CAPÍTULO 15
BREVE HISTORIA Y CONCEPTOS INTRODUCTORIOS A LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO

La teoría del crecimiento estudia los factores que determinan el comportamiento de largo plazo de la producción agregada y de la producción per cápita de una economía. El estudio de estos factores permite explicar por qué algunos países crecen más rápido que otros y qué políticas pueden afectar el crecimiento en el largo plazo. Pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento que se mantienen por largos periodos generan enormes diferencias en los niveles de ingreso o producto per cápita.

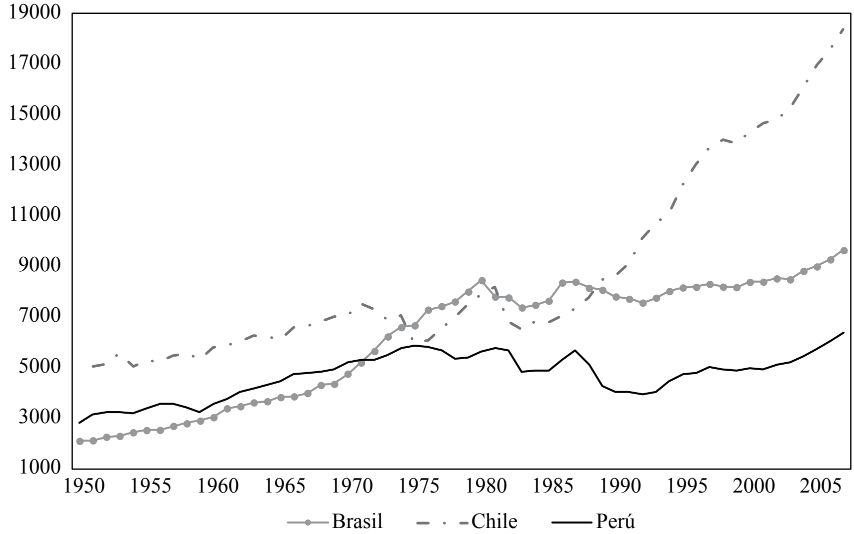
Entre 1870 y 1990 el PBI per cápita de Estados Unidos pasó de 2244 dólares a 18 000 dólares (1985). Se multiplicó por 8, con una tasa de crecimiento de 1.75% promedio anual. Si la tasa hubiera sido de 0.75%, el PBI per cápita de 1990 habría sido de 5519 dólares. Hay, en la realidad, economías que crecen más rápido que otras. China, en las dos últimas décadas, ha crecido a una tasa mayor que el resto del mundo. El PBI de Perú creció a una tasa de 2.72%% entre 1980 y 2008; pero el PBI per cápita lo hizo a una tasa de 0.94% promedio anual. Se multiplicó solo por 1.3 en veintiocho años.

El gráfico que sigue nos muestra el crecimiento del producto bruto interno per cápita[1] de algunos países de América Latina. Podemos observar cómo Chile ha repuntado en las dos últimas décadas.

---

[1] Nótese que se está utilizando en PBI per cápita en términos de la paridad de poder de compra (PPP), dado que nos interesa comparar el poder adquisitivo del ingreso de los países. Además, se encuentra en términos reales para eliminar el efecto de las variaciones de precios en el tiempo.

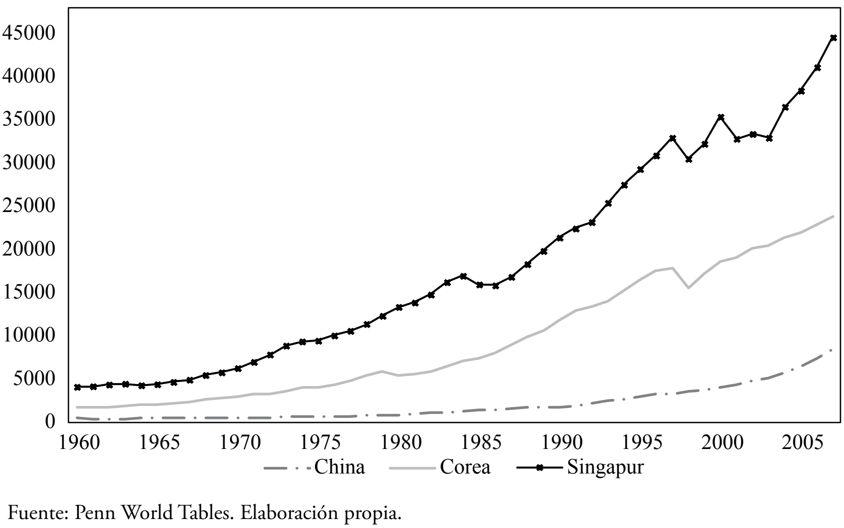
Producto per cápita en países de América Latina: 1950-2007
(PPP a dólares constantes del 2005)



Fuente: Penn World Tables. Elaboración propia.

Mostramos también, en otro gráfico, el comportamiento del PBI per cápita de algunos países asiáticos. A simple vista, se puede notar que dichos países han crecido más rápidamente que los latinoamericanos, con la excepción de China.

Producto per cápita en países de Asia: 1950-2007
(PPP a dólares constantes del 2005)



Fuente: Penn World Tables. Elaboración propia.

La evidencia empírica muestra que el PBI de los países tiene, en general, una tendencia creciente pero, ¿por qué crece el producto de los países?, y, ¿por qué difieren las tasas de crecimiento entre países? ¿Pueden los gobiernos intervenir para facilitar el crecimiento de un país? ¿Qué políticas contribuyen al crecimiento económico? ¿Cuáles son las condiciones para un crecimiento sostenido?

La teoría del crecimiento económico surge como un intento de responder a estas y otras preguntas relacionadas. Se puede decir, entonces, que esta teoría estudia cuáles son los determinantes del crecimiento económico a largo plazo y, por ende, cuáles son sus mayores restricciones. En base a este conocimiento, se puede analizar cuáles son las políticas que deben implementarse para estimular el crecimiento o, en el peor de los casos, saber cuáles deben evitarse. Esta parte del libro permitirá conocer los instrumentos necesarios para poder responder a esta clase de preguntas.

Este capítulo tiene dos partes. Se inicia con una breve historia de la teoría del crecimiento. Luego, se presentan algunos conceptos básicos como los tipos de función de producción, el capital, la fuerza laboral y la tecnología, la contabilidad del crecimiento y la relación de este con las políticas económicas.

15.1 Breve historia del crecimiento económico

Es posible identificar tres periodos históricos en el desarrollo de la teoría del crecimiento en cada uno de los cuales se desarrollan enfoques que difieren entre sí por los temas tratados.

