ME
DECON

MATERIAL DE ENSEÑANZA

Nº 6

APUNTES DE MACROECONOMÍA INTERMEDIA

Félix Jiménez

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

PUCP

Apuntes de Macroeconomía Intermedia
Material de Enseñanza 6

Av. Universitaria 1801, Lima 32 – Perú.
Teléfono: (51-1) 626-2000 anexos 4950 - 4951
econo@pucp.edu.pe
www.pucp.edu.pe/departamento/economia/

Encargado de la Serie: José Rodríguez
Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú,
jrodrig@pucp.edu.pe

Félix Jiménez Jaimes

Apuntes de Macroeconomía Intermedia
Lima, Departamento de Economía, 2020
(Material de enseñanza 6)

PALABRAS CLAVE: Macroeconomía, Macroeconomía Neoclásica y Keynesiana, Política Fiscal, Política Monetaria.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú Nº 2019-05533
ISSN 2413-8606 (Impreso)
ISSN (En línea –en trámite)

MATERIAL DE ENSEÑANZA N° 6

APUNTES DE MACROECONOMÍA INTERMEDIA

Félix Jiménez Jaimes

Diciembre, 2020

DEPARTAMENTO
DE **ECONOMÍA**

MATERIAL DE ENSEÑANZA 6
http://files.pucp.edu.pe/departamento/economia/ME006.pdf

Apuntes de Macroeconomía Intermedia

Félix Jiménez

RESUMEN

Este es un texto introductorio de macroeconomía intermedia. Su lectura requiere contar con conocimientos previos de cálculo diferencial y de algebra de matrices. Contiene los enfoques y modelos neoclásicos y keynesianos para economías pequeñas y abiertas con libre movilidad de capitales y tipo de cambio flexible. Se diferencia de otros textos similares no solo por el énfasis en los desarrollos matemáticos y gráficos de los modelos, sino también incorpora los modelos IS-PM (función de Política Monetaria) y de oferta y demanda agregadas, con tasa de interés como instrumento de política monetaria.

Clasificación JEL: E10, E12, E13, E32 E52, E62, E63

Palabras claves: Macroeconomía, Macroeconomía Neoclásica y Keynesiana, Política Fiscal, Política Monetaria

ABSTRACT

This is an introductory text on intermediate macroeconomics. Reading it requires prior knowledge of differential calculus and matrix algebra. It contains the neoclassical and Keynesian approaches and models for small and open economies with free capital mobility and flexible exchange rate. It differs from other similar texts not only by the emphasis on the mathematical and graphical developments of the models, but also because it incorporates the IS-PM (Monetary Policy function) and aggregate supply and demand models, with interest rate as a monetary policy instrument.

JEL Classification: E10, E12, E13, E32 E52, E62, E63

Keywords: Macroeconomics, Neoclassical and Keynesian Macroeconomics, Fiscal Policy, Monetary Policy.

Apuntes de Macroeconomía Intermedia

Félix Jiménez[1]

[1] El autor agradece el apoyo del Departamento de Economía de la PUCP y la paciente asistencia de Hillary La Cruz, estudiante del último año de Economía.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

Este es un texto introductorio de macroeconomía intermedia. Su lectura requiere contar con conocimientos previos de cálculo diferencial y de algebra de matrices. Contiene enfoques y modelos neoclásicos y keynesianos para economías pequeñas y abiertas con libre movilidad de capitales y tipo de cambio flexible. Los tres primeros capítulos incluyen conceptos introductorios, elementos contabilidad nacional, el flujo circular ingreso-gasto y la explicación de la identidad ahorro/inversión, indispensables para la comprensión de los modelos desarrollados a lo largo del texto.

En los capítulos 4 y 5 se analizan los mercados de bienes y de dinero, respectivamente. En relación al primer mercado se examinan los componentes del gasto agregado de la economía (consumo, gasto del gobierno, inversión y Exportaciones netas de importaciones), para después describir cómo opera la estática comparativa en el modelo de Ingreso-Gasto Keynesiano, matemática y gráficamente. Se destaca el análisis de los efectos de la política fiscal sobre la producción. Del equilibrio del mercado de bienes que es el equilibrio del ingreso y el gasto agregado, se deriva la curva que representa el equilibrio del ahorro con la inversión, es decir, la curca IS.

En el capítulo sobre mercado de dinero, luego de algunas definiciones indispensables (oferta de dinero y base monetaria, las funciones del dinero), se analiza los motivos por los que se demanda dinero. Se destaca la explicación de la determinación de la tasa de interés como fenómeno monetario y el papel de la política monetaria. El capítulo termina con la determinación de la curva de equilibrio de del mercado dinero denominada LM.

El capítulo 6 trata del modelo macroeconómico IS-LM en cuya solución se utiliza el algebra de matrices. Luego del análisis de las condiciones de estabilidad del modelo se analizan (estática comparativa) los efectos las políticas fiscal y monetaria. Mención especial merece el análisis de estática comparativa con una IS con pendiente positiva debido a que la inversión depende ya no depende solo de la tasa de interés sino también del producto o ingreso. Finalmente, se diferencias analíticamente los enfoques neoclásico y keynesiano, y los efectos de la variación de los precios y de la inflación esperada.

El modelo IS-LM determina la demanda agregada. A los casos extremos de oferta agregada keynesiana y neoclásica, hay que agregarle la oferta agregada keynesiana con pendiente positiva. En el capítulo 7 se analiza el modelo completo de oferta agregada y demanda agregadas, con los tres casos mencionados. El modelo completo corresponde a un sistema matricial con tres ecuaciones y, en consecuencia, otras son sus condiciones de estabilidad. El modelo incorpora el caso neoclásico de Oferta y Demanda agregada con pleno empleo.

En el capítulo 8 se desarrolla el modelo IS-PM con tasa de interés exógena fijada por el banco central. Se describe el pasaje del Modelo IS-LM al Modelo IS-PM (Política Monetaria); es decir, a un nuevo un nuevo esquema institucional de política monetaria. De la misma manera, bajo este nuevo esquema se desarrolla el modelo de oferta y demanda agregadas, se determinan las condiciones de estabilidad, los multiplicadores del equilibrio de Corto plazo, para luego desarrollar la estática comparativa. El capítulo termina con la presentación del modelo OA-DA con tasa de interés fija y el superávit estructural del gobierno

Finalmente, en el capítulo 9 se presenta el modelo oferta y demanda agregadas con precios y tipo de cambio flexibles para una economía pequeña y abierta con libre movilidad de capitales. Se revisa el modelo ingreso-gasto y la composición de la demanda agregada, así como el modelo IS-LM con tipo de cambio flexible y libre movilidad de capitales. Luego se presentan los modelos de OA-DA con tipo de cambio flexible y libre movilidad de capitales, y con precios de las exportaciones exógenos y libre movilidad de capitales. Asimismo, se desarrolla el caso Neoclásico cuando el producto u oferta agregada es de pleno empleo.

El desarrollo de esta versión del texto fue posible gracias al apoyo del Departamento de Economía de la PUCP y a la paciente asistencia de Hillary La Cruz, estudiante del último año de Economía.

PUCP. Diciembre de 2020

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. ¿Qué es la macroeconomía?

La *Macroeconomía* es una rama de la teoría económica que estudia el comportamiento de la economía en su conjunto, mediante el análisis de la evolución de variables económicas agregadas y de las interrelaciones entre ellas, como el producto (o producto bruto interno), el ingreso nacional, el nivel de empleo, la tasa de desempleo, el consumo, la inversión, el gasto del gobierno, la tasa de inflación, la balanza de pagos, el tipo de cambio, entre otras; y, el papel que desempeña el dinero.

