordenando, arribamos a la siguiente expresión del stock de capital óptimo o deseado por la empresa (K^0).

$$K^0 = \frac{\alpha P Y_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]} \ ; Y_0 = AK_0^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{12}$$

Es decir, según la ecuación (12), el stock de capital que es óptimo para el empresario, en ausencia de costos de ajuste, depende negativamente del precio de la maquinaria, la tasa de interés, la tasa de depreciación y el diferencial entre la inflación de la maquinaria y la inflación agregada, y depende positivamente del nivel de precios[6], la producción en la situación inicial y la participación de la mano de obra en el proceso productivo.

La dinámica de la inversión privada

La ecuación (12) describe una situación irreal en la que la empresa puede modificar instantáneamente el stock de capital para alcanzar su nivel óptimo. En la práctica eso no es posible, pues hay costos que impiden el ajuste instantáneo. Como ejemplo, si una empresa necesita ampliar el tamaño de la planta, tiene que detener su funcionamiento, capacitar a los trabajadores para usar la planta ampliada, construir la planta, etcétera. Hay, entonces, costos de ajuste e irreversibilidades que hacen que el ajuste de la planta a su nivel óptimo sea gradual y no instantáneo.

Una empresa enfrenta a dos costos para poder alcanzar el stock de capital óptimo. El primero es el costo de que el capital de la empresa al inicio del periodo $t+1$ (K_{t+1}) esté lejos de su nivel óptimo (K^0), lo que implica que la empresa está obteniendo menores utilidades que las que obtendría en una situación ideal, pues no está maximizando beneficios. El otro está asociado al volumen de inversión misma ($K_{t+1} - K_t$), pues cuando mayor sea el monto de la inversión, mayor será ese coste.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la función de costos de la empresa vendrá dada por,

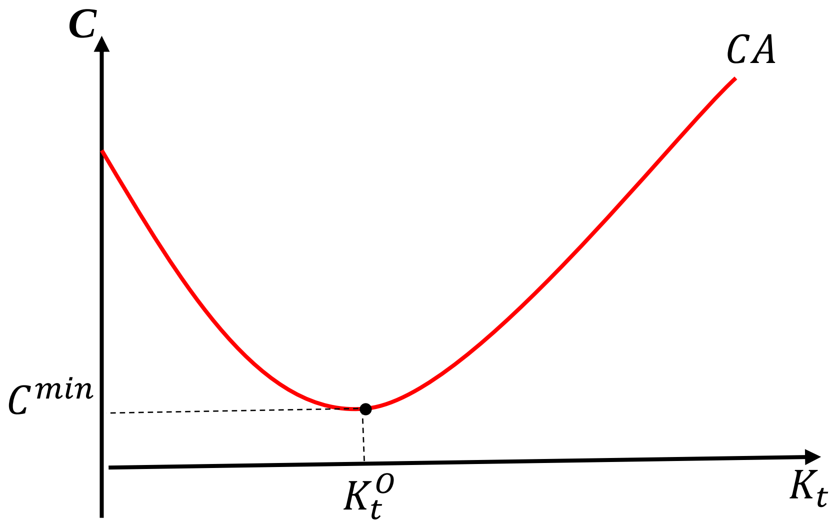
[6] Que a su vez, según la ecuación (2), depende del tipo de cambio nominal y del precio mundial de las exportaciones.

$$C = \epsilon(K_{t+1} - K^0)^2 + (K_{t+1} - K_t)^2 \quad (13)$$

En esta presentación, la incorporación del parámetro ϵ nos sirve para diferenciar la importancia relativa de los dos tipos de costos a los que enfrenta la empresa. Si $\epsilon > 1$, el costo de mover alterar el stock de capital hasta su nivel deseado será el relativamente más importante; si $0 < \epsilon < 1$, el costo de alterar el stock de capital será el más importante.

Figura 4

Los costos de ajuste



Como la empresa conoce K_t y K^0, debe decidir el nivel de K_{t+1} que le permita minimizar sus costos. En consecuencia, la primera condición para minimizar costos es[7],

$$\frac{\partial C}{\partial K_{t+1}} = \epsilon(K_{t+1} - K^0) + (K_{t+1} - K_t) = 0$$

[7] La segunda condición también se cumple, pues $C_{K_{t+1}K_{t+1}} = 1 + \epsilon > 0$.

De la primera condición de minimización de costos, según la ecuación (13), el stock de capital al inicio del periodo $t+1$ es igual a:

$$K_{t+1} = \frac{K_t}{1+\epsilon} + \lambda K^0; 0 < \lambda = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} < 1 \quad (14)$$

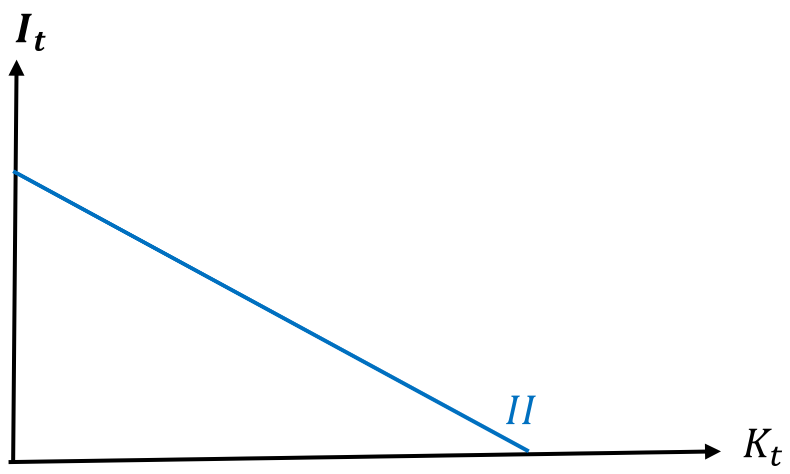
O, equivalentemente, a partir de la ecuación (13), puede derivarse que la inversión durante[8] el periodo t (I_t)[9], vendrá dada por:

$$I_t = (K_{t+1} - K_t) = \lambda(K^0 - K_t) \quad (15)$$

La ecuación de la inversión se representa en la figura 5.

Figura 5

La inversión



Por último, conjugando las ecuaciones (3) y (14), obtenemos la ecuación dinámica del valor de la producción para el periodo $t+1$, que se representa en la figura 6.

---

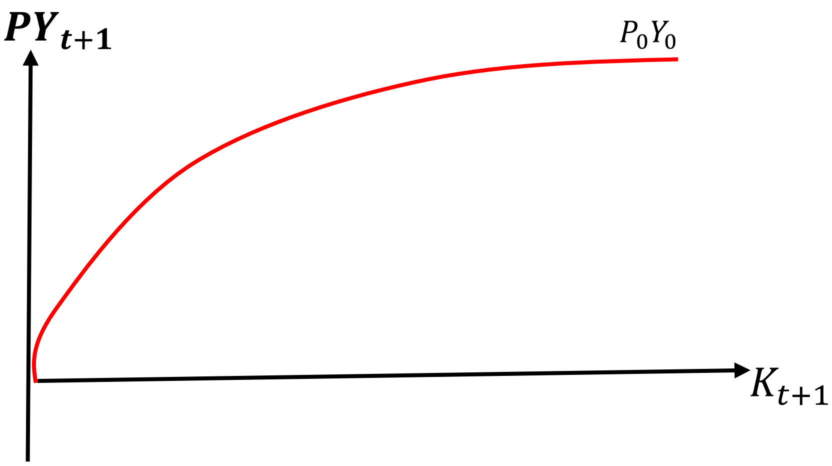
8 Note que estamos haciendo la distinción en la denominación de las variables de stock, como el stock de capital, que lo medimos en un punto del tiempo, y las variables flujo, como la inversión y la producción, que las medimos durante un periodo de tiempo.

9 Esta es una ecuación para la inversión neta. Para tratar la inversión bruta habría que incorporar la tasa de depreciación (δ) en el segundo término de la ecuación (12). Haciendo eso se llega a la ecuación para la inversión bruta: $I_{bt} = [K_{t+1} - (1-\delta)K_t] = \lambda[K^0 - (1-\delta)K_t]$.

$$PY_{t+1} = PA(K_{t+1})^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{16}$$

Figura 6

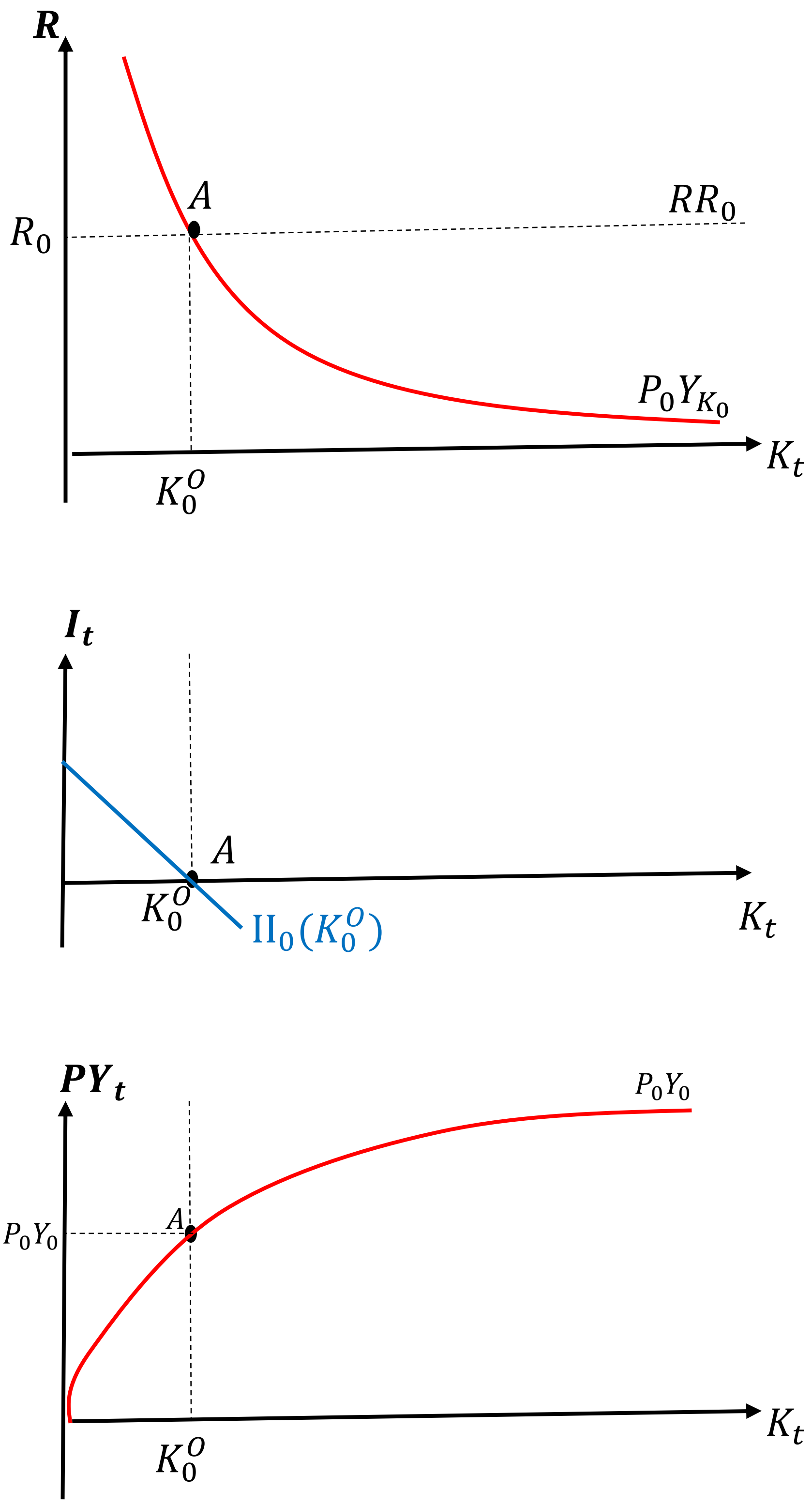
El valor de la producción



Combinando las figuras 3, 5 y 6, construimos la figura 7, en la que se muestran las tres variables endógenas de este modelo dinámico en tiempo discreto: el stock de capital, la inversión y la producción.