❖ Periodo de expansión del capitalismo: desde el siglo XVIII hasta fines del siglo XIX

En este periodo, caracterizado por una sostenida expansión de la economía del capitalismo, los teóricos trataron de explicar los límites o restricciones que podrían detener este crecimiento económico. Para Adam Smith, la restricción al crecimiento económico se encontraba en la extensión del mercado. En 1776, escribió en *La riqueza de las naciones* que la extensión del mercado es la que determina la extensión y profundización de la división del trabajo, las que a su vez determinan el aumento de la productividad y el cambio técnico. Cuando aumenta la productividad, se reducen los costos unitarios de producción y, de esta manera, aumenta la competitividad y capacidad de penetrar otros mercados. Smith describe así un proceso de crecimiento y cambio técnico que exhibe rendimientos crecientes a escala.

Para David Ricardo, el autor de *On The Principles of Political Economy and Taxation,* publicado en 1817, el límite al crecimiento se encuentra en la existencia de una clase improductiva. Bajo el supuesto de rendimientos marginales de la tierra, Ricardo sostiene que el crecimiento conduce a la reducción de los beneficios y al aumento de la renta de los propietarios de la tierra. Cuando los beneficios se hacen cero, el crecimiento se detiene y la economía permanece en una situación de estado estacionario. Mientras en Smith el límite dado por la extensión del mercado nacional se supera con inversiones en infraestructura, en educación, en el comercio internacional, etcétera, en Ricardo hay dos salidas: o se «elimina» la clase improductiva o se introducen cambios técnicos para incrementar la productividad del trabajo.

Los beneficios de los capitalistas también pueden disminuir, dada la renta de la tierra, con el aumento de los precios de los bienes salario.

Los rendimientos marginales decrecientes y sus consecuencias (aumento de rentas de los propietarios de la tierra y aumento de los salarios que reducen los beneficios) generan un límite al crecimiento que conduce al estado estacionario. La solución que se propone es el cambio técnico o la especialización mediante el comercio libre.

La revolución marginalista que se produjo a finales del siglo XIX cambió el énfasis hacia el intercambio, la asignación de recursos y la determinación de los precios. El tema del crecimiento quedó relegado a segundo plano. Fue retomado recién en las décadas de 1950 y 1960.

❖ Periodo de crisis y recuperación del capitalismo: desde la Larga Depresión de 1873, la Gran Depresión de 1929 y los años de postguerra, hasta inicios de la década de 1970

R. Harrod y E. Domar revitalizaron el interés por el crecimiento con sus trabajos *Essay on Dynamic Theory* (1939) y *Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment* (1946), respectivamente. Ambos incorporan en sus modelos los problemas de desempleo y la inestabilidad de la economía capitalista. Para ellos, no es posible el crecimiento con pleno empleo y con estabilidad.

La respuesta neoclásica no se hizo esperar. En 1956, Solow publica *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, donde muestra, bajo el supuesto de rendimientos decrecientes de los factores, que el crecimiento con pleno empleo y estabilidad es posible.

D. Cass y T.C. Koopmans publican en 1965 «Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation» y «On the Concept of Optimal Growth», respectivamente. Levantan el supuesto de tasa de ahorro constante del modelo de Solow y la endogenizan, haciéndola resultado de la optimización intertemporal del consumo. El antecedente metodológico teórico a los modelos de Kass y Koopmans fue *A Mathematical Theory of Saving* (1928), de Frank Ramsey. Este modelo neoclásico es conocido ahora como el modelo de Ramsey, Cass y Koopmans.

La gran diferencia entre los modelos keynesianos de Harrod y Domar, y los modelos neoclásicos de Solow y Ramsey, se encuentra en el tipo de función de producción que utilizan. Los primeros trabajan con una función de producción de coeficientes fijos, mientras que los últimos utilizan precisamente una función de producción neoclásica, con rendimientos constantes a escala y rendimientos marginales decrecientes de los factores de producción capital y trabajo. Este supuesto de rendimientos marginales decrecientes tiene como consecuencia la ausencia de crecimiento del producto per cápita en el estado estacionario. Para que este crecimiento sea positivo, se debe introducir exógenamente el progreso técnico.

❖ Periodo de crisis y recuperación del capitalismo: post estanflación de mediados de la década de 1970 hasta la actualidad

Este periodo, a diferencia del anterior, presenta lapsos cortos de crecimiento y las crisis son más recurrentes (crisis de los años setenta, crisis de la deuda externa en los años ochenta, crisis asiática y rusa de 1997 y 1998, y la crisis de 2008-2009). Vuelve la preocupación teórica sobre el tema del desempleo y del crecimiento, junto con el tema de la productividad y el cambio técnico.

Los modelos neoclásicos se mostraron totalmente insatisfactorios para explicar el crecimiento del producto per cápita. El supuesto de un cambio tecnológico exógeno no es un avance en la teoría. Mostrar la posibilidad de un crecimiento estable con pleno empleo no era suficiente para explicar el comportamiento de largo plazo de la producción per cápita de los países.

Los trabajos de Romer (1986), basados en su tesis doctoral (1983), y el de Lucas (1988), devolvieron el tema del crecimiento al campo de la investigación teórica. A diferencia de los modelos de crecimiento neoclásicos, la teoría del crecimiento endógeno no requiere de una variable que crece en forma exógena para explicar la existencia de una tasa de crecimiento positiva. Surge así la teoría del crecimiento endógeno, cuya preocupación central es explicar el crecimiento de la productividad.

Los modelos que se desarrollan en este periodo eliminan los rendimientos decrecientes e incorporan los rendimientos crecientes. Asimismo, hay modelos que parten de un contexto de competencia imperfecta y hay otros que privilegian el papel de la demanda para explicar el crecimiento a largo plazo.

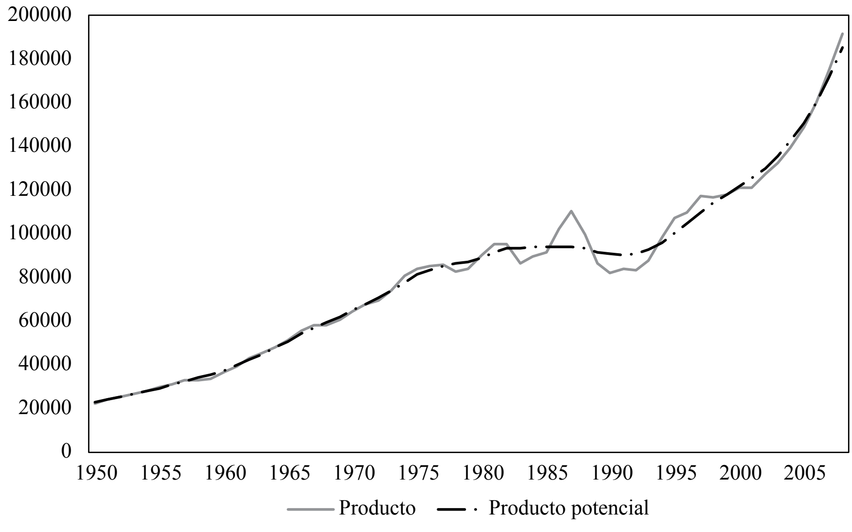
15.2 Crecimiento, fluctuaciones y otros conceptos

❖ Fluctuaciones

Hay que distinguir el crecimiento económico de las fluctuaciones económicas. El comportamiento del PBI puede separase en dos partes: la tendencia o producto potencial y las fluctuaciones alrededor de la tendencia o del producto potencial. El producto potencial es el «monto promedio» de bienes y servicios producidos en la economía. El producto puede exceder al producto potencial durante cortos periodos; también, puede ser menor durante otros cortos periodos.