La *Macroeconomía* también estudia los efectos que la política económica tiene sobre dichas variables agregadas. Se entiende por política económica a la aplicación del poder del Estado sobre toda (o determinadas partes de) la economía de un país, mediante el uso de determinados instrumentos como son, por ejemplo, el gasto del gobierno, la tasa de impuestos, la cantidad del dinero o la tasa de interés.

A diferencia de la *Macroeconomía*, la *Microeconomía* estudia el comportamiento de agentes económicos individuales (las familias y las empresas o firmas) en la asignación de recursos y determinación de precios en mercados individuales de bienes y servicios.

❖ *Breve historia de la macroeconomía*

La historia de la macroeconomía es la historia de la ciencia económica.

▪ **La economía Clásica**

Sus representantes más importantes son: Adam Smith, autor de la obra *Investigación sobre la naturaleza y causa de la riqueza de las naciones* (1776); y, David Ricardo, autor de la obra *Principios de Economía Política y tributación* (1817). Son los primeros en construir un cuerpo analítico sólido para explicar el funcionamiento del conjunto de la economía capitalista industrializada. El tema de estos economistas clásicos es el crecimiento y la distribución a largo plazo. La preocupación teórica central de estos economistas era identificar los factores que podrían constituirse en límites al crecimiento económico. Su enfoque, por lo tanto, era *macroeconómico*.

Es importante mencionar que en algunos textos de historia del pensamiento económico se incluye entre los economistas clásicos a John Stuart Mill, autor de *The Principles of Political Economy: with some of their applications to social philosophy* (1848), y a Karl

Marx, autor de *El capital:* volumen I (1867), volumen II (1885) y volumen III (1894). Estos dos últimos volúmenes publicados después de su muerte por Federico Engels.

- **La economía Neoclásica**

Esta teoría que aparece en el último tercio del siglo XIX se centra por primera vez en el análisis *microeconómico*. La teoría neoclásica surge como una síntesis de las teorías de la utilidad marginal y la productividad marginal desarrolladas por W. S. Jevons, C. Menger, J. B. Clark, Walras, F A. Marshall, A. C. Pigou, entre otros, durante la primera gran crisis del capitalismo que se inicia en 1873 y sorprendentemente durante los años de surgimiento del capitalismo monopólico y oligopólico. Esta síntesis fue realizada por Wicksell en su libro *Lectures on political Economy* (1901).

En este enfoque, la macroeconomía se concebía como una extensión al conjunto de la economía de los postulados microeconómicos neoclásicos. Bajo el principio de que los mercados libres, con precios y salarios flexibles, asignan los recursos de manera eficiente, se concluye que la economía en su conjunto tiende automáticamente al pleno empleo de los recursos. No hay fluctuaciones económicas y, por lo tanto, la política económica es neutral, no influye en la determinación de la producción y el empleo.

- **La economía Keynesiana**

La segunda gran crisis del capitalismo estalla en 1929, año en el que empieza la Gran Depresión. La crisis cuestiona las proposiciones teóricas del enfoque macroeconómico neoclásico, pues frente a la caída de los niveles de producción y empleo, la flexibilidad de precios y salarios no asegura que la economía retorne a sus niveles de pleno empleo.

En estos años de desempleo y recesión, J.M. Keynes desarrolló y publicó su obra *La Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero* (1936). Las ideas que este autor expresa son radicalmente opuestas a las de los economistas neoclásicos. La solución para Keynes no estaba por el lado de flexibilidad de precios y salarios, sino por el lado del estímulo de la demanda agregada mediante las políticas fiscal, monetaria y/o de ingresos. Para Keynes, el libre mercado y la flexibilidad de precios y salarios no asegura que la economía tienda al pleno empleo. Por lo tanto, puede existir desempleo involuntario.

- **La síntesis Neoclásica**

Después de la publicación de la *Teoría General* de Keynes, se desarrolla el enfoque teórico macroeconómico denominado la Síntesis Neoclásica, cuya vigencia se va a prolongar, desde fines de la segunda guerra mundial, hasta la actualidad. El período de apogeo de este enfoque fue el del *Golden Age del Capitalismo*, 1946-1973. A mediados del siglo XX, surgió integrando las ideas de Keynes con las ideas neoclásicas. Fue hecha por J. R. Hicks en su artículo *Mr. Keynes and the classics: a suggested interpretation* (1937). Hicks introdujo por primera vez el modelo IS-LM, de interacción entre los mercados monetarios y de bienes, y que deja de lado el mercado de bonos por la ley de Walras. Esta síntesis fue popularizada por Paul Samuelson con su obra *Economics* (1955).

La *Síntesis Neoclásica* sostiene que, en el corto plazo, puede darse un equilibrio keynesiano con desempleo involuntario de la fuerza laboral, debido a la lentitud del ajuste de los precios frente a desequilibrios entre la oferta y demanda agregadas. En consecuencia, el Estado debe intervenir con política económicas, fiscal, monetaria y/o de ingresos, para aumentar los niveles producción y empleo. Pero, en el largo plazo, bajo el supuesto de precios y salarios totalmente flexibles, la economía tenderá al pleno empleo.

- **La Nueva Macroeconomía Clásica**

La *Síntesis Neoclásica* se pone en cuestión en los años 1970 con la denominada *Revolución de las expectativas racionales*, que da lugar a la *Nueva Macroeconomía Clásica* desarrollada por J. F. Muth, R. Lucas, T. Sargent, R. Barro y N. Wallace. Surge en plena crisis de estanflación que no puede ser explicada por la *Síntesis Neoclásica*, y en un contexto mundial de mayor integración comercial y financiera, libre movilidad de capitales y regímenes cambiarios flotantes. El año 1973 había caducado definitivamente el sistema monetario internacional conocido como el sistema de Breton Woods que se puso en vigencia después de la segunda guerra mundial.

La *Nueva Macroeconomía* que no es sino la síntesis de la *Macroeconomía Neoclásica* pre-keynesiana con la hipótesis de Expectativas Racionales, constituye un rechazo radical a las ideas de Keynes y a la utilización de las políticas económicas. Sostiene que los agentes económicos toman decisiones formándose expectativas sobre las variables que influyen sobre ellas, de manera racional. En otras palabras, utilizan óptimamente la respectiva información disponible cuando forman sus expectativas; esto quiere decir que no comenten errores de predicción sistemáticamente y que no hay correlación alguna entre estos errores de predicción. En consecuencia, con precios y salarios flexibles e información perfecta, la economía tiende al pleno empleo. No hay razón para que la economía se desvíe del nivel de pleno empleo, por lo mismo no hay razón para la utilización de la política económica. Es más, las políticas económicas serán neutrales si se anuncia como reglas, es decir, si son sistemáticas o perfectamente esperadas por los agentes racionales. Si el desvío ocurre por una política no sistemática sino discrecional (información imperfecta), los agentes económicos racionales tomarán en cuenta esta nueva información y la economía retornará a sus niveles de pleno empleo.

En los años 1980, surge, dentro (o como una extensión) de la Nueva Macroeconomía Clásica, la *teoría de los ciclos económicos reales*, con los trabajos de F. E. Kydland y E.

C. Prescott, *Time to build and aggregate fluctuations* (1982); y, de E.C. Prescott, *Theory ahead of business cycles measurement* (1986). Según esta teoría las fluctuaciones tienen su origen en variaciones aleatorias de factores de oferta como el progreso técnico. Un shock aleatorio de progreso técnico provocará cambios en las elecciones intertemporales de los agentes económicos que generarán fluctuaciones de la economía.