Figura 7

El modelo



Reemplazando (12) en (14) y (15), respectivamente, arribamos a las ecuaciones dinámicas con los determinantes del stock de capital, la inversión y la producción.

$$K_{t+1} = \frac{K_t}{1+\epsilon} + \lambda \frac{\alpha PY_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]} \tag{17}$$

$$I_t = \lambda \left(\frac{\alpha PY_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]} - K_t \right) \tag{18}$$

$$PY_{t+1} = PA\left[\frac{K_t}{1+\epsilon} + \lambda \frac{\alpha PY_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]} \right]^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{19}$$

En consecuencia, el stock de capital, la inversión privada y la producción son una función directa del nivel de actividad económica nominal, y dependen inversamente del costo de la maquinaria, la tasa de interés real y la tasa de depreciación del capital. El stock de capital al inicio del periodo $t+1$ es una función directa del stock de capital al inicio del periodo t; mientras que la inversión está negativamente asociada con esta última variable.

Por otro lado, si solucionamos la ecuación (14), que es una ecuación en diferencias de primer grado, obtenemos la ecuación (20).

$$K_{t+1} = (K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t + K^0 \tag{20}$$

Donde K_0 es el capital en su nivel inicial, cuando $t = 0$, y K^0 es el capital en el equilibrio estacionario, cuando $t \to \infty$, equivalente al stock de capital óptimo.

La pendiente de esta curva viene dada por,[10]

$$\left.\frac{\partial K_t}{\partial t}\right|_{KK} = (K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t Ln\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right) \gtreqless 0, \text{ dependiendo de si } K^0 \gtreqless K_0.$$

Reemplazando (20) en (15), se puede obtener también la ecuación que reproduce la dinámica de la inversión privada.

$$I_t = \lambda(K^0 - K_0)(\frac{1}{1+\epsilon})^t \tag{21}$$

La pendiente de esta curva es:

$$\left.\frac{\partial I_t}{\partial t}\right|_{II} = \lambda(K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t Ln\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right) \gtreqless 0, \text{ dependiendo de si } K^0 \gtreqless K_0.$$

10 Si $Y_t = b^{f(t)}$, entonces, $\frac{\partial Y_t}{\partial t} = f'(t)b^{f(t)}Lnb$.

Así mismo, reemplazando la ecuación (20) en la ecuación (16), se puede obtener también la ecuación con la dinámica del valor de la producción.

$$PY_{t+1} = PA\left[(K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t + K^0\right]^\alpha L^{1-\alpha} \tag{22}$$

La pendiente de esta curva es:

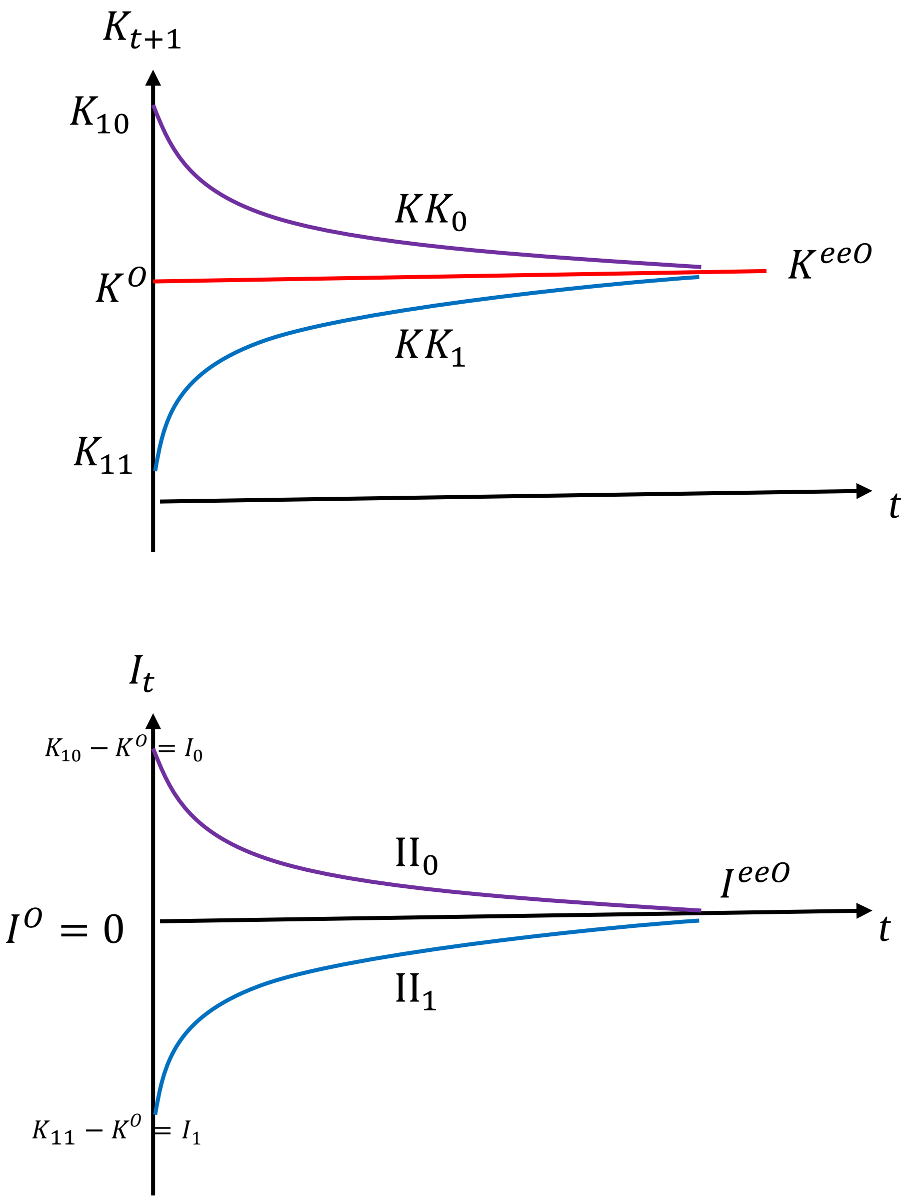
$$\left.\frac{\partial Y_t}{\partial t}\right|_{YY} = PAL^{1-\alpha}\alpha\left[(K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t + K^0\right]^{\alpha-1}(K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t Ln\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right) \gtreqless 0,$$

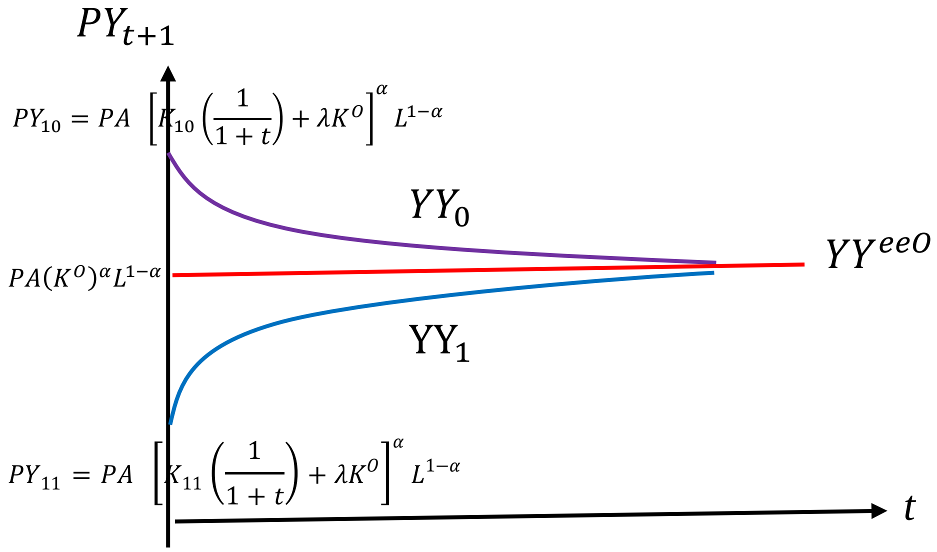
dependiendo de si $K^0 \gtreqless K_0$.

En la figura 8 se representan las ecuaciones (20), (21) y (22), que replican la dinámica del stock de capital, la inversión y la producción. Puede notar que para cada uno de estos casos las pendientes de las curvas son distintas, dependiendo del valor inicial de la brecha entre el stock de capital inicial y el stock de capital óptimo, $K_0 - K^0$.