La teoría del crecimiento trata del comportamiento del producto potencial o del producto de largo plazo. Cuando hablamos de crecimiento económico, estamos hablando del incremento del producto potencial.

Perú: PBI y PBI potencial 1950-2008
(Millones de soles de 1994)

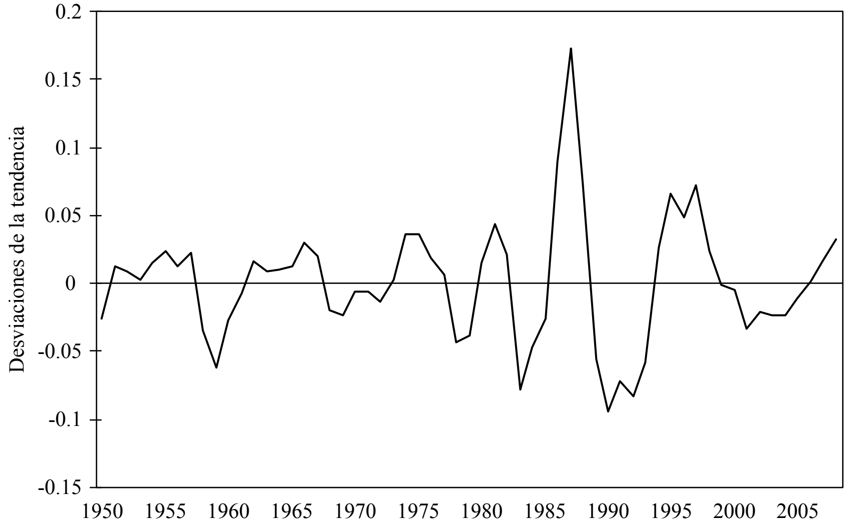


Fuente: BCRP. Elaboración propia.

El gráfico anterior muestra el comportamiento del PBI (línea continua) y del PBI potencial (línea discontinua). La diferencia entre ambos representa las fluctuaciones o el ciclo económico.

Perú: ciclo económico 1950-2008

(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP. Elaboración propia.

❖ Función de producción

La función de producción se define como la máxima cantidad de un bien que puede producir una economía con una combinación de factores, dada determinada tecnología. Puede ser escrita, en general, como:

$$Y = Y(K, L, T)$$

Indica que el producto depende (o es función) del capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (T). La función de producción nos dice que una economía solo podrá crecer si aumenta el número de máquinas, trabajadores o mejora la manera en que se combinan dichos factores para producir; es decir, si mejora la tecnología.

A continuación se mencionan algunas características de las funciones de producción:

Rendimientos a escala: hacen referencia a cómo varía la cantidad de producción cuando aumentan todos los factores de producción (capital y trabajo) en una misma proporción.

Los rendimientos a escala reflejan, para toda función homogénea, los aumentos de la producción ante aumentos proporcionales de todos los factores. Una función es homogénea de grado n si:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n F(K, L)$$

Existen tres tipos de rendimientos a escala:

- La producción de un bien está sujeta a *rendimientos decrecientes a escala* si la cantidad producida del bien aumenta en una menor proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.
- La producción de un bien está sujeta a *rendimientos constantes a escala* si la cantidad producida del bien aumenta en la misma proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.
- La producción de un bien está sujeta a *rendimientos crecientes a escala* si la cantidad producida del bien aumenta en una mayor proporción al aumentar la cantidad de factores en una determinada proporción.

Algebraicamente, tenemos lo siguiente:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n (F(K, L)) = \lambda^n Y$$

Donde $\lambda > 0$ y F es homogénea de grado n.

- Si $n < 1$, existen rendimientos decrecientes a escala.
- Si $n = 1$, existen rendimientos constantes a escala.
- Si $n > 1$, existen rendimientos crecientes a escala.

Una función de producción Cobb-Douglas:

$$F(K, L) = AK^{\alpha} L^{\beta}$$

Presenta rendimientos a escala iguales a $\alpha + \beta$, veamos por qué:

$$F(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\beta + \alpha} (AK^{\alpha} L^{\beta}) = \lambda^{\beta + \alpha} F(K, L)$$

En este caso, los rendimientos a escala sí dependerán del valor de los parámetros:

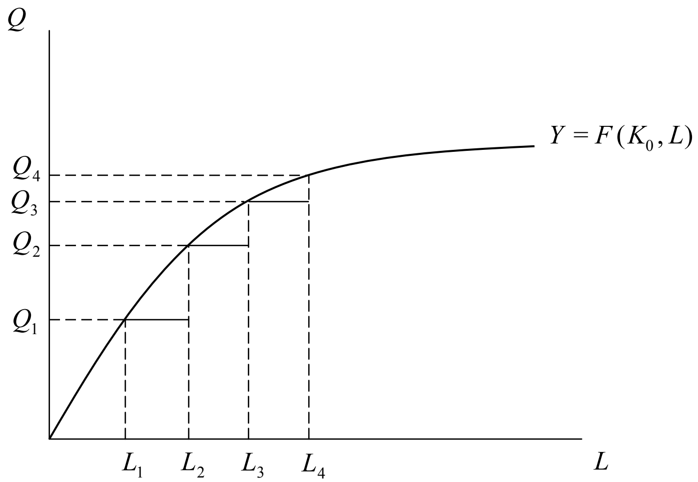
- Si $\alpha + \beta < 1$, la función tendrá rendimientos decrecientes a escala.
- Si $\alpha + \beta = 1$, la función tendrá rendimientos a escala constantes.
- Si $\alpha + \beta > 1$, la función tendrá rendimientos crecientes a escala.

La variable A es una variable tecnológica que, en este caso, representa la productividad total de los factores capital y trabajo.

Rendimiento marginal: este hace referencia a la cantidad de producto adicional que puede obtenerse al aumentar en una unidad uno de los factores de producción, manteniendo el otro constante. Así, el producto marginal del capital es la cantidad adicional de producto que puede obtenerse con una unidad adicional de capital (sin variar el trabajo), mientras que el producto marginal del trabajo es la cantidad adicional de producto que puede obtenerse con una unidad adicional de trabajo (sin variar el capital).

Usualmente se asume que los productos marginales son decrecientes; es decir, a medida que aumenta el trabajo (o el capital) sin aumentar el capital (o el trabajo), la producción aumenta cada vez en una menor proporción.