- **La Nueva Macroeconomía Keynesiana**

Como se señala en Jiménez (2012), paralelamente, y en respuesta a los economistas de la *Nueva macroeconomía clásica*, otros economistas trataban de justificar los supuestos *no walrasianos* de la teoría keynesiana. Estos son los nuevos keynesianos (G. Mankiw, O. Blanchard, S. Fischer, L. Summers, J. Stiglitz, G. Akerlof y J. B. Taylor, entre otros) que explican el desempleo a partir de ciertas rigideces reales, y no sólo a partir de rigideces nominales. Los costos de menú, la teoría del insider/outsider y los salarios de eficiencia, son algunos de los desarrollos de la nueva macroeconomía keynesiana. Los ciclos no ocurren por cambios no anticipados en la demanda en una economía en competencia perfecta, sino por la existencia de fallas de mercado que se expresan en rigideces nominales y reales. Por lo tanto, en presencia de rigideces nominales y reales, los mercados se ajustan mediante variaciones en los niveles de producción y empleo, y no mediante variaciones de precios. Si el mecanismo de precios no funciona para lograr el pleno empleo, los nuevos keynesianos reivindican la importancia de la política económica con ese fin.

- **La Síntesis Nuevo Keynesiana-Nuevo Clásica o Nueva Síntesis Neoclásica**

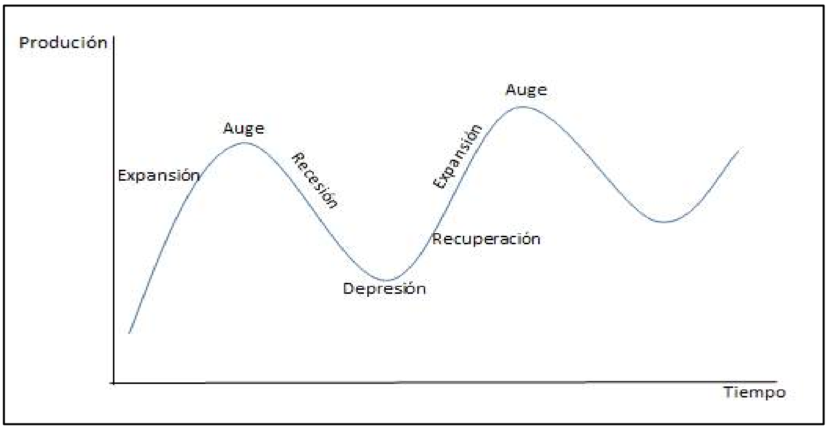
Este enfoque macroeconómico surge en la segunda mitad de los años 1990 y sigue en desarrollo hasta la fecha. Entre sus exponentes y sus obras respectivas destacan: Marvin Goodfriend y Robert King, *The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy* (1997) y *The Case for Price Stability* (2001); J. Galí, R. Clarida y M Gertler, *The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective* (1999); Marvin Goodfriend, *Monetary Policy in the New Neoclassical Synthesis: A Primer* (2002); y, Michael Woodford, *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy* (2003). En la obra de este último autor se encuentra la presentación más acabada de este nuevo enfoque.

Este enfoque es la síntesis de la Nueva Macroeconomía Clásica y la Nueva Macroeconomía Keynesiana. Se parte de la teoría de los ciclos económicos reales y de la hipótesis de expectativas racionales, y se complementa con la hipótesis de rigideces nominales de precios y salarios de la nueva macroeconomía keynesiana. Siguiendo a la nueva macroeconomía keynesiana se supone competencia imperfecta y ajuste lento de los precios, y en línea con la teoría de los ciclos económicos reales se utiliza la metodología del equilibrio general dinámico estocástico. Sus autores la presentan como una teoría de la política económica; por ejemplo, para Woodford (2003) se trata de una "refundación" de la teoría de la política monetaria o, más específicamente, una teoría de las reglas óptimas de política monetaria. Las reglas suponen que la relación entre la tasa de interés nominal (monetaria) y la inflación no toma en cuenta el nivel de la cantidad de dinero.

❖

La breve historia descrita de la macroeconomía, con excepción de la *Economía Clásica*, corresponde al estudio de la evolución y las fluctuaciones del nivel de actividad económica en el corto y medio plazo. Las fluctuaciones del producto son conocidas como *Ciclos Económicos*. Los ciclos describen las fluctuaciones u oscilaciones recurrentes en el nivel del producto, del empleo, del consumo y de otras variables macroeconómicas en el corto plazo, y cubre un periodo de varios años. Los ciclos son de longitud variable y tienen fases de duración igualmente variables, y que se repiten en el tiempo. Estas fases son: la expansión, el auge que alcanza un pico, la recesión, la contracción hasta alcanzar un fondo, y luego la recuperación.

Gráfico 1.1
Fases del Ciclo Económico



De otro lado, la macroeconomía también estudia los principales determinantes de la evolución de largo plazo del producto y es conocida como teoría del crecimiento económico. Como lo mencionamos en la breve historia de la macroeconomía, esta teoría se inicia con los clásicos Smith y Ricardo, quienes abordan el tema de los límites del crecimiento económico de largo plazo. La economía nace, entonces, como teoría macroeconomía de largo plazo, en los años 1776 y 1817. Después de más de un siglo se retoma la teoría del crecimiento con los aportes de los economistas Roy Harrod (*Essay in Dynamic Theory*,1939) y Evsey Domar (*Capital expansion rate of growth and* *employment*,1946). Ambos llevan las proposiciones teóricas de Keynes al largo plazo. Estas son: la improbabilidad de que la economía crezca con pleno empleo y la inestabilidad de su crecimiento a largo plazo.

Los economistas neoclásicos reaccionan sosteniendo, a diferencia de Harrod y Domar, que el crecimiento es estable (que hay convergencia al equilibrio) y con pleno empleo (que la economía crece a la tasa que crece su fuerza laboral). Robert Solow y Trevor W. Swan son los que desarrollan esta teoría del crecimiento neoclásica. El contenido de esta teoría puede verse en *A Contribution to the Theory of Economic Growth* (Solow, 1956) y en *Economic growth and capital accumulation* (Swan, 1956)

Le siguen otros aportes importantes como los de T. Koopmans, *On the concept of Optimal Economic Growth* (1963), y D. Cass, *Optimun growth in an Agregate Model of Capital Accumulation* (1965), quienes retoman el modelo de Ramsey, que fue publicado en 1928 en su artículo *A Mathematical Theory of Saving*. Todos estos autores sostienen que el crecimiento está limitado por factores de oferta.

Finalmente hay que mencionar que en los años 1980 aparecen la teoría del crecimiento endógeno y la teoría del crecimiento determinado por factores de demanda (véase Jiménez, 2012). La primera sostiene, a diferencia de la teoría neoclásica, que la productividad (producto por trabajador) y la intensidad de capital (capital por trabajador) crecen a largo plazo sin que se incorpore exógenamente el cambio técnico. La segunda privilegia el papel de los factores de demanda (inversión, exportaciones netas, etc.) en la explicación del crecimiento económico a largo plazo.

1.2 Modelos y Variables macroeconómicas

La teoría macroeconómica recurre al uso de los Modelos, es decir, de representaciones simplificadas de la realidad que ayudan a explicar ciertos fenómenos económicos, prescindiendo de información accesoria. A partir de determinados supuestos se construyen relaciones de comportamiento, identidades y condiciones de equilibro que constituyen un sistema. Se expresan en relaciones matemáticas entre variables.

El modelo contiene proposiciones analíticas e hipótesis que constituyen un cuerpo teórico coherente. Las relaciones de comportamiento se expresan como funciones matemáticas. Las identidades son ecuaciones de definición, no hay relacionales funcionales entre la variable involucrada en la identidad. Y, las condiciones de equilibrio generalmente expresan la igualdad entre la oferta y la demanda.

Las variables que son explicadas por el modelo se conocen como *variables endógenas*, y las que determinan o explican a las variables endógenas *se denominan variables exógenas* al modelo.