Figura 8

La dinámica del capital, la inversión y la producción

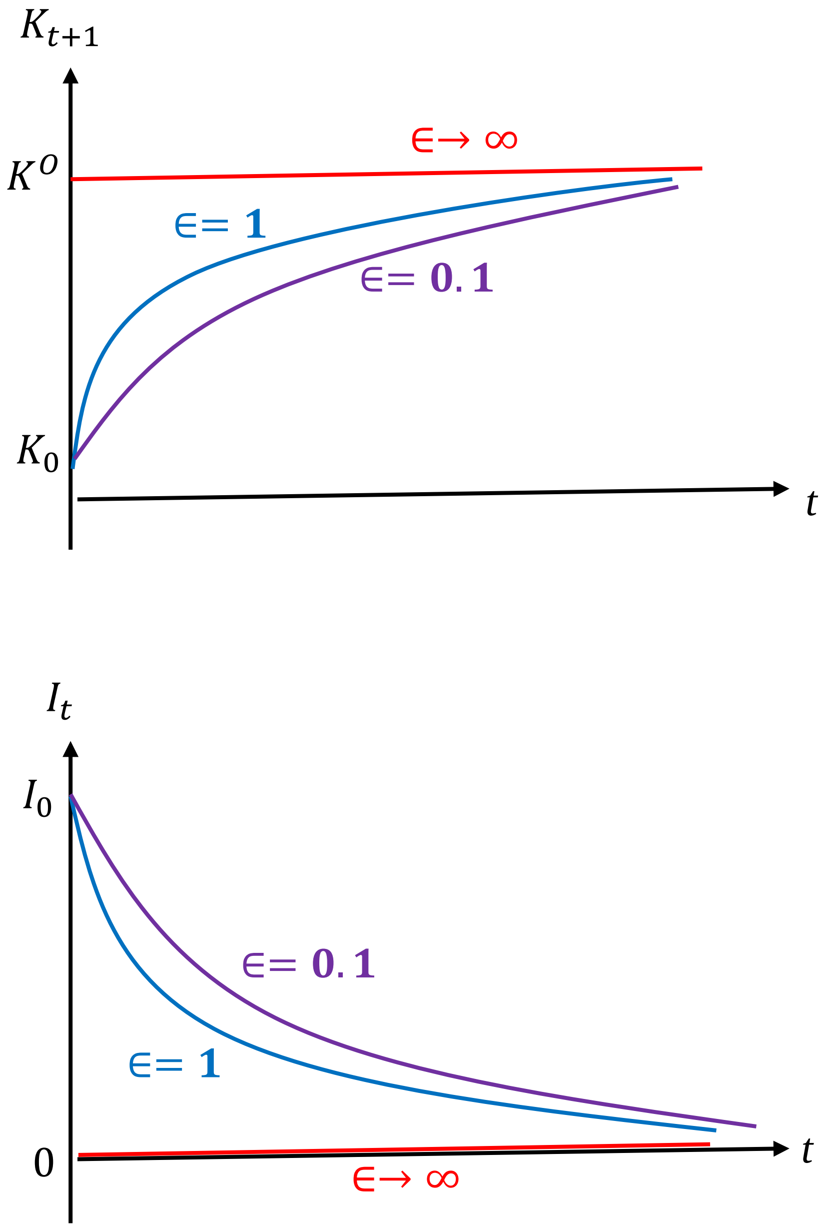


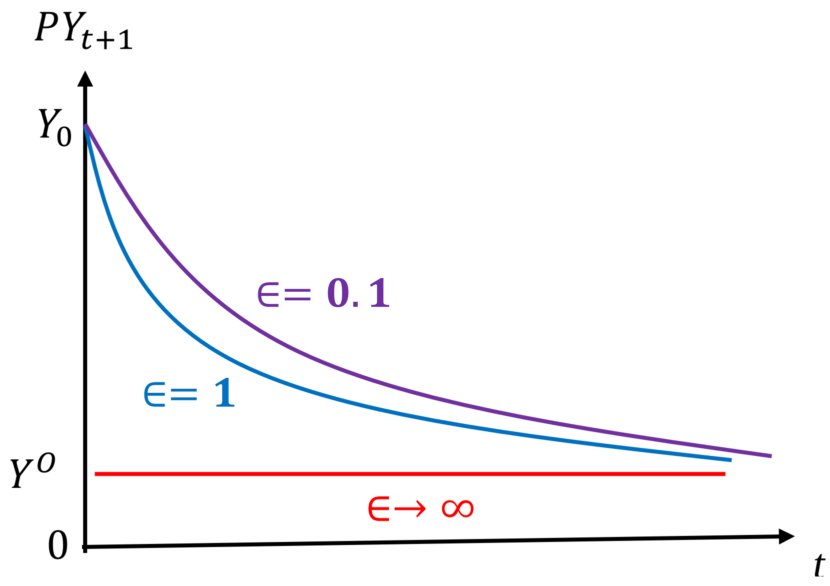


En la figura 9 puede apreciarse que el tiempo que demora alcanzar el equilibrio estacionario depende del parámetro ϵ. Cuanto más alto es este parámetro, más corto es el tiempo que la economía necesita para alcanzar dicho equilibrio.

Figura 9

El parámetro ϵ y las dinámicas de ajuste del stock de capital, la inversión y la producción





2. NOCIONES DE ESTÁTICA Y DINÁMICA COMPARATIVA

Tenemos a la mano un modelo dinámico en tiempo discreto. Con este modelo podemos hacer ejercicios de estática comparativa, comparar dos puntos de equilibrio, y dinámica comparativas, comparar dos trayectorias de equilibrio. Nuestras variables endógenas de interés son el stock de capital, la inversión y el valor de la producción.

En este modelo dinámico en tiempo discreto existen tres tipos de equilibrio. El equilibrio de corto plazo, que se refiere al equilibrio que se alcanza en el primer periodo o periodo de impacto. El equilibrio estacionario, es el equilibrio definitivo, cuando todas las variables endógenas han dejado de moverse, cuando las variables endógenas de este periodo son iguales a las del periodo anterior. Por último, existen los equilibrios "transitorios", que se producen entre un periodo y otro, en tránsito hacia el equilibrio estacionario final.

Con la estática comparativa evaluamos los impactos de corto plazo, los impactos en el equilibrio estacionario y los impactos en el tránsito al equilibrio estacionario. Para hacer los ejercicios del corto plazo y el tránsito hacia el equilibrio estacionario nos valemos de las ecuaciones (14), (15) y (16), considerando lo que pase con el stock de capital óptimo, ecuación (12) y considerando la ley de un solo precio, ecuación (2).

$$K_{t+1} = \frac{K_t}{1+\epsilon} + \lambda K^0; 0 < \lambda = \frac{\epsilon}{1+\epsilon} < 1 \qquad (14)$$

$$I_t = (K_{t+1} - K_t) = \lambda(K^0 - K_t) \qquad (15)$$

$$PY_{t+1} = PA(K_{t+1})^{\alpha} L^{1-\alpha} \qquad (16)$$

$$K^0 = \frac{\alpha P Y_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]} \; ; Y_0 = AK_0^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{12}$$

Con el apoyo de estas ecuaciones podemos evaluar los efectos en las variables endógenas en el corto plazo y el tránsito hacia el equilibrio estacionario, derivados de cambios en las variables exógenas del modelo.

Las variables endógenas de este modelo son el stock de capital al inicio del periodo $t+1$, la inversión durante el periodo t y el valor de la producción en el periodo $t+1$. Las principales variables exógenas son los determinantes del stock de capital óptimo. Los resultados se pueden obtener secuencialmente.

Si el movimiento de alguna variable exógena altera el valor del capital óptimo, ecuación (12), utilizando la ecuación (14) sabremos qué pasa con el stock de capital al principio del periodo t+1. Con este valor, podremos saber qué sucede con la inversión durante el periodo t y el valor de la producción durante el periodo t+1. Esto será lo que suceda en el corto plazo.

Para averiguar qué pasa en el tránsito hacia el equilibrio estacionario, solo necesitamos las ecuaciones (14)-(16). Para evaluar qué pasa en el segundo periodo, en la ecuación (14), en vista que en este periodo el stock de capital óptimo ya no se mueve, todo lo que hay que hacer es proyectar el stock de capital sobre la base de lo que pasó con el stock de capital en el periodo anterior, el periodo uno. Con lo obtenido, se puede obtener lo que pasa con la inversión y la producción en el segundo periodo. Y así sucesivamente.

La estática comparativa puede también aplicarse al equilibrio estacionario. En los modelos en tiempo discreto de este tipo, el equilibrio estacionario se alcanza cuando las variables endógenas dejan de moverse. Es decir, cuando el valor de la variable endógena de un periodo es igual a su valor del periodo anterior. Con esta definición de equilibrio estacionario, de las ecuaciones (14) y (15) arribamos a los valores de equilibrio estacionario del stock de capital y la inversión. E, incorporando la ecuación (25) en la ecuación (16), obtenemos el valor de la producción en el equilibrio estacionario.

$$K^{ee} = K_{t+1} = K_t = K^0 \tag{23}$$

$$I^{ee} = I_t = K_{t+1} - K_t = 0 \tag{24}$$

$$PY^{ee} = PA(K^{ee})^{\alpha} L^{1-\alpha} = PA(K^0)^{\alpha} L^{1-\alpha} = PY^0 \tag{25}$$

En todos nuestros ejercicios, el punto de partida es un punto de equilibrio estacionario. En el equilibrio estacionario inicial debe cumplirse que el stock de capital permanece constante y es igual al nivel óptimo, la inversión (neta) es nula y la producción está en su nivel óptimo (Y^0).

Para el razonamiento analítico, además de las ecuaciones nombradas, necesitamos de la ecuación (10), que representa igualdad entre el costo de uso del capital y el valor de la productividad marginal del capital. Es de esta ecuación que se obtiene el stock de capital óptimo.

$$P_K\big[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)\big] = PY_K \tag{10}$$

Por otro lado, la dinámica comparativa consiste en comparar las trayectorias de equilibrio de las variables endógenas. Para ese objetivo utilizaremos las ecuaciones que muestren las trayectorias del stock de capital, la inversión y el valor de la producción, ecuaciones (20)-(21), considerando la ecuación de determinación del stock de capital óptimo, ecuación (12).

$$K_{t+1} = (K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t + K^0 \tag{20}$$

$$I_t = \lambda(K^0 - K_0)(\frac{1}{1+\epsilon})^t \tag{21}$$

$$PY_{t+1} = PA\left[(K_0 - K^0)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t + K^0\right]^\alpha L^{1-\alpha} \tag{22}$$

$$K^0 = \frac{\alpha PY_0}{P_K[r+\delta-(\hat{P}_K-\pi)]};\ Y_0 = AK_0^\alpha L^{1-\alpha} \tag{12}$$

En el contexto del modelo, un ejercicio de dinámica comparativa consiste en mover una variable exógena, alguno de los determinantes del stock de capital óptimo, y evaluar sus efectos en las trayectorias del stock de capital, la inversión y el valor de la producción. Para este tipo de ejercicios, en el tiempo $t = 0$, puede partirse de una situación de equilibrio estacionario inicial, $K_0 = K^o, I_0 = I^0, Y_0 = Y^0$, pero también puede partirse de una situación de desequilibrio, en el que el valor inicial de la variable endógena difiere de su valor de equilibrio estacionario $K_0 \neq K^o, I_0 \neq I^0, Y_0 \neq Y^0$.

3. ESTÁTICAS Y DINÁMICAS COMPARATIVAS EN EL MODELO DEL ACELERADOR FLEXIBLE

Necesitamos utilizar el modelo para simular acerca de los efectos sobre el stock de capital, la inversión y el valor de la producción de un alza en el precio mundial de las exportaciones, una reducción de la tasa de interés y una elevación de la productividad total de factores. Como lo que tenemos es un modelo dinámico en tiempo discreto, el análisis podemos hacerlo para el corto plazo, el tránsito hacia el equilibrio estacionario y el equilibrio estacionario. Con este modelo, también podemos hacer ejercicios de dinámica comparativa.

i) Elevación del precio mundial de las exportaciones

Estática comparativa

Partiendo de una situación de equilibrio estacionario inicial, donde el stock de capital y la producción están en sus niveles óptimos y la inversión neta es nula, se produce una elevación del precio mundial de las exportaciones. En consecuencia, se eleva el precio de los bienes locales y el valor de la productividad marginal del capital, el cual se ubica por encima del costo de uso del capital, tal como se observa en la ecuación (10). En consecuencia, existe el incentivo para que la empresa adquiera más maquinaria, por lo que el stock de capital óptimo se eleva, como en la ecuación (12).

¿Qué pasa en el corto plazo?

En primer lugar, se eleva el stock de capital, pero solo en una fracción (λ) del alza del capital óptimo, como puede verse en la ecuación (14), pues el ajuste hacia el nuevo equilibrio estacional es gradual. De acuerdo con la ecuación (15), la inversión se eleva con una fuerza similar. Así mismo, al subir el stock de capital, de acuerdo con la ecuación (16), se eleva el valor de la producción[11].

¿Qué sucede en el tránsito hacia el equilibrio estacionario?

En el segundo periodo el stock de capital vuelve a subir pues, según la ecuación (14), el stock de capital en un periodo determinado depende del stock de capital del periodo anterior. El alza del stock de capital es solo en una fracción ($\frac{1}{1+\epsilon,}$) del alza en el stock de capital en el periodo anterior.

Lo que sucede con la inversión en el periodo dos lo vemos en la ecuación (15). Según esta ecuación, la inversión en un periodo determinado depende negativamente del stock de capital en ese mismo periodo. En consecuencia, en el periodo dos la inversión se reduce, como consecuencia del alza en el stock de capital. La reducción es en una fracción (λ) del alza en el stock de capital. El valor de la producción, según la ecuación (16), continúa elevándose, conforme lo siga haciendo el stock de capital.