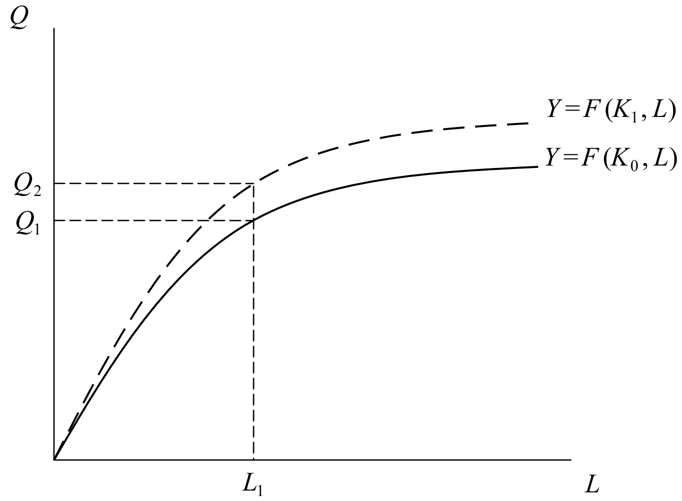
La función de producción y el rendimiento marginal decreciente del trabajo



La función de producción del gráfico anterior muestra rendimientos marginales decrecientes para el caso del trabajo. A medida que se adiciona una unidad de trabajo (eje horizontal), el producto aumenta (eje vertical) en cantidades cada vez menores.

Por otro lado, los aumentos en el *stock* de capital (K) o las mejoras tecnológicas permitirán que el mismo número de trabajadores puedan producir una mayor cantidad de bienes y servicios. La función de producción se desplaza hacia arriba, aumentando la producción para un mismo nivel de empleo.

La función de producción y un incremento del *stock* de capital



Elasticidad de sustitución entre factores: este concepto nos indica el grado de sustitución entre los factores capital y trabajo cuando varían sus respectivas productividades marginales. Fue introducida por J. R. Hicks (1964).

Matemáticamente, se expresa como la división de la tasa de variación de la relación capital-trabajo (K/L) entre la tasa de variación de las productividades marginales del capital y el trabajo (o de la relación de los precios del capital y el trabajo).

$$\sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left(\dfrac{K}{L}\right)}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left(\dfrac{PMgK}{PMgL}\right)}{\dfrac{PMgK}{PMgL}}}$$

Si suponemos que los precios de los factores son iguales a sus productividades marginales, entonces:

$$\sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left(\dfrac{K}{L}\right)}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left(\dfrac{P_K}{P_L}\right)}{\dfrac{P_K}{P_L}}} \quad \text{o} \quad \sigma_{K,L} = -\frac{\dfrac{d\left(\dfrac{K}{L}\right)}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left(\dfrac{r}{w}\right)}{\dfrac{r}{w}}}$$

Donde:

r Tasa de ganancia real
w Tasa de salario real

El signo negativo nos asegura que la elasticidad de sustitución sea mayor o igual que cero.

Dada la función de producción, las productividades marginales son:

$$PMgK = \frac{\partial Y}{\partial K} = F_K \quad ; \quad PMgL = \frac{\partial Y}{\partial L} = F_L$$

Cuando la relación de precios P_K/P_L aumenta, normalmente se espera que varíe la relación K/L en sentido contrario, puesto que el factor L, ahora relativamente más barato, sustituirá al factor K, ahora relativamente más caro.

Cuando la elasticidad es igual a cero, no hay sustitución de factores. Una elasticidad unitaria indica que la relación capital-trabajo varía en la misma proporción que la relación de los productos marginales o de sus precios.

Cuanto mayor es $\sigma_{K,L}$, mayor es la sustitución entre los factores. En el caso de un valor igual a cero, no hay sustitución porque los factores se utilizan en una proporción fija, como complemento el uno del otro. Cuando la elasticidad es infinita, se dice que los factores son sustitutos perfectos.

Isocuantas: las relaciones entre los niveles de producción y las cantidades respectivas de los factores de capital y trabajo pueden representarse mediante un mapa de isocuantas. La isocuanta refleja las distintas combinaciones de capital y trabajo que dan lugar a un mismo nivel de producto. La forma del mapa de isocuantas varía según el tipo de función de producción que se utilice. A continuación presentaremos los tipos de funciones de producción y las respectivas isocuantas.

La pendiente de la isocuanta es $-\dfrac{PMgK}{PMgL}$; por esta razón, la elasticidad de sustitución refleja la curvatura de la isocuanta.

Función de producción lineal: es la función de producción más simple y tiene la siguiente forma:

$$Y = \alpha K + \beta L$$

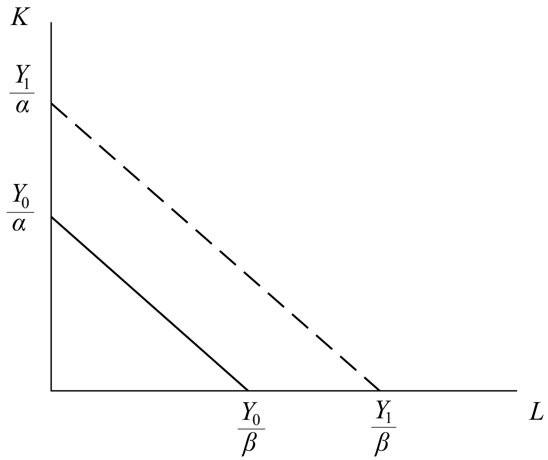
En este caso, la ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción es:

$$\alpha K = \overline{Y} - \beta L$$

$$K = \frac{1}{\alpha}\overline{Y} - \frac{\beta}{\alpha}L$$

Gráficamente, se representa:

Isocuantas de una función de producción lineal



El gráfico muestra una sustitución perfecta entre el factor capital y trabajo; es decir, es posible intercambiar capital por trabajo siempre en la misma proporción y, por lo tanto, las isocuantas son rectas. Las productividades marginales de los factores son:

$$PMgK = \alpha$$

$$MPgL = \beta$$

Por lo tanto, la relación de las productividades marginales es una constante:

$$\frac{PMgK}{PMgL} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Como la derivada de la relación de precios es cero, la elasticidad de sustitución es infinita.

Función de producción Cobb-Douglas: la función de producción más conocida y utilizada por su simplicidad es la función de producción Cobb-Douglas, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

Donde A representa los factores que afectan a la producción, distintos a L y K, tales como la tecnología y los niveles de eficiencia. α y β son las participaciones de los ingresos de los factores.

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1}L^{\beta} = \alpha\frac{K^{\alpha}L^{\beta}}{K}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha\frac{Y}{K}$$

$\alpha = \left(\partial Y / \partial K\right)\frac{K}{Y}$, es la participación del ingreso del factor capital.