En el modelo macroeconómico las variables también pueden clasificarse como *variables de flujo* y *variables de stock*. Las variables de *Flujo* se miden por unidad o periodo determinado de tiempo. Por ejemplo, el ingreso, la inversión, el gasto de gobierno, el PBI o las exportaciones de un año determinado. Por su parte, las variables de *Stock* se miden en un determinado momento del tiempo. Son ejemplo de variables de stock la población, el stock de capital, la oferta monetaria, las reservas internacionales, el número de autos en el estacionamiento de la universidad, entre otras. Es importante notar que las relaciones entre dos variables de flujo (precio de un bien), o entre variables de flujo y stock (la tasa de ganancia, la relación producto/capital), no son variables de flujo ni de stock.

La magnitud de una variable macroeconómica puede cambiar ya sea porque cambia su precio o porque cambia su cantidad. Para diferenciar el origen de los cambios en las variables, estas pueden ser expresadas en términos *Nominales* y *Reales*. Las variables *Nominales* son las que se expresan en unidades monetarias a precios del periodo corriente; mientras que las variables *Reales* se expresan a precios de un periodo determinado o periodo base, es decir a precios constantes de dicho periodo base. El periodo de referencia o base debe tener características de normalidad. Los cambios de las variables reales toman en cuenta, entonces, solo los cambios en sus cantidades y no los cambios en precios, por eso son las que se utilizan para comparar el bienestar económico a través del tiempo o en distintos momentos del tiempo.

Las variables reales se obtienen dividiendo las variables nominales entre el respectivo nivel de precios (que generalmente es un índice de precios). Por ejemplo, si la inversión está en términos nominales del año corriente, su valor real se obtendrá dividiéndolo entre su correspondiente índice de precios.

1.3 Modelos estáticos y dinámicos

Los modelos *estáticos* no toman en cuenta el paso del tiempo; por lo tanto, son modelos que reproducen situaciones en un momento del tiempo. Todas las variables del modelo corresponden al mismo instante o momento del tiempo. Un ejemplo de modelo macroeconómico estático, para una economía cerrada, es el siguiente:

Función de Consumo: $\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{bY}_\mathrm{d}$

Ingreso Disponible (definición): $\mathrm{Y}_\mathrm{d} = \mathrm{Y} - \mathrm{T}_0$

Inversión: $\mathrm{I} = \mathrm{I}_0$

Gasto del Gobierno: $G = G_0$

Demanda Agregada
Identidad (definición): $DA = C + I + G$

Condición de equilibrio: $Y = DA$

Este modelo tiene una función consumo que es una relación de comportamiento; cuatro identidades (el Ingreso disponible, la inversión, el gasto del gobierno y la demanda agregada); dos variables exógenas (la inversión y el gasto del gobierno); y, una condición de equilibrio (el ingreso o producto igual a la demanda agregada).

Las variables endógenas del modelo son: el consumo (C), la demanda agregada (DA) y el ingreso o producto (Y); de otro lado, las variables exógenas son: el consumo autónomo (C_0), la inversión autónoma (I_0), el gasto del gobierno (G_0) y la tributación (T_0).

Por su parte, un modelo *dinámico* si toma en cuenta el paso del tiempo; por lo tanto, reproduce lo que ocurre cuando transcurre el tiempo. Las variables en los modelos dinámicos están fechadas en momentos del tiempo distintos. Estos modelos analizan la trayectoria en el tiempo de las variables endógenas en respuesta a cambios temporales en las variables exógenas.

El siguiente modelo dinámico es de interacción del multiplicador con el acelerador de Samuelson:

Función consumo: $C_t = bY_{t-1}$

Función de inversión: $I_t = v(Y_{t-1} - Y_{t-2})$

Condición de equilibrio: $Y_t = C_t + I_t + G_t$

Gasto del Gobierno: $G_t = G_0$

Donde "*b*" es la propensión marginal a consumir y "*v*" es el coeficiente de aceleración de la inversión inducida. Ambos parámetros son positivos.

Haciendo reemplazos y agrupando los términos del ingreso se llega a la siguiente ecuación en diferencias de segundo grado:

$$Y_t - (b + v)Y_{t-1} + vY_{t-2} = G_0$$

Cualquier cambio exógeno en el gasto del gobierno, genera fluctuaciones del ingreso en el tiempo.

Ecuación en diferencias de segundo orden: Solución

$$Y_{t+2} - (b+v)Y_{t+1} + vY_t = G_0$$

La solución de esta ecuación está constituida por la solución particular o de equilibrio de largo plazo (estado estacionario) y la solución complementaria o de la ecuación homogénea.

La solución particular tiene la forma: $Y_{t+2} = Y_{t+1} = Y_t = \bar{Y}$, por lo que:

$$\bar{Y} - (b+v)\bar{Y} + v\bar{Y} = G_0$$

Entonces, la solución de equilibrio es: $\bar{Y} = \frac{G_0}{1-b}$

La solución de la ecuación homogénea tendrá la forma $Y_t = Ar^t$, y análogamente tendremos que $Y_{t+1} = Ar^{t+1}$, $Y_{t+2} = Ar^{t+2}$. Sustituyendo estas expresiones en la ecuación homogénea, se obtiene:

$$Ar^{t+2} - (b+v)Ar^{t+1} + vAr^t = 0$$

$$Ar^t[r^2 - (b+v)r + v] = 0$$

La existencia de la solución implica que el polinomio de segundo orden en "r" debe ser igual a cero. Las raíces características de este polinomio serán:

$$r_1, r_2 = \frac{(b+v) \pm \sqrt{(b+v)^2 - 4v}}{2}$$

Dependiendo del signo y la magnitud de ambas raíces, el ingreso convergerá o no a la solución de equilibrio. La solución general es:

a) Si $(b+v)^2 - 4v > 0$ (las raíces características son diferentes y reales):

$$Y_t = C_1 r_1^t + C_2 r_2^t + \bar{Y}$$

b) Si $(b+v)^2 - 4v < 0$ (las raíces características son números complejos):

$$Y_t = v^{t/2}(C_1 cos\,\theta t + C_2 sen\,\theta t) + \bar{Y}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias cuyos valores pueden ser determinados si están dadas las condiciones iniciales y θ puede calcularse utilizando (véase Hoy et al., 2011):

$$cos\,\theta = \frac{-(b+v)}{2v^{1/2}};\ sen\,\theta = \frac{\sqrt{4v-(b+v)^2}}{2v^{1/2}}$$

Si las raíces son complejas la trayectoria del producto será oscilante. Si converge o no dependerá de la magnitud de la parte real del número complejo. Si es mayor que la unidad la trayectoria será divergente.

Dado un modelo macroeconómico, el análisis de *estática comparativa* consiste en la comparación de dos situaciones de equilibrio estático, siempre que dicho modelo sea estable. Si partiendo de una situación de equilibrio se produce un shock exógeno (el cambio de una variable exógena o de alguna que sea instrumento de política), el modelo convergerá a otra situación de equilibrio, se cumple las condiciones de estabilidad. Cuando se comparan dos situaciones de equilibrio, producido el shock, se hace énfasis en la evaluación del cambio de magnitudes de las variables endógenas respecto a sus valores del equilibrio inicial.

1.4 Conceptos adicionales básicos

❖ *Interés simple e interés compuesto*

La tasa de interés es un indicador de la rentabilidad de las inversiones financieras y de los ahorros; y, también, del costo del crédito.

- *Interés simple*: Es el interés generado en cada periodo, que se calcula sobre un monto de capital que permanece constante. Así, el interés que se obtiene en cada intervalo de tiempo es siempre el mismo.