[11] En Mendoza y Collantes (2018) se encuentra la presencia preponderante del precio de las exportaciones mineras en la determinación de la inversión privada en el Perú.

En los siguientes periodos, el stock de capital y la producción continuarán elevándose, en magnitudes cada vez más pequeñas, hasta alcanzar el nivel óptimo, y la inversión neta continuará descendiendo, a ritmos cada vez menores, hasta dejar de caer y ser nula. Este proceso, de elevación a un ritmo decreciente del stock de capital y la producción, y de una reducción también decreciente de la inversión, culminará cuando el stock de capital alcance su nuevo nivel óptimo, mayor que el inicial, y cuando la inversión sea nula.

¿Y qué pasa en el equilibrio estacionario?

De acuerdo con las ecuaciones (23), (24) y (25) el stock de capital y la producción se elevarán al proporcionalmente con el alza del stock de capital óptimo, y la inversión no cambia.

En la figura 10 se ven los resultados de este ejercicio. En la parte superior se presenta la ecuación (10), que registra la intersección entre las curvas del valor de la productividad marginal del capital y el costo de uso de capital. En la parte inferior se presenta la ecuación (15), de la inversión. Más abajo, está la función de producción.

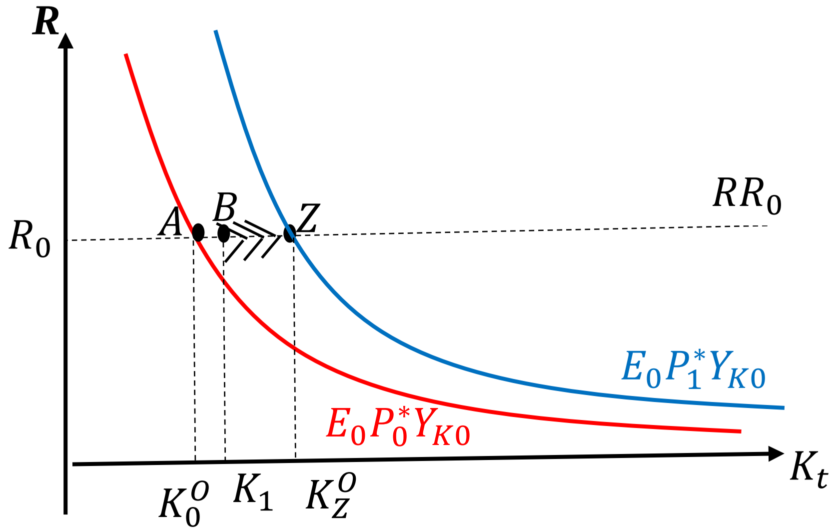
En la parte superior, el alza del precio mundial de las exportaciones eleva el nivel de precios locales y en consecuencia desplaza hacia la derecha la curva del valor de la productividad marginal del capital. El equilibrio estacionario inicial está en A y el equilibrio final en Z. En el corto plazo, el equilibrio se traslada de A a B, y se produce un alza en el stock de capital. En los siguientes periodos, entre B y Z, el stock de capital continúa elevándose, tal como lo señalan las flechas, hasta alcanzar el nuevo nivel óptimo.

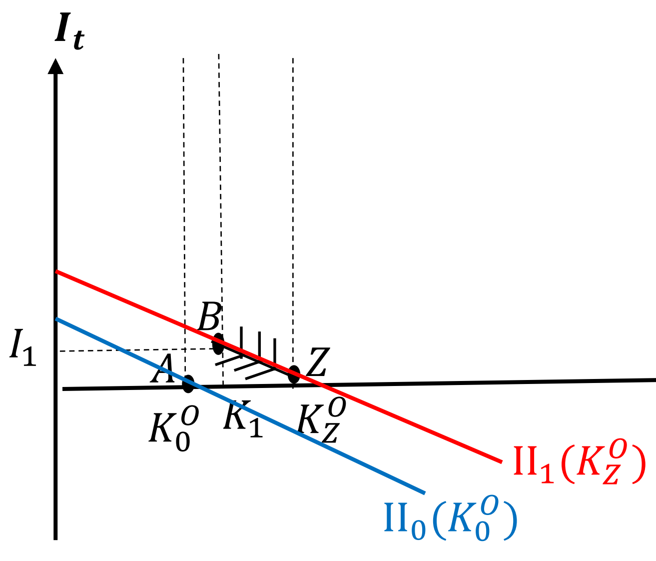
En el gráfico intermedio, en el equilibrio estacionario inicial, A, la inversión neta es nula. En el periodo de impacto, el equilibrio se traslada al punto B, haciendo que la inversión sea de I_1. En los siguientes periodos, entre B y Z, la inversión empieza a reducirse, tal como lo señalan las flechas, hasta hacerse nula en el nuevo equilibrio estacionario.

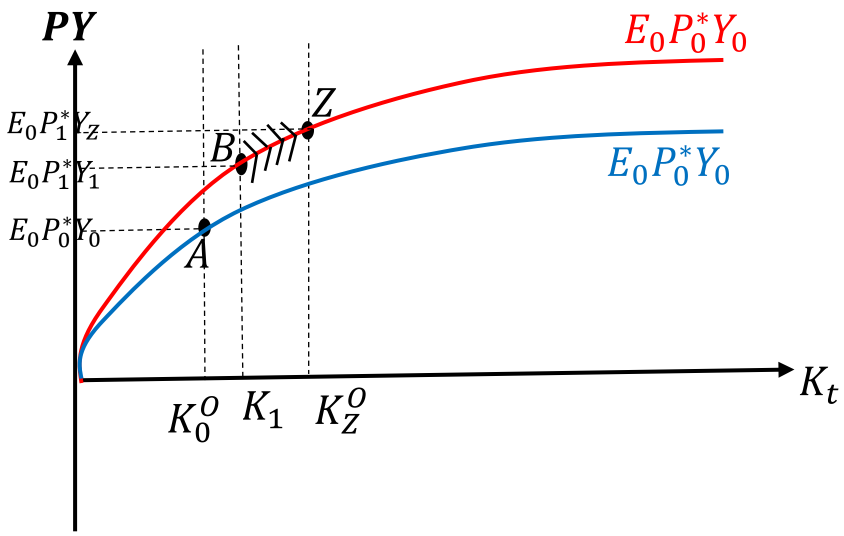
En la parte inferior se observan dos procesos. Por un lado, conforme aumenta el stock de capital, lo hace también el valor de la producción. Por otro lado, el valor de la producción también se eleva directamente debido al alza en el precio mundial de las exportaciones.

Figura 10

Elevación del precio mundial de las exportaciones: estática comparativa







Los resultados matemáticos son los siguientes. El efecto sobre el capital óptimo se deduce a partir de la ecuación (12).

$$dK^0 = \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

En el corto plazo, haciendo uso de las ecuaciones (14) y (15), puede deducirse que el stock de capital y la inversión se elevan en la misma magnitud. De la ecuación (16) se deduce que hay un alza del valor de la producción. Por lo que explicamos anteriormente sobre cuáles son las variables endógenas del modelo, estas respuestas son para el stock de capital al inicio del periodo 2, la inversión durante el periodo uno y la producción durante el periodo dos. De allí los sub índices que aparecen en las respuesta matemáticas, en este y los siguientes ejercicios.

$$dK_2 = \frac{\lambda \alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

$$dI_1 = \frac{\lambda \alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

$$dPY_2 = \left[1 + \frac{PY_K \lambda \alpha}{R}\right] EY_0 dP^* > 0$$

Los resultados para el tránsito hacia el equilibrio estacionario, entre el periodo 2 y el periodo n, con $n \to \infty$, también pueden obtenerse a partir de las ecuaciones (14), (15) y (16), utilizando en cada periodo el resultados sobre lo que pasó con el stock de capital en el periodo anterior.

En el periodo dos, al inicio del periodo tres, según la ecuación (14), el stock de capital se elevará en una fracción $(\frac{1}{1+\epsilon})$ de lo que se elevó el stock de capital en el periodo anterior, el periodo uno. Es decir,

$$dK_3 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

La inversión durante el periodo dos, haciendo uso de la ecuación (15), y conociendo lo que pasa con el stock de capital en ese periodo, se reduce, y es igual a,

$$dI_2 = -\frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon)^2}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* < 0$$

Lo que pase en el periodo dos con el valor de la producción depende de lo que pasa con el stock de capital en ese periodo.

$$dPY_3 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2}PY_K\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

Continuando con este proceso podemos obtener los siguientes resultados para los periodos restantes, hasta que la economía alcance un nuevo equilibrio estacionario. Respecto al stock de capital obsérvese que continúa elevándose periodo tras periodo, pero a un ritmo cada vez menor.

$$dK_4 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

$$dK_5 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^4}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

$$dK_n = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^{n-1}}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

Respecto a la inversión, haciendo uso de la ecuación (15), se observa que luego de un alza transitoria en el periodo de impacto, en los siguientes periodos empieza a reducirse, con una intensidad cada vez menor, hasta hacerse cero, que es su estado estacionario.

$$dI_3 = -\frac{\epsilon^3}{(1+\epsilon)^5}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* < 0$$

$$dI_4 = -\frac{\epsilon^4}{(1+\epsilon)^7}\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* < 0$$

$$dI_n = \frac{\epsilon^n}{(1+\epsilon)^{2n-1}} \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

Con relación con el valor de la producción, sobre la base de la ecuación (16), puede observarse que continuará elevándose, periodo tras periodo, pero a un ritmo cada vez menor.

$$dPY_4 = \frac{\epsilon P Y_K}{(1+\epsilon)^3} \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

$$dPY_5 = \frac{\epsilon P Y_K}{(1+\epsilon)^4} \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

$$dPY_n = \frac{\epsilon P Y_K}{(1+\epsilon)^{n-1}} \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

La respuesta matemática para el equilibrio estacionario la obtenemos a partir de las ecuaciones (25), (26) y (27).