De forma similar, para el factor trabajo, obtenemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta K^{\alpha}L^{\beta-1} = \beta\frac{K^{\alpha}L^{\beta}}{L}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta\frac{Y}{L}$$

$\beta = \left(\partial Y / \partial L\right)\frac{L}{Y}$, es la participación del ingreso del factor trabajo.

En este caso, la ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción es la siguiente:

$$\overline{Y} = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

$$K = \sqrt[\frac{1}{\alpha}]{\frac{\overline{Y}}{AL^{\beta}}}$$

$$K = \left(\frac{\overline{Y}}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}L^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

Las isocuantas que resultan de la función de producción Cobb-Douglas son hipérbolas que se abren hacia los ejes. En este caso, a diferencia de la función de producción lineal, el capital y el trabajo no son sustitutos perfectos. No es posible intercambiar capital por trabajo en la misma proporción: a medida que se utiliza menos de uno de los factores, la utilización del otro factor debe aumentar en cantidades cada vez mayores para mantener el mismo nivel de producción.

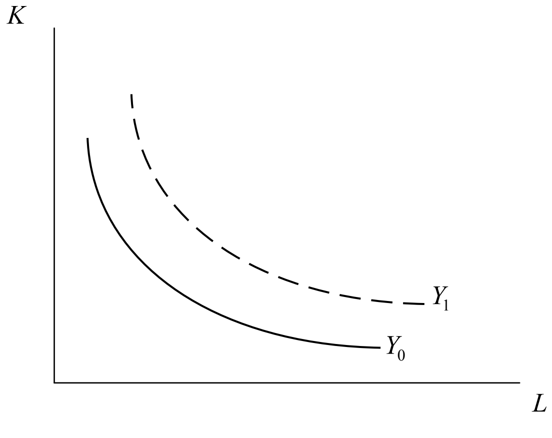
La elasticidad de sustitución es igual a:

$$\sigma_{K,L} = -\frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{PMgK}{PMgL}\right)} = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{L}{K}\right)}$$

$$\sigma_{K,L} = -\frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) - d\ln\left(\frac{K}{L}\right)} = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{-d\ln\left(\frac{L}{K}\right)}$$

$$\sigma_{K,L} = 1$$

Isocuantas de una función de producción Cobb-Douglas



Función de producción de Leontief: la función de producción de coeficientes fijos, conocida también como de Leontief, presenta la siguiente forma:

$$Y = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right)$$

En este caso, v y u son los coeficientes capital-producto y trabajo-producto, respectivamente. Esta función nos dice que si K o L son superiores a lo necesario para producir, el respectivo exceso permanecerá ocioso. Los factores de producción son complementarios, ya que la sustitución de capital por trabajo (o viceversa) necesariamente disminuye el nivel de producción.

La ecuación de la isocuanta para un nivel dado de producción se obtiene de la siguiente manera. Supongamos que K/v es el mínimo en la función de producción, esto quiere decir que para producir una unidad del bien son necesarios $1/v$ unidades de capital:

$$Y = \frac{K}{v}$$

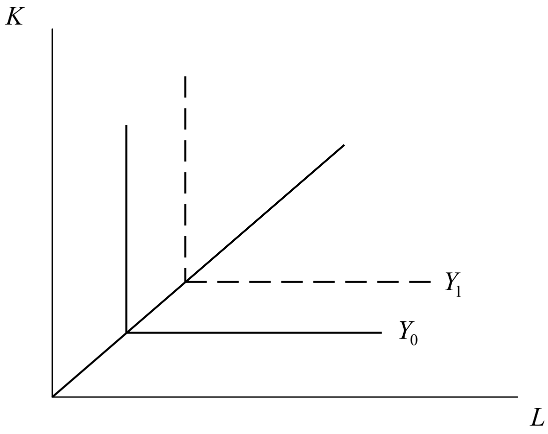
Así, la cantidad de mano de obra requerida viene determinada por:

$$L = uY = u\left(\frac{K}{v}\right)$$

$$K = \left(\frac{v}{u}\right)L$$

Las isocuantas que resultan de la función de producción de coeficientes fijos reflejan el hecho de que las cantidades requeridas de trabajo y capital, así como la combinación de ambas para producir una unidad del bien, están fijas. Las existencias en exceso de cualquiera de los dos factores no son utilizadas.

Isocuantas de una función de producción de coeficientes fijos



Como la relación capital-trabajo es una constante igual a v/u, la elasticidad de sustitución de esta función de producción es igual a cero.

La función de producción CES

Las tres funciones de producción pueden resumirse en una función CES (función de elasticidad de sustitución constante), cuya forma general es:

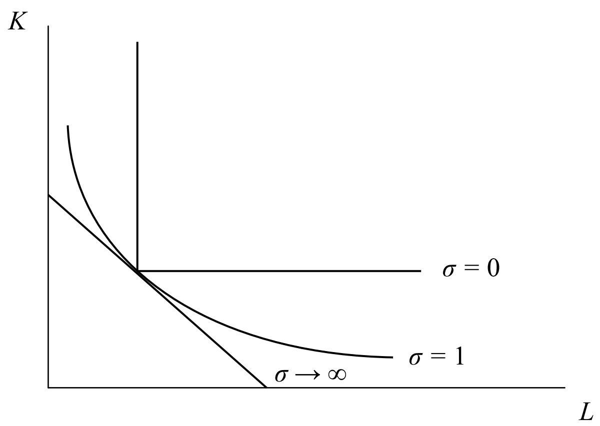
$$Y = A(aK^{-\beta} + bL^{-\beta})^{-1/\beta}$$

Con $\beta = \dfrac{1-\sigma}{\sigma}$

Donde a y b son los parámetros de proporciones factoriales y σ es la elasticidad de sustitución.

Si $\sigma = 0$, nuestra función será la de coeficientes (o factores) fijos; si $\sigma = 1$, nuestra función será una Cobb-Douglas; y, por último, si $\sigma = \infty$, tendremos una función de producción lineal.

Isocuantas y la elasticidad de sustitución



Función de producción neoclásica: esta función es de uso generalizado en la economía. Para que sea una función de producción neoclásica debe cumplir tres condiciones:

1. Presentar rendimientos constantes a escala o ser una función homogénea de grado uno.

   $Y = F(K, L)$ debe cumplir $\lambda Y = F(\lambda K, \lambda L)$

2. Presentar productos marginales positivos y rendimientos marginales decrecientes para cada uno de los factores. Matemáticamente:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

3. Cumplir con las condiciones de INADA: el producto marginal del capital (o del trabajo) tiende a infinito cuando el capital (o el trabajo) tiende a cero, y tiende a cero cuando el capital (o el trabajo) tiende a infinito.

$$\lim_{K \to \infty} F_K(K, L) = 0 \qquad \lim_{K \to 0} F_K(K, L) = \infty$$

$$\lim_{L \to \infty} F_L(K, L) = 0 \qquad \lim_{L \to 0} F_L(K, L) = \infty$$

Si los factores reciben como remuneración su respectivo producto marginal, el producto se agota:

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} L \qquad ; \qquad Y = rK + wL$$

Esta proposición teórica, conocida como el teorema de Euler, es posible solo si la función de producción presenta rendimientos constantes a escala.