  Por ejemplo, si k es el capital, i la tasa de interés anual y n el número de años, el interés simple generado por ese capital en n años será:

  $$I = k * i * n.$$

  El valor futuro de ese capital será:

  $$k + I = k(1 + i * n)$$

- *Interés compuesto*: Es el interés generado en cada periodo que se incorpora al capital del periodo anterior. La tasa de interés se aplica al capital y a los intereses ganados en el periodo anterior. Por ejemplo, si el monto del capital inicial es C_0 y la tasa de interés anual es i, entonces en el año 0 ese capital será igual a: $C_0 = C_0$; en el año 1 será igual a : $C_1 = C_0(1 + i)$; en el año 2 será: $C_2 = C_1(1 + i) = C_0(1 + i)^2$; y, generalizando, en el año t será igual a:

  $$C_t = C_0(1 + i)^t.$$

❖ *Valor futuro y valor presente*

- *Valor Futuro* (VF): Es el valor que tendría el dinero o capital al final del periodo de vencimiento de la inversión o del préstamo. Por ejemplo, el valor futuro o en el año "t" del capital C_0 invertido a interés compuesto en el año 0 será: $C_t = C_0(1+i)^t$
- *Valor Presente o Valor Actual* (VP): Al valor futuro del dinero o capital se le tiene que aplicar un descuento que será el costo de oportunidad de invertir el capital y reservarlo para el futuro, es decir, la tasa de interés.

  Por ejemplo, el valor actual de C_t es C_0; es decir: $C_0 = \frac{C_t}{(1+i)^t}$

❖ *El Bono: concepto, Precio del bono y tipos de bonos.*

La necesidad de obtener recursos por parte de empresas y gobiernos incentivó el desarrollo en los mercados de distintos tipos de instrumentos financieros. Entre estos está el bono.

Un bono es un contrato de deuda en el que el emisor se compromete a hacer pagos periódicos de servicios de esta deuda al tenedor del bono, hasta una fecha determinada de vencimiento.

Al monto de dinero prestado se le llama principal "P" o valor nominal (de compra o emisión). El emisor "define" un porcentaje (o tasa de interés) del valor Principal del bono y este porcentaje es pagado en fechas determinadas (anual, semestral, trimestral o mensual). Al interés que se paga periódicamente por el bono se le llama cupón "*C*=*cP*". Los bonos tienen una fecha de vencimiento.

- **El precio de mercado del bono** ($\mathbf{P_b}$)

Supongamos que el bono genera ingresos periódicos de "C" unidades monetarias (que es igual a la tasa de interés -cupón- que se ofrece pagar por el monto de dinero prestado o principal). Si "*n*" es el periodo de duración del bono, "*i*" la tasa de interés nominal del mercado y "*P*" el valor principal o precio de emisión del bono, el cálculo del precio de este bono se halla sumando el valor presente de los ingresos periódicos durante la duración del bono y el valor presente del Principal que se devuelve al finalizar su duración.

$$P_b = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{P}{(1+i)^n}$$

$$P_b = \frac{C}{1+i}\left(1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right) + \frac{P}{(1+i)^n}$$

El término entre paréntesis es la suma de una progresión geométrica. Aplicando la fórmula de esta suma, se obtiene:

$$P_b = \frac{C}{1+i}\left(\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{\frac{i}{1+i}}\right) + \frac{P}{(1+i)^n}$$

$$P_b = \frac{C}{i}\left[1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right] + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Si no existe período de vencimiento, es decir si: $n \rightarrow \infty$, el precio de mercado del bono será:

$$P_b = \frac{C}{i}$$

El precio de mercado del bono puede disminuir al aumentar la tasa de interés en el mercado. Esto quiere decir que los bonos tienen un *Riesgo de mercado*.

- **Bono Consol**

Este es el tipo de bono que precisamente no tiene fecha de vencimiento. Si el flujo de pago de intereses periódicos se normaliza igualándolo a la unidad, es decir: $C = cP = 1$, entonces el precio de mercado del Consol será:

$$Pb = \frac{1}{i}$$

Este es el tipo bono que se utiliza en los libros de texto de economía. Se observa claramente que hay una relación inversa entre su precio y tasa de rendimiento de mercado.

Repaso de matemáticas: Progresión Geométrica

Una progresión o serie geométrica es una sucesión de números en la que cada término resulta de la multiplicación del término anterior por una razón constante “r”. Ejemplo:

$$A = a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n$$

$$A = a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3, a_1 r^4, \dots, a_1 r^{n-1}$$

“a_1” es el primer término y “$a_n = a_1 r^{n-1}$” es el último término.

La suma de todos términos de esta progresión será igual a:

$$S = a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 + a_1 r^4 + \dots + a_1 r^{n-1}$$

Esta suma puede expresarse en función de la razón y del primer y último término. Para ello, multiplicamos por “r” a la suma “S”:

$$rS = a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 + a_1 r^4 + \dots + a_1 r^{n-1} + a_1 r^n$$

Y luego encontramos la siguiente diferencia “$S - rS = (1 - r)S$”:

$$(1 - r)S = a_1 - a_1 r^n$$

$$S = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} \quad \leftrightarrow \quad S = \frac{a_1 r^n - a_1}{r - 1}$$

- **Algunos tipos de Bonos**

La variedad de tipos de bonos corresponde a la variedad de sus características.

- ✓ *Bono Perpetuo. Es el bono Consol que* paga intereses periódicos a perpetuidad. No se rediment. Su valor nominal inicial, o Principal, nunca es devuelto pues carecen de fecha de vencimiento. No es un bono común.
- ✓ *Bono Bullet*. Es un bono cuyo emisor paga intereses periódicos y devuelve la totalidad del valor nominal a su vencimiento. Este bono es el más común en el mercado.
- ✓ *Bono Balloon*. Es un bono que combina la devolución por cuotas del valor nominal del bono con el pago periódico de los cupones o intereses.
- ✓ *Bono Cupón Cero*. Este es un bono cuyo valor nominal se entrega en la fecha de su vencimiento. No tiene pagos periódicos de intereses. Se vende con una tasa de descuento.
- ✓ *Bono con Cupón Fijo*. La tasa de interés prefijada para el pago del cupón no varía durante todo el periodo de vida del bono.

- ✓ *Bono con Cupón Variable o Flotante.* La tasa de interés para el pago del Cupón varía en función de una tasa de interés de mercado que sirve como referencia (Euribor, Libor u otra).

❖ *Tasa de Interés y Curva de Rendimiento*

Esta indica el precio, expresado en porcentaje, pagado por pedir (u otorgar) un préstamo. La Curva de Rendimientos (*yield curve*) es una relación entre el tipo de interés que obtenemos por prestar o que pagamos por pedir un préstamo y la duración del contrato de préstamo, en otras palabras, se puede definir como la «estructura temporal de las tasas de interés». Esta curva describe el comportamiento de las tasas de interés: cuando las tasas están bajas, el dinero es "barato" y las inversiones aumentan, y viceversa.

Las tasas de interés de las deudas de largo plazo (bono de 10 años) son generalmente más altas que las tasas de las deudas de corto plazo (bono de un año, o de menor plazo). Cuando las diferencias entre las tasas de largo plazo respecto de las de corto disminuyen, se dice que la curva de rendimiento está invertida. Una curva como ésta es un signo de que se avecina una posible recesión.

❖ *Índice de la Bolsa de Valores (Stock Market)*

Lo que ocurre en la Bolsa es muy importante para saber que depara el futuro a la economía. El índice de la bolsa es el índice de expectativas sobre el futuro. Cuando el índice está alto, los inversionistas esperan que el crecimiento económico sea rápido, que los beneficios sean altos y que el desempleo sea relativamente bajo.

❖ *El Tipo de Cambio Nominal (E)*

El tipo de cambio nominal es la tasa a la cual las monedas de diferentes países se pueden intercambiar una por otra.

$$E = cantidad\ de\ S/.\ x\ un\ \$$$

Cuando la moneda doméstica se aprecia, su valor en términos de otras monedas aumenta. Si se deprecia, su valor en términos de otras monedas disminuye. Si el tipo de cambio de un mes a otro sube de S/. 3.30 a S/. 3.50 por dólar, se dice que la moneda local (el sol) se ha depreciado.