$$dK^{ee} = dK^0 = \frac{\alpha E Y_0}{R} dP^* > 0$$

$$dI^{ee} = 0$$

$$dPY^{ee} = P\left[1 + \frac{\alpha P Y_k}{R}\right] E Y_0 dP^* > 0$$

Dinámica comparativa

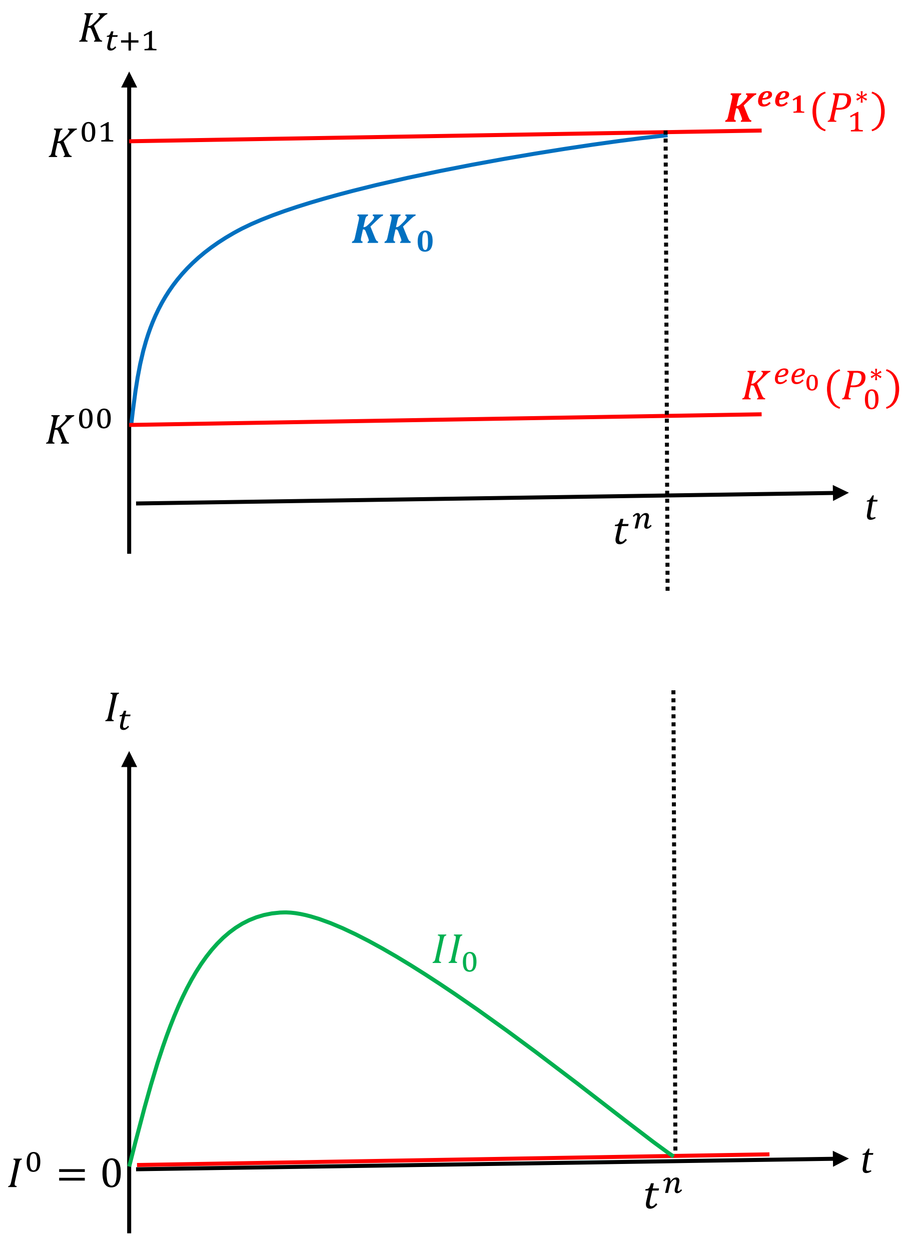
En la figura 11 representamos este ejercicio de dinámica comparativa. Partimos desde un equilibrio estacionario inicial donde el stock de capital y la producción están en su nivel óptimo, y la inversión neta es nula. Esta situación es representada por las líneas horizontales de equilibrio estacionario para nuestras tres variables endógenas.

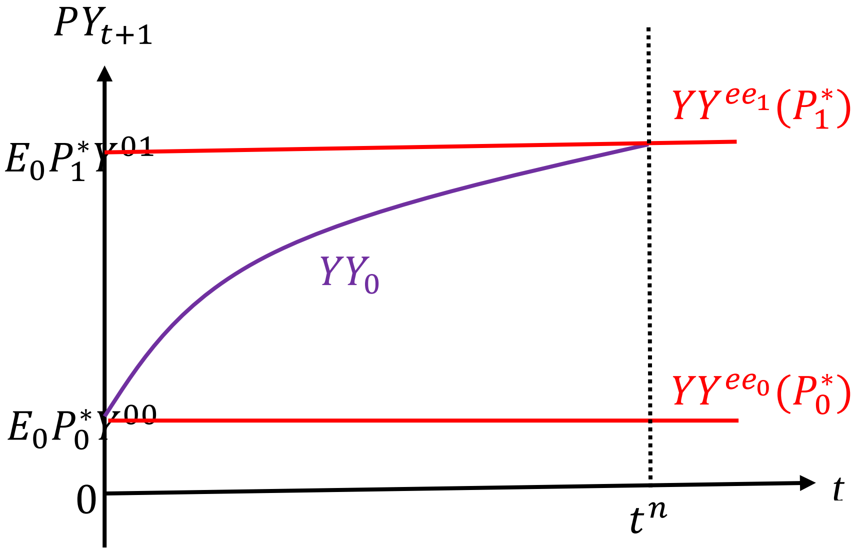
El alza en el precio internacional de las exportaciones eleva el stock de capital óptimo de las empresas. Eso se muestra como una desplazamiento hacia arriba de la recta de equilibrio estacionario del stock de capital. El alza en el capital óptimo desplaza también hacia arriba la recta de equilibrio estacionario del valor de la producción.

Las curvas KK_o, II_o y YY_0 muestran las dinámicas que adoptan nuestras variables endógenas entre el equilibrio estacionario inicial y el equilibrio estacionario final. El stock de capital y el valor de la producción se elevan periodo tras periodo, a un ritmo cada vez menor, hasta alcanzar sus nuevos valores de equilibrio estacionario. La inversión se eleva inicialmente pero luego empieza a reducirse, hasta hacerse cero, que es su valor de equilibrio estacionario.

Figura 11

Elevación del precio mundial de las exportaciones: dinámica comparativa





Las respuestas matemáticas son las siguientes. Los resultados nos indican los desplazamientos de nuestras distintas ecuaciones de equilibrio ante una reducción de la tasa de interés

$$dK_{t+1} = \left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

$$dI_t = -\left(\frac{\epsilon}{1+\epsilon}\right)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

$$dPY_{t+1} = PAL^{1-\alpha}\left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha EY_0}{R}dP^* > 0$$

ii) Reducción de la tasa de interés

Estática comparativa

Partiendo de una situación de equilibrio estacionario inicial, donde el stock de capital y la producción están en sus niveles óptimos y la inversión neta es nula, se produce una reducción de la tasa de interés. La menor tasa de interés hace caer el costo de uso del capital, el cual se ubica por debajo del valor de la productividad marginal del capital, tal como se observa en la ecuación (10). En consecuencia, existe el incentivo para que la empresa adquiera más maquinaria, por lo que el stock de capital óptimo se eleva, como en la ecuación (12).

¿Qué pasa en el corto plazo?

En primer lugar, se eleva el stock de capital, pero solo en una fracción (λ) del alza del capital óptimo, como puede verse en la ecuación (14). De acuerdo con la ecuación (14), la inversión se eleva con una fuerza similar. Si sube el stock de capital, de acuerdo con la ecuación (16), se eleva el valor de la producción.

¿Qué sucede en el tránsito hacia el equilibrio estacionario?

En el segundo periodo, al inicio del periodo tres, el stock de capital vuelve a subir pues el stock de capital en un periodo determinado depende del stock de capital del periodo anterior. El alza del stock de capital es solo en una fracción ($\frac{1}{1+\epsilon,}$) del alza en el stock de capital en el periodo anterior.

Respecto a la inversión, esta, en un periodo determinado, depende negativamente del stock de capital en ese mismo periodo. En consecuencia, en el periodo dos la inversión se reduce, como consecuencia del alza en el stock de capital. La reducción es en una fracción (λ), del alza en el stock de capital. El valor de la producción continúa elevándose, conforme lo siga haciendo el stock de capital.

En los siguientes periodos, el stock de capital y la producción continuarán elevándose, en magnitudes cada vez más pequeñas, hasta alcanzar el nivel óptimo, y la inversión neta continuará descendiendo, a ritmos cada vez menores, hasta dejar de caer, proceso culminará cuando el stock de capital alcance su nuevo nivel óptimo, mayor que el inicial, y cuando la inversión sea nula.

¿Y qué pasa en el equilibrio estacionario?

De acuerdo con las ecuaciones (23), (24) y (25) el stock de capital y la producción se elevarán al proporcionalmente con el alza del stock de capital óptimo, y la inversión no cambia.

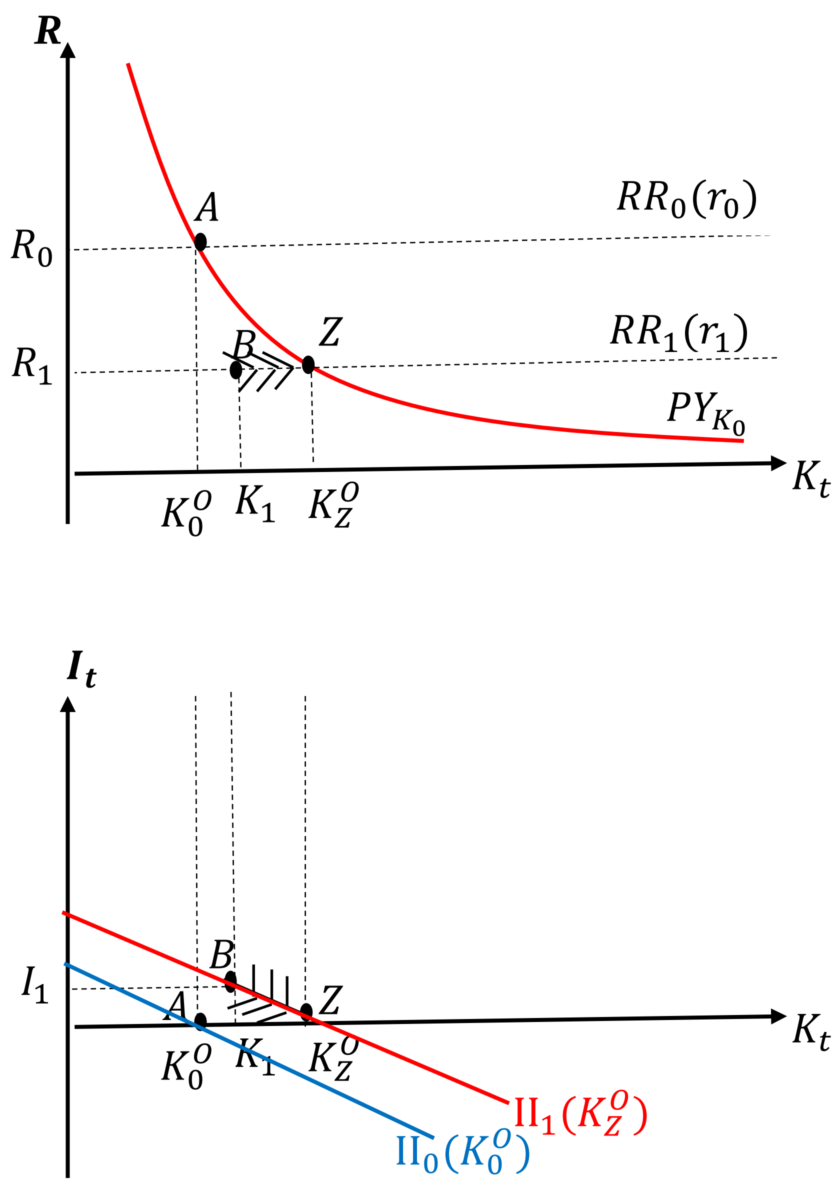
En la figura 12, en la parte superior, la reducción de la tasa de interés desplaza la recta RR hacia abajo. El equilibrio estacionario inicial está en A y el equilibrio final en Z. En el corto plazo, el equilibrio se traslada de A a B, y se produce un alza en el stock de capital. En los siguientes periodos, entre B y Z, el stock de capital continúa elevándose, tal como lo señalan las flechas, hasta alcanzar el nuevo nivel óptimo.