❖ Tasas de crecimiento constantes

En macroeconomía es de gran interés calcular la variación del producto, de la inflación, del empleo, etcétera. Una primera aproximación al desempeño de dichas variables es calcular su tasa de variación porcentual. Basta dividir el cambio que experimentó la variable en el periodo analizado entre el nivel inicial de la misma.

La tasa de crecimiento constante en tiempo discreto de X se obtiene de:

$$X_t = X_0 (1 + g)^t$$

$$\ln(1+g) = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{t} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{\ln X_t - \ln X_0}{t}$$

O, de forma similar:

$$g = \left(\sqrt[t]{\frac{X_t}{X_0}} \right) - 1$$

Esta tasa constante es una tasa promedio por periodo (anual, trimestral, etcétera).

Se puede calcular también dicha tasa de variación porcentual cuando el periodo de tiempo es muy pequeño o, en términos matemáticos, infinitesimal. Suponiendo que $f(t)$ representa el comportamiento en el tiempo de alguna variable (el producto, por ejemplo) en el instante t, la expresión $\partial f(t)/\partial t$ indica la derivada de $f(t)$ con respecto al tiempo. Así, la tasa de variación porcentual para analizar periodos en tiempo continuo puede ser expresada como:

$$\frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{\partial f(t)/\partial t}{f(t)} = \frac{\dot{f}(t)}{f(t)}$$

Por lo tanto, una tasa de crecimiento constante se definirá de la siguiente manera:

$$\frac{\dot{f}(t)}{f(t)} = g$$

Este es el caso de una función de tipo $Y = e^{at}$. Tenemos que:

$Y = f(t)$

Tomamos logaritmos a la variable, con lo que se obtiene:

$\ln Y = gt$

Por último, derivamos y obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial t} = \frac{\partial(\ln f(t))}{\partial t} = \frac{1}{f(t)}\frac{\partial(gt)}{\partial t}$$

Con lo cual obtenemos:

$$\frac{1}{Y}\frac{\partial(gt)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = g$$

15.3 Contabilidad del crecimiento y los factores de producción

En general, el producto de la economía está determinado por dos importantes factores de producción, trabajo y capital, que se combinan mediante un proceso que involucra la tecnología.

Formalmente, el proceso de producción descrito se representa por: $Y = F(K, L, T)$. Esta función de producción describe cómo el capital (K), el trabajo (L) y la tecnología (T) se transforman en producto o dan lugar a una cantidad de producto (Y); esto quiere decir, en otras palabras, que Y es producido utilizando estos dos factores, capital y trabajo, mediante una tecnología dada.

Podemos deducir, entonces, que el crecimiento del producto proviene del crecimiento de K, de L o de T. En general, una economía produce mayores cantidades de Y si tiene más trabajadores, más máquinas o mejores «maneras» de combinar ambos factores en el proceso productivo.

La contabilidad de las fuentes de crecimiento se puede representar a partir de una función de producción explícita tipo Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \qquad (1)$$

El término A representa el progreso técnico que determina el producto independientemente de los factores K y L. Los aumentos sucesivos de A representan incrementos en el nivel de producción con las mismas dotaciones de factores productivos. Sabemos también que aumentos en el *stock* de capital y en el trabajo conllevan a aumentos en la producción. Es posible, entonces, expresar el crecimiento del producto en función al crecimiento de los factores de producción y de la tecnología.

Tomando logaritmos a (1) y derivando con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial \ln A}{\partial t} + \alpha \frac{1}{K}\frac{\partial \ln K}{\partial t} + (1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{\partial \ln L}{\partial t}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{A}}{A}$$

Esta ecuación nos dice que la tasa del crecimiento de la producción depende de la tasa de crecimiento de los factores capital (K) y trabajo (L), y de la tecnología (A). Las tasas de crecimiento de los factores están ponderadas por α y $1 - \alpha$, respectivamente.

La tasa a la que crece el progreso técnico (A) también es conocida como la tasa de crecimiento de la productividad total del los factores (PTF). En la función de producción utilizada aquí, el progreso técnico no depende directamente de las decisiones de los agentes económicos, sino de factores que no se observan directamente y que evolucionan con el transcurso del tiempo; por esta razón, se dice que el progreso técnico es exógeno.

Método para calcular la tasa de crecimiento del producto

Supongamos que existe una economía cuya población laboral, capital y progreso técnico crecen al año 1.5%, 0.6% y 0.75%, respectivamente. Además, sabemos que la participación de los ingresos de capital en el producto es de 0.2 y que la función de producción es neoclásica. ¿Cuál será la tasa de crecimiento del producto?

Para poder hallar la tasa de crecimiento del producto lo único que nos faltaría es conocer la participación de los ingresos del trabajo, pero, dado que la función de producción es neoclásica, sabemos que dicha participación será 0.8, ya que la función debe presentar rendimientos constantes a escala. Con estos datos:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = (0.2 \cdot 0.6\%) + (0.8 \cdot 1.5\%) + (0.75\%) = 2.07\%$$

Con lo cual, la tasa de crecimiento del producto es 2.07%. Esto es solo una aproximación, pues se están suponiendo cambios en tiempo continuo.

❖ Tasa de crecimiento del producto per cápita

La importancia del crecimiento económico, entendido como un aumento sostenido del producto potencial, radica en la influencia que este tiene en el bienestar de la población. Un crecimiento del PBI de largo plazo da lugar a una mejora en la calidad de vida de las personas. Efectivamente, puede que el crecimiento no mida la forma en que el ingreso es distribuido pero, aún así, no deja de ser una pieza clave para el incremento del bienestar, ya que un país con altas tasas de crecimiento puede solucionar el problema de la pobreza más rápidamente que otro con tasas de crecimiento menores.

Al dividir el PBI entre la fuerza laboral, obtenemos el PBI per cápita.

Si regresamos a la función de producción, tenemos lo siguiente:

$$\frac{F(K,L)}{L} = \frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L}$$

Operamos:

$$\frac{F(K,L)}{L} = \frac{AK^{\alpha}}{L^{\alpha}} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

Obtenemos una función de producción de la siguiente forma:

$$f(k) = Ak^{\alpha}$$

Donde:

$$k = \frac{K}{L}$$

$$f(k) = \frac{F(K,L)}{L}$$

Por lo tanto, la descomposición del crecimiento del producto en las tasas de crecimiento ponderadas de los factores que contribuyen en el proceso productivo se expresaría en términos per cápita de la siguiente forma:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + \frac{\dot{A}}{A}$$

Donde *k* es la cantidad de capital por trabajador; es decir, la relación capital-trabajo.