- *El Tipo de Cambio Real (ER)*

El tipo de cambio real es la tasa a la cual los bienes y servicios producidos en diferentes países pueden ser intercambiados uno por otro. Puede decirse también que es el precio relativo de los bienes extranjeros respecto a los bienes nacionales, en la misma moneda.

$$E_R = \frac{EP^*}{P}$$

Donde "*E*" es el tipo de cambio nominal; "P^*" es el nivel de precios del resto del mundo en moneda extranjera y "*P*" es el nivel de precios doméstico en moneda local.

Si el tipo de cambio real se aprecia, los bienes importados se hacen relativamente baratos para los compradores del país y las exportaciones relativamente más caras para los compradores extranjeros.

CAPÍTULO 2
ELEMENTOS DE CONTABILIDAD NACIONAL

2.1 El Producto Bruto Interno: Concepto y métodos de medición

El Producto Bruto Interno (PBI) es el valor de toda la producción de bienes y servicios de uso final que se genera dentro del país en un periodo determinado (trimestral, semestral o anual). Este concepto no incluye la producción de actividades ilegales ni la producción para autoconsumo. Este concepto del PBI tiene que ver directamente con el bienestar material de la población, al igual que con el nivel del empleo y la tasa de desempleo de la fuerza laboral.

Hay tres métodos de medición del PBI[2]: El método del Gasto, el método del Ingreso y el método del Valor Agregado.

a) El método del Gasto:

Consiste en medir el valor de los diferentes usos finales de los bienes y servicios producidos en la economía nacional y restarles el valor de las importaciones de bienes y servicios. Estas últimas están compuestas de bienes intermedios, bienes de capital y de bienes y servicios de consumo final. Entre los diferentes usos finales se encuentran: el consumo de las familias (C), el gasto del gobierno (G), la inversión bruta interna (I), las exportaciones (X), menos las importaciones (M). La inversión bruta interna está constituida por la inversión bruta fija (bienes adquiridos por las empresas para incrementar su stock de capital más la depreciación o inversión de reposición del stock de capital) y la variación de existencias. La inversión bruta fija o formación bruta de capital fijo se divide en privada y pública.

$$Y = C + I + G + X - M$$

b) Método del Ingreso:

Este método hace énfasis en el reparto de lo producido en una economía y mide los valores de los ingresos que reciben los trabajadores y las empresas por participar del proceso de

[2] Para más detalles sobre la medición del PBI en Perú, véase: INEI, *Metodología de Cálculo del Producto Bruto Interno Anual* (https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/metodologias/pbi02.pdf).

producción. Estos ingresos suman todos los ingresos de las empresas (beneficios brutos, B) y de los trabajadores (salarios y sueldos, W). Las utilidades o beneficios brutos incluyen: el consumo de capital fijo (D), los impuestos a la producción e importación (Ipm) y el excedente de explotación (EE) (que incluye los ingresos de la propiedad, intereses y beneficios de las empresas).

$$Y = W + B = W + D + Ipm + EE$$

Ambos métodos deben conducir a lo mismo porque «el gasto de uno es ingreso de otro».

c) *Método del Valor Agregado:*

De acuerdo con este método se suma los valores agregados brutos (VAB) de todas las actividades o sectores productivos más los derechos de importación (DM) y los impuestos a los productos (Ip).

$$Y = \sum_{i=1}^{n} VAB + DM + Ip$$

En una economía existen dos tipos de bienes: Los *bienes económicos finales* y los *bienes intermedios*. Los primeros son bienes de uso final o son parte de la demanda final; mientras que los segundos son aquellos que se destinan a la producción de otros bienes o que son parte de la demanda intermedia.

En la producción de bienes se utiliza insumos o los bienes intermedios. El valor que se agrega en el proceso de producción al valor de los insumos o bienes intermedios utilizados, se denomina *Valor Agregado Bruto*. Alternativamente, se puede decir que el valor agregado bruto es la diferencia entre suma total de los valores de todos los bienes producidos por una economía (finales e intermedios) —conocido como el Valor Bruto de la Producción— y el valor de los bienes intermedios que se utilizan en el proceso productivo.

El Valor Bruto de la Producción también es igual al Consumo intermedio más el Valor Agregado Bruto o Producto Interno Bruto. Es importante señalar que los pagos a los factores trabajo y capital no son sustraídos del total de las ventas del valor bruto de la producción.

Valor Agregado Bruto = Valor Bruto de la Producción - Valor de Bienes Intermedios

2.2 El Producto Bruto Interno (PBI) y su relación con los precios

❖ *El PBI puede ser valorado a precios corrientes y también a precios constantes.*

El *PBI a precios corriente o PBI nominal* es el PBI valorado a precios del periodo corriente. Representa la suma de los valores de los distintos bienes y servicios finales expresados a precios de mercado del respectivo período.

Como ejemplo, supongamos que la economía *Perulandia I*, cuya moneda es el Sol, produce sólo tres bienes: Mantequilla, Chocolate y Leche. De acuerdo con la información del Cuadro 2.1, el PBI nominal de, por ejemplo, los años 2006 y 2011 será:

a. Año 2006: 5.25*2500+1.00*4500+3500*5.50 = 36875 soles.

b. Año 2011: 2300*7.00 + 4100*2.00+ 3000*7.50 = 46800 soles.

El PBI nominal se obtiene multiplicando las cantidades de los bienes producidos por sus respectivos precios, para cada uno de los años. Los datos indican que el PBI nominal de los bienes producidos en *Perulandia I* ha aumentado de 2006 a 2011 en 26.9 % en todo el periodo: 100*[46800/ 36875)-1] =26.9 %.

Cuadro 2.1
Perulandia I: PBI Nominal y Real

Año	Mantequilla (Paquetes)		Chocolate (Tabletas)		Leche (Litros)		PBI Nominal (Precios corrientes)	PBI Real (precios de 2006)
	Cantidad (unidades)	Precio (S/.)	Cantidad (unidades)	Precio (S/.)	Cantidad (unidades)	Precio (S/.)		
2006	2500	5.25	4500	1.00	3500	5.50	36875	36875
2007	2500	6.10	4000	1.50	3800	6.50	45950	38025
2008	2000	6.50	4200	1.70	3700	6.80	45300	35050
2009	1800	6.70	4000	1.80	3400	7.00	43060	32150
2010	2000	6.50	4100	1.80	3000	7.50	42880	31100
2011	2300	7.00	4100	2.00	3000	7.50	46800	32675

Sin embargo, la cantidad de la producción de esta economía no ha aumentado en 26,9%, porque este porcentaje está tomando en cuenta la variación de los precios de un año a otro. Los cambios en los precios pueden afectar el valor del PBI sin que se produzcan cambios en las cantidades producidas.

Para capturar solo los cambios en las cantidades producidas, se tiene que eliminar el efecto de las variaciones de los precios de los productos. Esto se logra calculando el valor del PBI a precios de un año base o período de referencia dado; es decir, calculando el *PBI a precios constantes o PBI real*.

Supongamos que el año base es 2006; entonces, el PBI real de los años 2006 y 2011, serán:

a. Año 2006: 5.25*2500+1.00*4500+3500*5.50= 36875 soles.

b. Año 2011: 5.25*2300+ 1.00*4100 + 5.50*3000= 32675 soles

El PBI real se obtiene multiplicando las cantidades de los bienes producidos en cada uno de los años por sus respectivos precios registrados en el año base. Las cifras muestran que de 2006 a 2011, el *PBI real* ha disminuido en lugar de aumentar, en -11.39%; es decir, 100*[(32675 / 36875)-1]. En consecuencia, el *PBI real* es la mejor medida de la cantidad producida por la economía de un año a otro o a lo largo del tiempo.