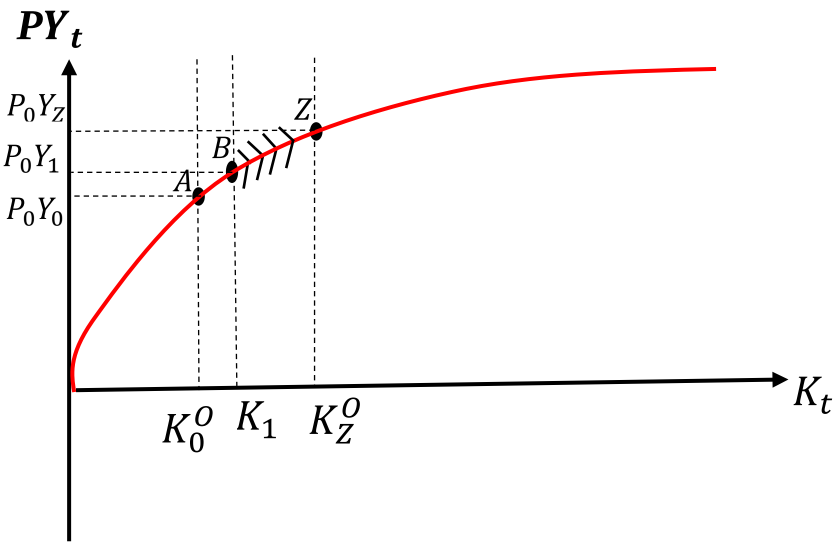
En el gráfico intermedio, en el equilibrio estacionario inicial, A, la inversión neta es nula. En el periodo de impacto, el equilibrio se traslada al punto B, haciendo que la inversión sea de I_1. En los siguientes periodos, entre B y Z, la inversión empieza a reducirse, tal como lo señalan las flechas, hasta hacerse nula en el nuevo equilibrio estacionario.

En la parte inferior puede observarse que, conforme aumenta el stock de capital, lo hace también el valor de la producción.

Figura 12

Reducción de la tasa de interés: estática comparativa





Los resultados matemáticos son los siguientes.

$$dK^0 = -\frac{\alpha PY}{R^2}dr > 0$$

Donde $R = P_K[r + \delta - (\hat{P}_K - \pi)]$.

En el corto plazo, se deduce que el stock de capital y la inversión se elevan en la misma magnitud y hay un alza del valor de la producción.

$$dK_2 = -\frac{\lambda\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dI_1 = -\frac{\lambda\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dPY_2 = -PY_K\frac{\lambda\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

En el periodo dos, al inicio del periodo 3, el stock de capital se elevará en una fracción $(\frac{1}{1+\epsilon})$ de lo que se elevó el stock de capital en el periodo anterior.

$$dK_3 = -\frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

La inversión en el periodo dos, y conociendo lo que pasa con el stock de capital en ese periodo, desciende,

$$dI_2 = \frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr < 0$$

Lo que pase en el periodo dos con el valor de la producción depende de lo que pasa con el stock de capital en ese periodo.

$$dPY_3 = -PY_K\frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

Continuando con este proceso podemos obtener los siguientes resultados para los periodos restantes, hasta que la economía alcance un nuevo equilibrio estacionario.

$$dK_4 = -\frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dK_5 = -\frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^4}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dK_n = -\frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^{n-1}}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

La inversión, luego de un alza transitoria en el periodo de impacto, en los siguientes periodos empieza a reducirse hasta hacerse cero, que es su estado estacionario.

$$dI_3 = \frac{\epsilon^3}{(1+\epsilon)^5}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr < 0$$

$$dI_4 = \frac{\epsilon^4}{(1+\epsilon)^7}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr < 0$$

$$dI_n = \frac{\epsilon^n}{(1+\epsilon)^{2n-1}}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

La producción continuará elevándose, periodo tras periodo, pero a un ritmo cada vez menor.

$$dPY_4 = -\frac{\epsilon PY_K}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dPY_5 = -\frac{\epsilon PY_K}{(1+\epsilon)^4}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dPY_n = -\frac{\epsilon PY_K}{(1+\epsilon)^{n-1}}\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

La respuesta matemática para el equilibrio estacionario viene dada por:

$$dK^{ee} = dK^{0} = -\frac{\alpha PY_0}{R^2} dr > 0$$

$$dI^{ee} = 0$$

$$dPY^{ee} = -PY_K \frac{\alpha Y_0}{R^2} dr > 0$$

Dinámica comparativa

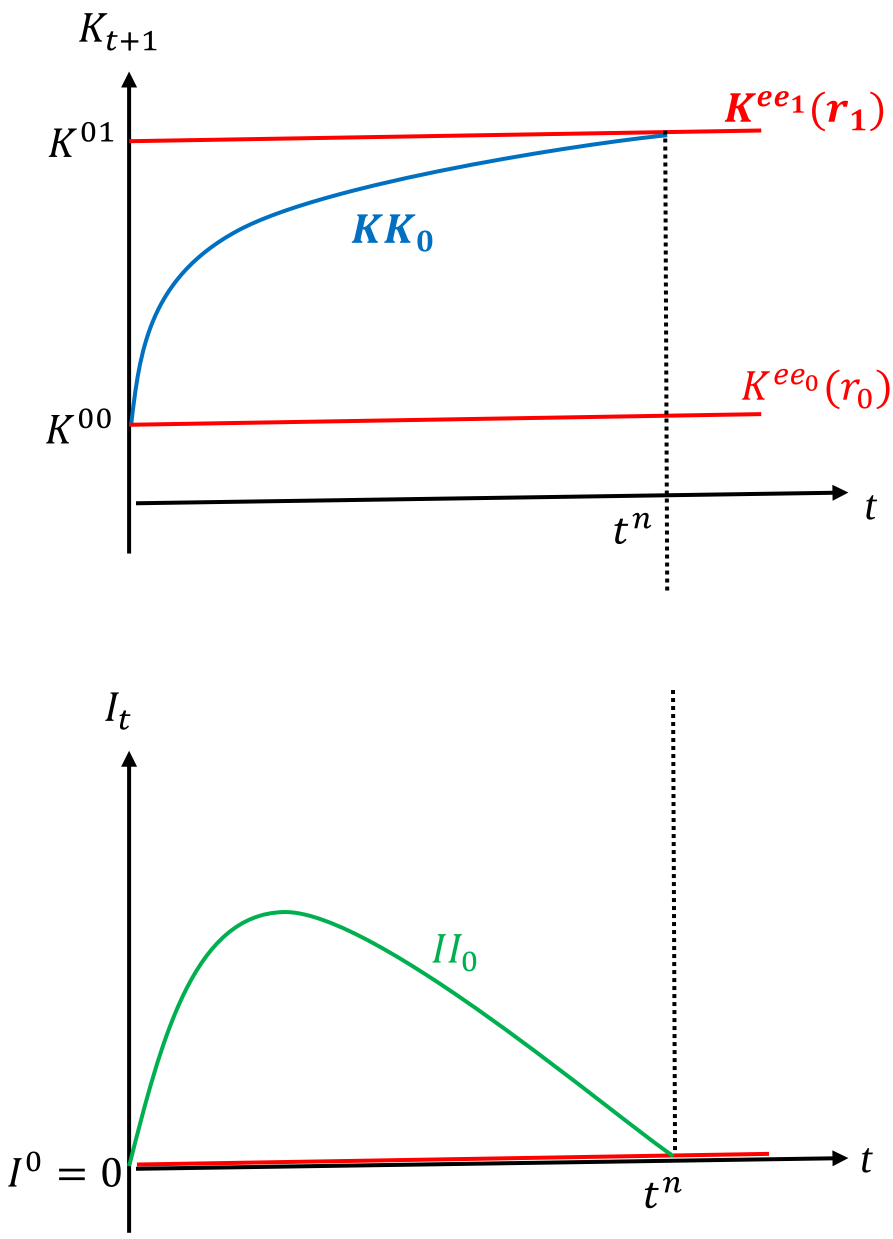
En la figura 13 representamos este ejercicio de dinámica comparativa. Partimos desde un equilibrio estacionario representado por las líneas horizontales para nuestras tres variables endógenas.

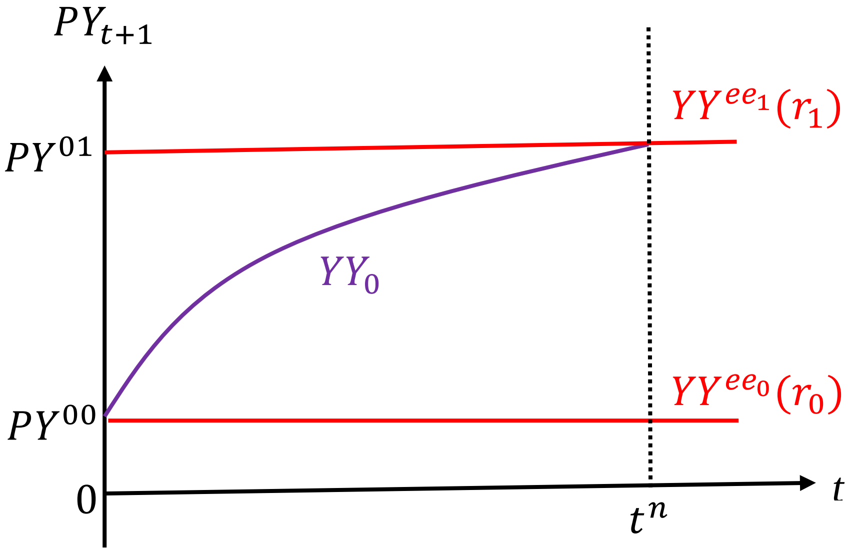
La reducción de la tasa de interés eleva el stock de capital óptimo de las empresas. Eso se muestra como una desplazamiento hacia arriba de la recta de equilibrio estacionario del stock de capital. El alza en el capital óptimo desplaza también hacia arriba la recta de equilibrio estacionario del valor de la producción.

Las curvas KK_o, II_o y YY_0 muestran las dinámicas que adoptan nuestras variables endógenas entre el equilibrio estacionario inicial y el equilibrio estacionario final.

Figura 13

Reducción de la tasa de interés: dinámica comparativa





Las respuestas matemáticas nos indican los desplazamientos de nuestras distintas ecuaciones de equilibrio ante una reducción de la tasa de interés

$$dK_{t+1} = -\left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dI_t = -\left(\frac{\epsilon}{1+\epsilon}\right)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

$$dPY_{t+1} = -PAL^{1-\alpha}\left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha PY_0}{R^2}dr > 0$$

iii) Elevación de la productividad total de factores

Estática comparativa

Un alza de la productividad total de factores, eleva la productividad marginal del capital, de manera tal que el valor de la productividad marginal del capital se sitúa por encima del costo de uso del capital. En consecuencia, existe el incentivo para que la empresa capitalista adquiera más capital, por lo que el stock de capital óptimo se eleva. El alza del capital óptimo el stock de capital, la inversión y la producción. La producción se eleva también por el impacto directo que recibe de alza en la productividad total de factores-

En los siguientes periodos, como en el ejercicio anterior, el stock de capital y la producción continúan elevándose, en magnitudes cada vez más pequeñas, hasta alcanzar el nivel óptimo, y la inversión neta empieza a declinar, a ritmos cada vez más pequeños, hasta dejar de caer.