En general, la tasa de crecimiento del PBI per cápita se obtiene mediante el siguiente procedimiento:

Si el producto per cápita se representa como $y = \frac{Y}{L}$

La tasa de crecimiento del producto per cápita en tiempo discreto será igual a:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{\left(\frac{Y}{L}\right)_t - \left(\frac{Y}{L}\right)_{t-1}}{\left(\frac{Y}{L}\right)_{t-1}}$$

Efectuamos algunas operaciones algebraicas:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{\frac{Y_t L_{t-1} - Y_{t-1} L_t}{L_{t-1} L_t}}{\frac{Y_{t-1}}{L_{t-1}}} = \frac{L_{t-1}}{Y_{t-1}} \frac{\left[Y_t L_{t-1} - Y_{t-1} L_t\right]}{L_{t-1} L_t}$$

Se obtiene:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{Y_t L_{t-1}}{Y_{t-1} L_t} - 1$$

Si definimos g como la tasa de crecimiento del producto en el periodo t, y a n como la tasa de crecimiento de la fuerza laboral, podemos reescribir lo hallado de la siguiente forma:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{1+g}{1+n} - 1 = \frac{g-n}{1+n}$$

Esta es la tasa de crecimiento del PBI per cápita en tiempo discreto.

En tiempo continuo, partiendo del diferencial total del PBI per cápita, se obtiene:

$$y = \frac{Y}{L}$$

$$dy = \frac{1}{L}\frac{dY}{Y} - YL^{-2}dL$$

$$dy = \frac{Y}{L}\frac{dY}{Y} - \frac{Y}{L}\frac{dL}{L}$$

$$dy = y\left(\frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L}\right)$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dY}{Y} - \frac{dL}{L}$$

Dado que $\frac{dY}{Y} = g$ y $\frac{dL}{L} = n,$ la tasa de crecimiento del PBI per cápita en tiempo continuo es:

$$\frac{dy}{y} = g - n$$

❖ Fuerza laboral y crecimiento económico

La fuerza de trabajo está constituida por el número de personas en edad de trabajar que están trabajando o están buscando trabajo (PEA). Los que están buscando trabajo y no lo encuentran, son los desempleados.

La tasa de desempleo es la fracción de la PEA desempleada. En el Perú, en el año 2005, la PEA era de 13 815 894 personas. La PEA ocupada ascendía a 13 119 725 personas, y la desempleada a 696 259; por lo tanto, la tasa de desempleo fue de 5%:

$$\frac{\text{desempleados}}{\text{fuerza laboral total}} = \frac{696259}{13815894} = 0.05$$

Es decir, de 5%.

En correspondencia con el producto potencial hay una tasa de desempleo denominada natural. Incorpora a los desempleados voluntarios; es decir, a desempleados que no están buscando trabajo. La diferencia entre la tasa de desempleo y la tasa natural se conoce con el nombre de tasa de desempleo cíclica. Estos conceptos han sido desarrollados en la primera parte de este libro.

Hay una relación negativa entre el nivel del producto y la tasa de desempleo cíclica. Cuando el producto se sitúa por encima de su nivel potencial, la tasa de desempleo se ubica por debajo de la tasa natural, y viceversa.

Cuantas más personas trabajan, más bienes y servicios son producidos. La relación es directa: para aumentar el crecimiento económico hay que aumentar el tamaño de la fuerza laboral y/o reducir la tasa de desempleo. Pero hay restricciones:

- La sociedad limita el tamaño de la fuerza laboral. Se impide, por ejemplo, el trabajo de los niños por razones morales o porque es mejor dejarlos que desarrollen sus habilidades y adquieran conocimientos para convertirse en trabajadores calificados en el futuro. Por otro lado, también la sociedad o el Estado pone un límite superior al implementar un sistema de seguridad social para permitir que los adultos mayores disfruten de su retiro sin verse obligados a buscar trabajo.
- La tasa natural de desempleo no puede ser cero. En la economía siempre hay desempleados, aun cuando está en su producto potencial.

Los determinantes de la tasa de desempleo natural son el desempleo friccional y el desempleo estructural.

❖ Capital y crecimiento económico

El capital está constituido por equipamiento, estructuras, maquinaria e inventarios que incrementan y mejoran la capacidad productiva de la economía. El *stock* de capital no es otra cosa, entonces, que la cantidad de activos productivos que se utiliza para producir bienes y servicios.

Inversión: la inversión está estrechamente relacionada al *stock* de capital. Es el monto de nuevo capital que se adiciona al *stock* de capital existente en cada periodo. Es una variable de flujo. Según la contabilidad nacional, está compuesta de:

- Inversión bruta fija: inversión en maquinaria, equipo y construcción.
- Variación de inventarios: bienes en proceso o que han sido producidos y no se han vendido.

Inversión fija bruta y neta: no toda inversión nueva es una adición al *stock* existente de capital. Una parte se destina a reponer el capital gastado en el proceso de producción. El monto de capital gastado se denomina depreciación. Por lo tanto:

Inversión bruta – Depreciación = Inversión neta

La inversión neta es la que aumenta el monto total de *stock* de capital de la economía.

Inversión y ahorro: contablemente, la inversión siempre es igual al ahorro total de la economía. A partir de la identidad del gasto agregado:

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$(Y + TR + F - T - C) + (T - G - TR) = X - M + F - TR$$

Donde T es la tributación total, TR las transferencias del gobierno a las familias y F es la renta neta de factores.

Como $S_p = Y + F - TR - T - C$ y

$$S_g = T - G - TR$$

$$S_p + S_g = I + X - M + F$$

El ahorro doméstico (ahorro privado más el ahorro del gobierno) es igual a la inversión más las exportaciones netas de importaciones más la renta neta de factores. El ahorro externo (S_e) es igual a ($M - F - X$); por lo tanto:

$$S_p + S_g + S_e = I \quad ; \quad S = I$$

❖ Tecnología y crecimiento económico

La tecnología se define como los «conocimientos» que permiten transformar insumos en productos. Teniendo «mayores conocimientos» se puede producir más con un monto dado de factores de producción. La tecnología es resultado de investigaciones para encontrar nuevas y mejores formas de «hacer las cosas».

El progreso o cambio técnico hace posible obtener una mayor producción con las mismas disponibilidades de trabajo (L) y/o capital (K). El cambio técnico puede ser general cuando rige por igual para todos los factores que estén siendo utilizados. También puede haber un cambio técnico particular que rige para solo uno de los factores.

El progreso técnico avanza a un ritmo proporcional (ρ). Si el progreso está representado por α, entonces:

$$\alpha_t = \alpha_0 e^{\rho t}$$

De aquí se deduce que:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \rho$$

El cambio técnico

El cambio técnico puede ser de tres tipos:

a) Cambio técnico «aumentador» de capital. Aumenta la producción por unidad de capital (por ejemplo, mediante la organización de turnos).
b) Cambio técnico «aumentador» de trabajo. Aumenta la cantidad producida por unidad de trabajo (especialización de la mano de obra).
c) Productividad total de los factores. Técnicas que hacen más productivos a ambos factores, trabajo y capital.