❖ *Deflactor Implícito del PBI*

El PBI de un país incluye muchos bienes y servicios producidos en un determinado período. Todos estos bienes y servicios tienen sus respectivos precios. No existe un «precio» mediante el cual valorar el PBI. Por lo tanto, se requiere un nivel general de precios de todos los bienes y servicios producidos en la economía. Este nivel general de precios es un índice de precios promedio que es conocido como el *Deflactor implícito del PBI*.

Si el *PBI real* es igual a Q y el *PBI Nominal* es igual a PQ, el Deflactor implícito del PBI será igual a:

$$P = \frac{PBI\ Nominal}{PBI\ Real} = \frac{PQ}{Q}$$

En el año base el *PBI real* y el *PBI nominal* son iguales, por lo tanto, el deflactor del año base será igual a 1. El deflactor del año base puede expresarse como 100.

¿Por qué el deflactor es «implícito»? El PBI es igual al gasto agregado de la economía y este gasto es igual a la suma del consumo (C), la inversión (I), el gasto del gobierno (G) y las exportaciones (X) menos las importaciones (M). En términos nominales, la identidad Ingreso-Gasto será igual a:

$$PBI\ nominal = C\ nominal + I\ nominal + G\ nominal + X\ nominal - M\ nominal$$

Si la identidad Ingreso-Gasto se satisface en términos nominales, también debe satisfacerse en términos reales. Entonces, para obtener el PBI real se obtiene sumando el cociente de cada uno de los componentes del gasto nominal dividido entre su respectivo índice de precios.

$$PBI\ Real = \frac{C\ nominal}{IPC} + \frac{I\ nominal}{IPI} + \frac{G\ nominal}{IPG} + \frac{X\ nominal}{IPX} - \frac{M\ nominal}{IPM}$$

Donde el *IPC* es el índice de precios al consumidor, *IPI* índice de precios de la inversión, *IPG* índice de precios del gasto del gobierno, *IPX* índice de precio de las exportaciones y IPM índice de precios de las importaciones.

Si ahora se divide el PBI nominal entre el PBI real, se obtendrá en forma implícita el índice general de precios conocido como el deflactor implícito del PBI.

$$P = \frac{PBI\ Nominal}{PBI\ Real}$$

La denominación de "implícito" se debe a que el deflactor está implícito en el cumplimiento de la restricción de la identidad Ingreso-Gasto en términos nominales y reales.

El Cuadro 2.2 contiene los datos del PBI nominal y real, y el deflactor implícito del PBI de la economía *Perulandia I*. Recordemos que en el año base el deflactor siempre será igual a la unidad.

$$Deflactor_{1996} = \frac{PBI_{nom}}{PBI_{real}} = \frac{36875}{36875} = 1.0$$

Cuadro 2.2
Perulandia I: PBI y Deflactor Implícito del PBI

Año	PBI Nominal (Precios corrientes)	PBI Real (precios de 2006)	Deflactor Implícito del PBI
2006	36875	36875	1.000
2007	45950	38025	1.208
2008	45300	35050	1.292
2009	43060	32150	1.339
2010	42880	31100	1.379
2011	46800	32675	1.432

El deflactor del año 2011 es igual a:

$$Deflactor_{2011} = \frac{PBI_{nom}}{PBI_{real}} = \frac{46800}{32675} = 1.432$$

Los deflactores para cada uno de los años del periodo 2006-2011, se encuentra en el Cuadro 2.2.

Con los datos del PBI real de los años 2006 a 2011, también se puede calcular el porcentaje del crecimiento económico. Por ejemplo, ¿cuál fue la tasa de crecimiento económico de 2006 a 2011.

$$g_{2011-2006} = \frac{32675 - 36875}{36875} * 100 = \frac{4200}{36875} * 100 = -11.39\%$$

El PBI real se contrajo en lugar de aumentar. El PBI nominal creció en 26.9%, pero básicamente porque crecieron los precios.

- *Comparación entre el Deflactor Implícito y el Índice de precios al consumidor (IPC)*

El *IPC* es una medida del costo de vida que enfrentan los consumidores. Mide el precio de una canasta de bienes y servicios de un consumidor promedio.

Se calcula siguiendo la fórmula *del Índice de Laspeyres* que permite obtener la variación de los precios en un año dado en relación a un año base al cual se le asigna el valor de

100. Este índice mantiene constante la composición del gasto en bienes y servicios del consumidor o su canasta de consumo del período base.

$$L_{1/0} = \frac{\sum p_i^1 q_i^0}{\sum p_i^0 q_i^0}$$

Donde q_i es la cantidad de bienes de consumo i y p_i es le precio del bien i. Los superíndices 0 y 1 representan el año base y el año dado o posterior al año base, respectivamente.

Supongamos que el consumidor típico de la economía de *Perulandia I* consume dos tabletas de chocolate, un paquete de mantequilla y un litro de leche. Tomando como año base el 2006 se obtiene el índice para el año 2007:

$$IPC_{2007} = \frac{6.1 * 1 + 1.5 * 2 + 6.50 * 1}{5.25 * 1 + 1 * 2 + 5.50 * 1} * 100 = \frac{15.6}{12.75} * 100 = 122.4$$

El IPC del año 2007 será igual a 122.4 (1.224*100) y el IPC del año 2006 será igual a 100. Entonces el precio de la canasta de bienes se ha incrementado en 22.4% de 2006 al 2007.

¿En cuánto habrá aumentado el precio de la canasta de bienes en el año 2011 desde el año base 2006? Para responder esta pregunta, se calcula el IPC del año 2011.

$$IPC_{2011} = \frac{7.0 * 1 + 2 * 2 + 7.50 * 1}{5.25 * 1 + 1 * 2 + 5.50 * 1} * 100 = \frac{18.5}{12.75} * 100 = 145.1$$

El precio de la canasta de consumo aumentó en el lapso de 5 años en 45.1%.

El IPC mide el precio de una canasta de bienes y servicios. Esta canasta contiene tanto bienes y servicios de consumo nacionales como importados. En cambio, el deflactor del PBI mide el precio de una canasta de bienes y servicios, tanto de bienes y servicios de consumo como los que no son de consumo, excluyendo los bienes importados.

- *Inflación*

La inflación es el cambio porcentual en el nivel de precios, el cual puede medirse a través del IPC o mediante el Deflactor del PBI. Si se calcula con el IPC, la inflación incorpora cambios en los precios de los bienes importados; pero, si se utiliza el Deflactor, la inflación considera sólo cambios en los precios de los bienes y servicios producidos en el país respectivo.

Una alta inflación puede provocar la destrucción masiva de la economía en la medida en que se rompe el sistema de precios y, por lo tanto, la referencia para la asignación de los recursos.

El cálculo de esta variación porcentual se realiza de la siguiente manera:

$$\pi_{2007} = \frac{IPC_{2007} - IPC_{2006}}{IPC_{2006}} * 100 = \frac{1.224 - 1}{1} * 100 = 22.4\%$$

¿Cuál será la inflación de 2011? Se sabe que el IPC del año 2011 es 1.451 (o, 145.1). Se requiere conocer el IPC de 2010 para calcular la inflación de 2011.

$$IPC_{2010} = \frac{6.5 * 1 + 1.8 * 2 + 7.50 * 1}{5.25 * 1 + 1 * 2 + 5.50 * 1} = \frac{17.6}{12.75} = 1.380$$

La inflación del año 2011 será, entonces, igual a:

$$\pi_{2011} = \frac{IPC_{2011} - IPC_{2010}}{IPC_{2010}} * 100 = \frac{1.451 - 1.380}{1.380} * 100 = 5.1\%$$

Comparando los deflactores del año base 2010 y del año 2011, se puede decir que el nivel general de precios en el año 2011 aumentó en 3.84%, menor que la inflación estimada con el deflactor implícito del PBI. Esta es la otra medida de inflación.

$$\pi_{2011}^{d} = \frac{(1.432 - 1.379)}{1.379} = 3.84\%$$

2.3 Una introducción al Modelo de Insumo – Producto[3]

La tabla de insumo-producto registra las transacciones intermedias, de demanda final y de valor agregado. Por lo tanto, contiene tres submatrices: la matriz de transacciones intermedias (TI), la matriz de demanda final (DF) y la matriz de valor agregado (VA).