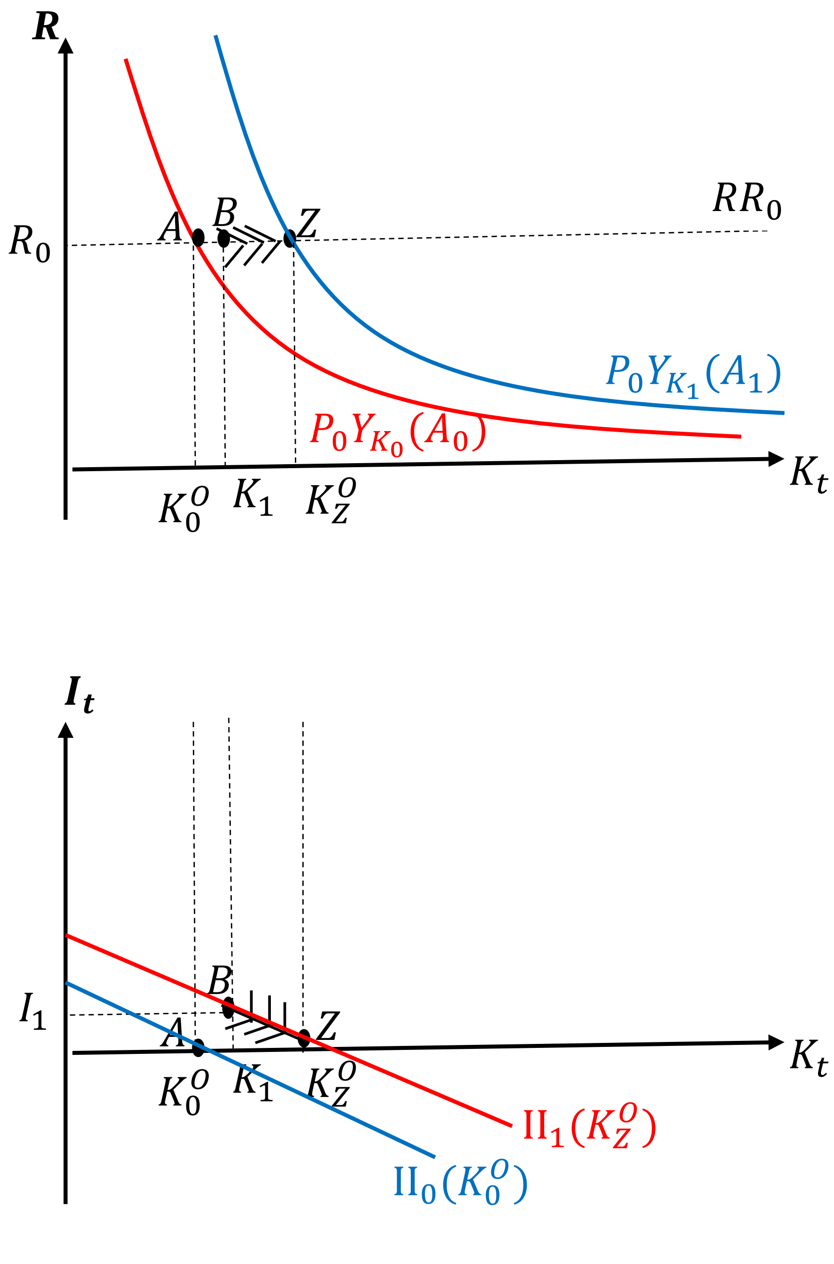
En la figura 14 se ven los resultados de este ejercicio. En la parte superior, la elevación del parámetro A desplaza la curva del valor del producto marginal del capital hacia arriba, trasladando el equilibrio estacionario de A a Z. En el primer periodo o periodo de impacto, el equilibrio se traslada de A a B, y se produce un alza en el stock de capital.

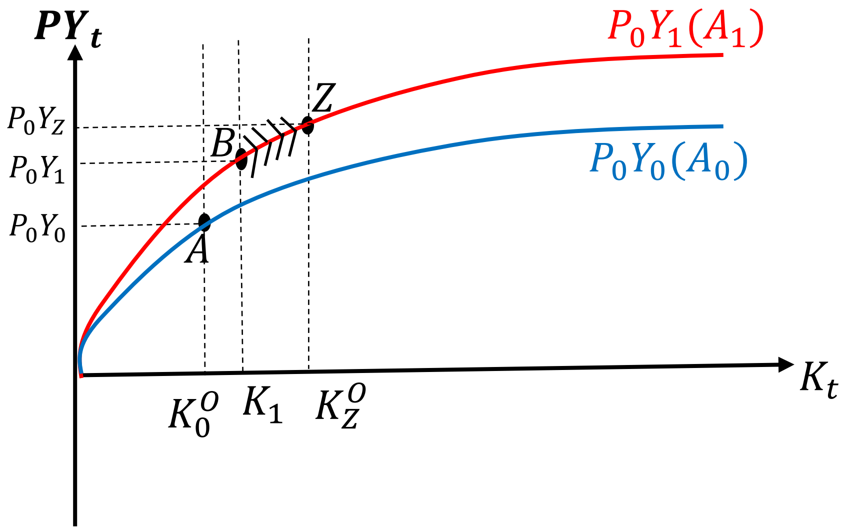
En la parte inferior se produce un desplazamiento hacia arriba de la función de inversión, pues esta tiene como parámetro el stock de capital óptimo, que se ha elevado. En el equilibrio estacionario inicial, A, la inversión neta es nula. En el periodo de impacto, el equilibrio se traslada al punto B, haciendo que la inversión sea de I_1. En los siguientes periodos, conforme el stock de capital se eleva y se acerca al stock de capital óptimo, la inversión empieza a reducirse, hasta hacerse nula en el nuevo equilibrio estacionario.

En la parte inferior de la figura se observa que la producción se eleva debido, por un lado, al alza de la productividad total de factores y, por otro lado, debido al mayor stock de capital.

Figura 14

Elevación de la productividad total de factores: estática comparativa





Los resultados matemáticos son los siguientes. El efecto sobre el capital óptimo se deduce a partir de la ecuación (12).

$$dK^0 = \frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

En el periodo uno el stock de capital y la inversión se elevan en la misma magnitud. Note que en el corto plazo la producción se eleva tanto porque sube la productividad total de factores como porque sube el stock de capital.

$$dK_2 = \lambda \frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

$$dI_1 = \lambda \frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

$$dPY_2 = PY_K dK_2 + \frac{PY_0}{A} dA = P\left[Y_K \lambda \frac{\alpha K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} + \frac{Y_0}{A}\right] dA > 0$$

En el periodo dos, según la ecuación (14), el stock de capital se elevará en una fracción $(\frac{1}{1+\epsilon})$ de lo que se elevó el stock de capital en el periodo anterior, el periodo uno. Es decir,

$$dK_3 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2} \frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

La inversión en el periodo dos, como el stock de capital en ese periodo subió, se reduce.

$$dI_2 = -\frac{\epsilon^2}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA < 0$$

La producción, por otro lado, seguirá subiendo, en proporción al alza del stock de capital contemporáneo.

$$dPY_3 = PY_K dK_3 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^2}\frac{PY_K\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

Continuando con este proceso podemos obtener los siguientes resultados para los periodos restantes, hasta que la economía alcance un nuevo equilibrio estacionario.

$$dK_4 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^3}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

$$dK_5 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^4}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

$$dK_n = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^{n-1}}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

$$dI_3 = -\frac{\epsilon^3}{(1+\epsilon)^5}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA < 0$$

$$dI_4 = -\frac{\epsilon^4}{(1+\epsilon)^7}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA < 0$$

$$dI_n = -\frac{\epsilon^n}{(1+\epsilon)^{2n-1}}\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

$$dPY_4 = PY_K dK_4 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^3}\frac{PY_K\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

$$dPY_5 = PY_K dK_5 = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^4}\frac{PY_K\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

$$dPY_n = PY_K dK_n = \frac{\epsilon}{(1+\epsilon)^n}\frac{PY_K\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA = 0, \text{ cuando } n \to \infty.$$

La respuesta matemática para el equilibrio estacionario la obtenemos a partir de las ecuaciones (23), (24) y (25).

$$dK^{ee} = dK^0 = \frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R}dA > 0$$

$$dI^{ee} = 0$$

$$dPY^{ee} = PY_k dK^0 + P\frac{Y^0}{A}dA = P\left[Y_K\frac{\alpha PK_0^{\alpha}L^{1-\alpha}}{R} + \frac{Y_0}{A}\right]dA > 0$$

Dinámica comparativa

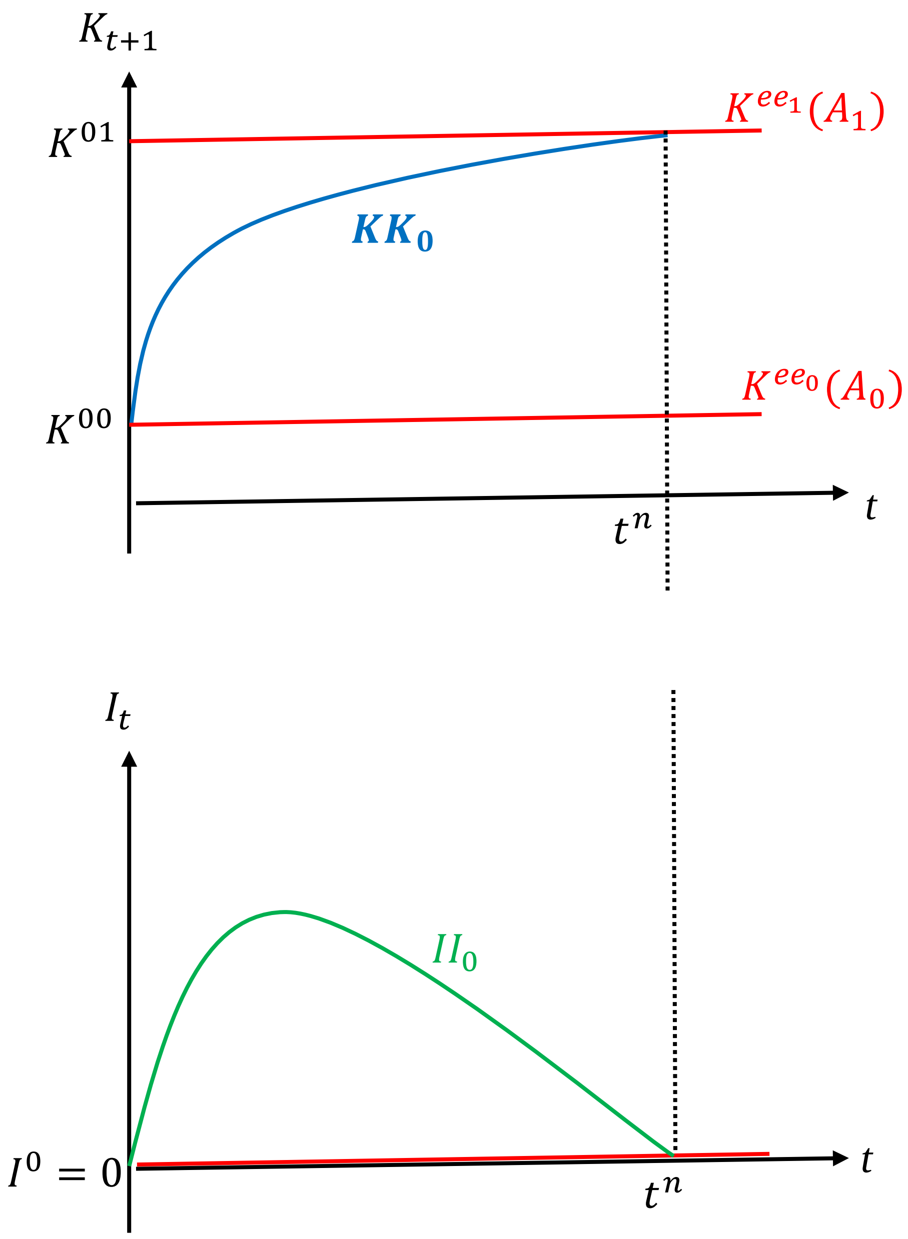
En la figura 15 representamos el alza de la productividad total de factores. Como antes, partimos desde un equilibrio estacionario inicial donde el stock de capital y la producción están en su nivel óptimo, y la inversión es nula.