El primero es el progreso técnico neutral de Solow. La neutralidad se refiere a un desplazamiento de la función de producción que no altera la proporción de capital y trabajo empleados. En otras palabras, no inclina la balanza a favor del trabajo ni del capital.

El progreso técnico de Solow sí afecta la relación producto-capital Y/K. Puede representarse como:

$Y = F(\alpha K, L)$

El segundo es el progreso técnico neutral de Harrod. Este tipo de progreso técnico hace posible que la relación producto-capital se mantenga constante a lo largo del tiempo. Puede representarse como:

$Y = F(K, \alpha L)$

El tercero es el progreso técnico neutral de Hicks. No es compatible con la constancia de la relación producto-capital Y/K. Puede representarse como:

$Y = \alpha F(K, L) = F(\alpha K, \alpha L)$

15.4 Crecimiento y política económica

Las políticas económicas y las condiciones iniciales pueden acelerar o retardar el crecimiento económico de largo plazo a través de su influencia en: a) el desarrollo tecnológico; y b) la intensidad de capital.

En lo que respecta a la *tecnología*, las políticas orientadas a mejorar la calificación de los trabajadores contribuyen a mejorar su eficiencia; es decir, su capacidad para utilizar las tecnologías modernas. Hoy en día, es el conocimiento lo que genera mayor valor agregado. Para esto, se necesita gente debidamente capacitada y calificada, lo cual se logra fomentando la inversión en capital humano; es decir, fomentando el gasto en educación, en salud, así como en investigación. Hay trabajos que comprueban que la contribución relativa del capital humano es grande en los países industrializados, que además son los que más invierten en este tipo de capital.

En lo que respecta a *la intensidad de capital*; es decir, a la cantidad de *stock* de capital (equipo, edificios, autopistas, puertos y maquinas) que tiene a su disposición un trabajador medio, una economía intensiva en capital será más productiva y generará mejores condiciones de bienestar para la población. La intensidad de capital viene determinada por:

a. Proporción de la producción total que se ahorra y se invierte para aumentar el *stock* de capital (se le denomina también esfuerzo de inversión o coeficiente de inversión). Las políticas económicas que aumentan este esfuerzo, aceleran la tasa de crecimiento económico a largo plazo.

b. Nueva inversión necesaria para dotar de capital a los nuevos trabajadores o para reponer el *stock* de capital gastado u obsoleto.

Las políticas económicas que afectan el gasto en educación e investigación, así como a los coeficientes de ahorro e inversión, y aquellas que estimulan la inversión para por lo menos mantener constante la intensidad de capital, son las que específicamente afectan la tasa de crecimiento económico a largo plazo. No obstante, la influencia negativa o positiva de estas políticas sobre el crecimiento económico puede acentuarse dependiendo de *las condiciones iniciales*.

En el Perú, estas condiciones iniciales están constituidas por tres grandes problemas estructurales: a) la desigualdad y pobreza intensificadas por la insuficiencia de empleos e ingresos decentes; b) las débiles o inexistentes relaciones sectoriales y espaciales que hacen difícil crear nuevos mercados internos o expandir los ya existentes; y, c) el estilo del crecimiento liderado por la producción primaria, la misma que tiene reducidos efectos sobre el empleo y los ingresos.

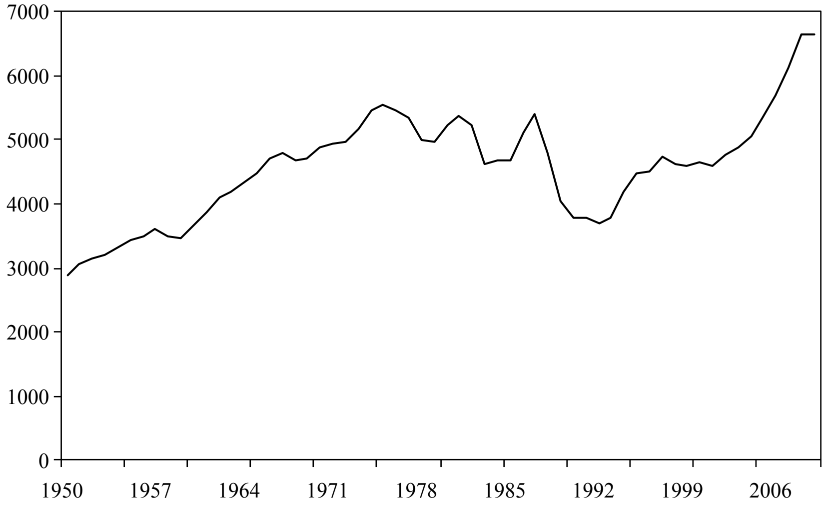
Por otro lado, es importante señalar que los cambios climáticos o la demanda externa son factores exógenos a las políticas económicas; por lo tanto, cualquier crecimiento basado en este tipo de factores no puede ser entendido como un crecimiento sostenible de mediano o largo plazo. Mientras mayor sea el crecimiento de una economía dependiente de estos factores, mayor será su vulnerabilidad y menor será su capacidad de conseguir un crecimiento sostenible. Los factores que sí están al alcance de las políticas económicas son el progreso técnico y la acumulación de capital físico y humano. El eje central de la teoría del crecimiento, cuyo análisis se circunscribe al crecimiento del producto de largo plazo, se basa en estos dos factores.

Crecimiento y Política Económica en Perú

El PBI per cápita peruano creció sostenidamente desde 1950 hasta mediados de la década del setenta, para luego mostrar considerables fluctuaciones y disminuir notablemente entre mediados de la década de los ochenta e inicios de los noventa. En 1992, el PBI per cápita ascendía a S/. 3691 de 1994, cercano a su valor registrado en 1960, y recién en 2006 pudo sobrepasar el nivel que alcanzó en 1975. Entre el 2004 y el 2008, el producto por habitante aumentó a una tasa de 6% promedio anual.

Perú: PBI per cápita 1950-2008

(Millones de soles de 1994)



Fuente: BCRP, INEI. Elaboración propia.

¿Cómo puede explicarse este comportamiento del PBI per cápita peruano? ¿Cuál fue la política económica seguida que puede explicar este comportamiento? ¿Tiene la política económica entre sus objetivos la promoción del crecimiento? Para abordar estas interrogantes, debemos analizar la evolución de las principales variables económicas que influyen en el crecimiento del PBI.

Una de estas variables es la inversión, pues gracias a ella no solo se incrementa el *stock* de capital en la economía, sino que también se incorporan cambios tecnológicos y se eleva la productividad del trabajo. El otro factor estrechamente relacionado con el anterior es la cobertura y calidad de la educación, junto con la inversión en investigación y desarrollo. Concluyendo, la política económica debe promover la inversión privada y favorecer el gasto en investigación, educación y desarrollo.