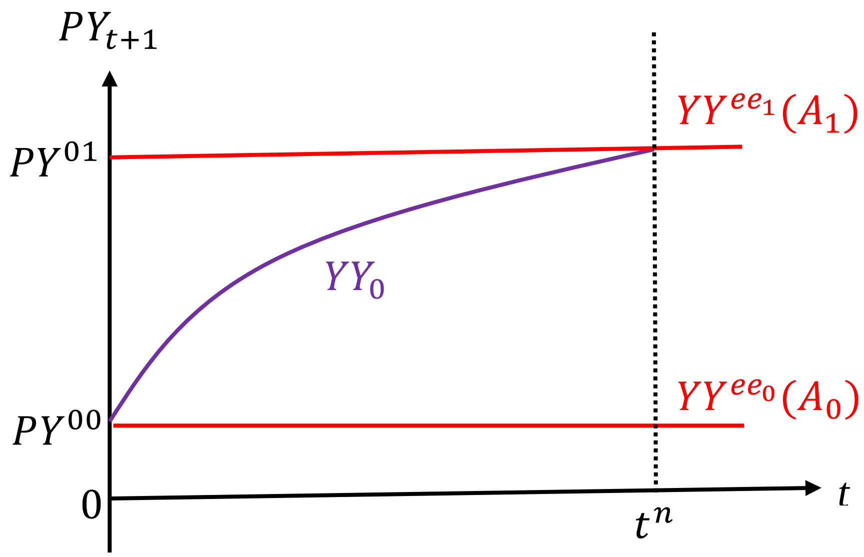
El alza de la productividad total de factores eleva el stock de capital óptimo de las empresas. Eso se muestra como una desplazamiento hacia arriba de la recta de equilibrio estacionario del stock de capital y la recta de equilibrio estacionario del valor de la producción.

Las curvas KK_o, II_o y YY_0 muestran las dinámicas que adoptan nuestras variables endógenas entre el equilibrio estacionario inicial y el equilibrio estacionario final.

Figura 15

Elevación de la productividad total de factores: dinámica comparativa





Las respuestas matemáticas son las siguientes.

$$dK_{t+1} = \left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

$$dI_t = \left(\frac{\epsilon}{1+\epsilon}\right)\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t \frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

$$dPY_{t+1} = PAL^{1-\alpha}\left[1 - \left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)^t\right]\frac{\alpha P K_0^{\alpha} L^{1-\alpha}}{R} dA > 0$$

4. CONCLUSIONES Y POSIBLES EXTENSIONES

En este trabajo se ha presentado una versión del modelo del acelerador flexible de la inversión, para el caso de una economía abierta. El modelo, dinámico en tiempo discreto, es muy versátil, puede extenderse fácilmente, y permite hacer ejercicios de estática y dinámica comparativa. Con el modelo pueden evaluarse los efectos del cambio de una variable exógena sobre las variables endógenas en el corto plazo, o periodo de impacto, en los periodos posteriores, hasta antes de alcanzar el nuevo equilibrio estacionario, y en el equilibrio estacionario. El modelo, a través de la dinámica comparativa, permite también evaluar el efecto del cambio en las variables exógenas sobre la trayectoria de las variables endógenas.

El modelo incluye la economía internacional, aunque de una manera muy acotada, considerando la posibilidad de que la que la empresa no venda solo en el mercado doméstico, sino también en el mercado internacional.

Sin embargo, el modelo puede considerar más aspectos de la economía internacional. Por ejemplo, podría considerarse que los bienes de capital son importados, con lo cual el precio del bien de capital estaría asociado al precio internacional del bien de capital y al tipo de cambio, o que las empresas acceden al financiamiento internacional, por lo que habría que considerar dos tasas de interés, la local y la internacional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS - REFERENCES

De Gregorio, J.

2007 *Macroeconomía. Teoría y Política*, Pearson Educación, México.

Hall, R. y D. Jorgenson

1967 *Tax policy and Investment Behavior*. American Economic Review, Vol. 3, No. 57, pp. 391-414.

Mendoza, W. y E. Collantes

2018 *The Determinants of Private Investment in a Mining Export Economy. Peru: 1997-2017*, Documento de Trabajo 463, Departamento de Economía de la PUCP.

ÚLTIMAS PUBLICACIONES DE LOS PROFESORES
DEL DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

- *Libros*

Adolfo Figueroa
2019 *The Quality of Society Essays on the Unified Theory of Capitalism.* New York. Palgrave MacMillan.

Carlos Contreras y Stephan Gruber (Eds.)
2019 *Historia del Pensamiento Económico en el Perú. Antología y selección de textos*. Lima, Facultad de Ciencias Sociales PUCP.

Barreix, Alberto Daniel; Corrales, Luis Fernando; Benitez, Juan Carlos; Garcimartín, Carlos; Ardanaz, Martín; Díaz, Santiago; Cerda, Rodrigo; Larraín B., Felipe; Revilla, Ernesto; Acevedo, Carlos; Peña, Santiago; Agüero, Emmanuel; Mendoza Bellido, Waldo; Escobar Arango y Andrés.
2019 *Reglas fiscales resilientes en América Latina*. Washington, BID.

José D. Gallardo Ku
2019 *Notas de teoría para para la incertidumbre*. Lima, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Úrsula Aldana, Jhonatan Clausen, Angelo Cozzubo, Carolina Trivelli, Carlos Urrutia y Johanna Yancari
2018 *Desigualdad y pobreza en un contexto de crecimiento económico*. Lima, Instituto de Estudios Peruanos.

Séverine Deneulin, Jhonatan Clausen y Arelí Valencia (Eds.)
2018 *Introducción al enfoque de las capacidades: Aportes para el Desarrollo Humano en América Latina*. Flacso Argentina y Editorial Manantial. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Mario Dammil, Oscar Dancourt y Roberto Frenkel (Eds.)
2018 *Dilemas de las políticas cambiarias y monetarias en América Latina*. Lima, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

María Teresa Oré e Ismael Muñoz (Eds.)
2018 *Aguas en disputa. Ica y Huancavelica, entre el entrampamiento y el diálogo*. Lima, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Patricia Benavente, José Escaffi, José Távara y Alonso Segura
2017 *Las alianzas público-privadas (APP) en el Perú: Beneficios y riesgos*. Lima, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Waldo Mendoza
2017 *Macroeconomía Intermedia para América Latina. Tercera edición actualizada y Aumentada*. Lima, Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

▪ *Documentos de Trabajo*

No. 489 "Time-Varying Impact of Fiscal Shocks over GDP Growth in Peru: An Empirical Application using Hybrid TVP-VAR-SV Models". Álvaro Jiménez y Gabriel Rodríguez. Abril, 2020.

No. 488 "Experimentos clásicos de economía. Evidencia de laboratorio de Perú". Kristian López Vargas y Alejandro Lugon. Marzo, 2020.

No. 487 "Investigación y desarrollo, tecnologías de información y comunicación e impactos sobre el proceso de innovación y la productividad". Mario D. Tello. Marzo, 2020.

No. 486 "The Political Economy Approach of Trade Barriers: The Case of Peruvian's Trade Liberalization". Mario D. Tello. Marzo, 2020.

No. 485 "Evolution of Monetary Policy in Peru. An Empirical Application Using a Mixture Innovation TVP-VAR-SV Model". Jhonatan Portilla Goicochea y Gabriel Rodríguez. Febrero, 2020.

No. 484 "Modeling the Volatility of Returns on Commodities: An Application and Empirical Comparison of GARCH and SV Models". Jean Pierre Fernández Prada Saucedo y Gabriel Rodríguez. Febrero, 2020.

No. 483 "Macroeconomic Effects of Loan Supply Shocks: Empirical Evidence". Jefferson Martínez y Gabriel Rodríguez. Febrero, 2020.

No. 482 "Acerca de la relación entre el gasto público por alumno y los retornos a la educación en el Perú: un análisis por cohortes". Luis García y Sara Sánchez. Febrero, 2020.

No. 481 "Stochastic Volatility in Mean. Empirical Evidence from Stock Latin American Markets". Carlos A. Abanto-Valle, Gabriel Rodríguez y Hernán B. Garrafa-Aragón. Febrero, 2020.

No. 480 "Presidential Approval in Peru: An Empirical Analysis Using a Fractionally Cointegrated VAR2". Alexander Boca Saravia y Gabriel Rodríguez. Diciembre, 2019.

No. 479 "La Ley de Okun en el Perú: Lima Metropolitana 1971 – 2016." Cecilia Garavito. Agosto, 2019.

No. 478 "Peru´s Regional Growth and Convergence in 1979-2017: An Empirical Spatial Panel Data Analysis". Juan Palomino y Gabriel Rodríguez. Marzo, 2019.

No. 477 "The Mundell-Fleming Model: A dirty float versión". Waldo Mendoza Bellido. Marzo, 2019.

No. 476 "Políticas de estabilización vs Políticas de crecimiento en Perú 2011-2018". José A. Oscategui. Febrero, 2019.

No. 475 “El sector gastronómico en el Perú: encadenamientos y su potencial en crecimiento económico”. Mario D. Tello. Febrero, 2019.

No. 474 “Multiplicadores del turismo en el Perú, 2011”. Mario D. Tello. Febrero, 2019.

No. 473 “El sistema de Madrid y la reducción de los costos de transacción. Una evaluación econométrica”. José A. Tavera y Angelo Cozzubo. Febrero, 2019.

No. 472 “Oferta de trabajo del hogar remunerado en el Perú rural: 2015-2017”. Cecilia Garavito. Enero, 2019.

No. 471 “Impact of In-Kind Social Transfer Programs on the Labor Supply: a Gender Perspective”. Luis García y Erika Collantes. Diciembre, 2018.

- *Materiales de Enseñanza*

No. 5 “Matemáticas para Economistas 1”. Tessy Váquez Baos. Abril, 2019.

No. 4 “Teoría de la Regulación”. Roxana Barrantes. Marzo, 2019.

No. 3 “Economía Pública”. Roxana Barrantes, Silvana Manrique y Carla Glave. Marzo, 2018.

No. 2 “Macroeconomía: Enfoques y modelos. Ejercicios resueltos”. Felix Jiménez. Marzo, 2016.

No. 1 “Introducción a la teoría del Equilibrio General”. Alejandro Lugon. Octubre, 2015.

Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú
Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Telf. 626-2000 anexos 4950 - 4951
http://departamento.pucp.edu.pe/economia/