En la matriz de insumo-producto, a cada sector le corresponde una fila y una columna. La fila indica las ventas de ese sector a sus diferentes compradores. Estos pueden ser otros sectores productivos y los demandantes finales: familias, empresas, gobierno y resto del mundo. Las compras de los sectores constituyen la demanda intermedia y la compra de los demandantes finales constituyen la demanda final del respectivo sector. La columna muestra los diferentes sectores que compran bienes y servicios intermedios, y el valor que ellos mismos añaden a la producción. La siguiente es una versión básica de la tabla de Insumo-Producto:

Cuadro 2.3
Tabla de Insumo Producto

Compras Ventas	Sectores 1 2 ..... n	Demanda intermedia	Demanda final	Valor Bruto de la Producción
1	x_{11} x_{12} ......x_{1n}	Σx_{1j}	F_1	X_1
2	x_{21} x_{22} ......x_{2n}	Σx_{2j}	F_2	X_2
.	....	....	....	.
.	....	....	....	.
.	....	....	....	.
n	x_{n1} x_{n2} ....x_{nn}	Σx_{nj}	F_n	X_n
Insumos	Σx_{i1} Σx_{i2}.....Σx_{in}	Σx_{ij}	ΣF_i	
Valor agregado	V_1 V_2 ....V_n	ΣV_j	$\Sigma V_j = \Sigma F_i$	
Valor Bruto de la Producción	X_1 X_2........X_n			$\Sigma X_j = \Sigma X_i$

La matriz de la esquina superior izquierda se denomina Matriz de Transacciones Intermedias y es la más importante del modelo. Esta matriz registra los flujos interindustriales de productos entre los diferentes sectores. Muestra la utilización intermedia o el consumo intermedio de los bienes y servicios en el sistema económico.

En la tabla hay *n* sectores productivos, donde x_{ij} es la cantidad de producto intermedio que el sector i vende al sector j, o la cantidad de producto intermedio que el sector j compra al sector i.

[3] Una versión más detallada puede verse en Félix Jiménez (2006) Macroeconomía: enfoques y modelos. Fondo Editorial de la PUCP: Lima

La matriz que se encuentra a la derecha de la matriz de Transacciones Intermedias es conocida como Matriz de Demanda Final. Esta matriz registra las transacciones referentes a la utilización final de los productos en la economía; es decir el consumo privado, el gasto del gobierno, la formación bruta de capital fijo, la variación de existencias, y las exportaciones netas de importaciones más los derechos sobre importaciones.

La última matriz del modelo se ubica debajo de la matriz de Transacciones Intermedias y se denomina Matriz de Valor Agregado. En esta matriz se describen las formas de pago a los factores de producción por su participación en el proceso productivo: Salarios y sueldos, Depreciación, Excedente Neto de Explotación y los Impuestos Indirectos netos de subsidios.

Al sumar verticalmente hallaremos en cada columna la producción bruta de cada sector. Obtendremos lo mismo si sumamos, horizontalmente, la demanda intermedia y la demanda final de cada sector. De manera horizontal se puede ver cómo el producto total de un sector ha sido distribuido entre los diferentes sectores de la demanda intermedia y de la demanda final. De manera vertical el producto de un sector puede verse como la suma de los diferentes insumos usados en su producción y las retribuciones a los factores.

El producto total de un sector puede entonces ser distribuido entre la demanda final y la demanda intermedia:

$$
\begin{aligned}
&x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + F_1 = X_1 \\
&x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} + F_2 = X_2 \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + F_n = X_n
\end{aligned}
$$

Donde:

F_i es demanda final por el producto del sector i ;

X_i es producción bruta del sector i ;

x_{ij} es la cantidad de producto que el sector i vende al sector j

Si dividimos los insumos de un sector por la producción bruta de ese sector obtendremos los coeficientes técnicos de producción que indican la cantidad necesaria de insumo por unidad de producto.

Así: $\frac{x_{ij}}{X_j} = a_{ij}$, donde a_{ij} debe entenderse como la cantidad del insumo i necesaria para producir una unidad de producto del sector j. Cada $x_{ij} = a_{ij}X_j$, pero como $X_j = X_i$, podemos expresar el conjunto anterior de ecuaciones lineales como:

$$
\begin{array}{l}
a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n + F_1 = X_1 \\
a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n + F_2 = X_2 \\
\bullet \\
.\bullet \\
.\bullet \\
a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \ldots + a_{nn}X_n + F_n = X_n
\end{array}
$$

En forma matricial se tiene:

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & & \ldots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \mathrm{X}_1 \\ \mathrm{X}_2 \\ \ldots \\ \mathrm{X}_n \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} \mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_2 \\ \ldots \\ \mathrm{F}_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \mathrm{X}_1 \\ \mathrm{X}_2 \\ \ldots \\ \mathrm{X}_n \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & \ldots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & \ldots & -a_{2n} \\ \ldots & & \ldots & \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \ldots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \mathrm{X}_1 \\ \mathrm{X}_2 \\ \ldots \\ \mathrm{X}_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \mathrm{F}_1 \\ \mathrm{F}_2 \\ \ldots \\ \mathrm{F}_n \end{bmatrix}
$$

Dada la matriz A llamada matriz de coeficientes técnicos, y un vector de producciones brutas X se puede determinar el vector de demandas finales. Este mismo modelo también nos permite determinar la producción bruta, dado un vector de demanda final y la matriz de coeficientes técnicos. Se puede expresar las anteriores relaciones expresadas en forma matricial de manera más compacta:

$$AX + F = X$$

$$(I - A)X = F$$

de esta última ecuación se deduce que:

$$X = (I - A)\text{-}1F$$

donde $(I\text{-}A)^{-1}$ es la matriz de Leontief o matriz de transacciones directas e indirectas.

Un aumento de la demanda final, por un determinado producto, generará un efecto directo sobre la producción de ese sector, pero, dadas las relaciones intersectoriales también producirá efectos indirectos sobre la producción de otros sectores ligados a la producción del bien en cuestión.

Para que se obtengan estos efectos multiplicados de un aumento de la demanda por la producción de un determinado sector, es preciso que la economía sea integrada, es decir, que tenga fuertes relaciones intersectoriales. Así, por ejemplo, cuando aumenta la inversión aumenta el producto en una cantidad mayor por el efecto multiplicador que se produce por la interrelación sectorial. Es importante tener en cuenta, además, que para que este efecto se realice es necesario que exista en la economía un sector productor de bienes de capital, de lo contrario, si los bienes de capital son importados, el efecto multiplicador de un crecimiento de la inversión se traslada hacia el exterior sin generar ninguno al interior de la economía.

El siguiente Cuadro 2.4 es un ejemplo sencillo de tabla de insumo-producto para una economía abierta de *Perulandia II*. Hay tres sectores en la economía (Agricultura, Industria y Servicios).

Cuadro 2.4
Perulandia II: Tabla de Insumo Producto

Compras	Agricultura	Industria	Servicios	Demanda Intermedia	Exp. (X)	Demanda Interna	Imp. (M)	VBP
Agricultura	73.5	133.0	70.0	**276.5**	35.0	38.5		**350**
Industria	149.5	162.5	175.5	**487.5**	78.0	84.5		**650**
Servicios	72.0	144.0	240.0	**456.0**	0.0	344.0		**800**
Importaciones (M)	7.0	24.5	14.0	**45.5**		24.5	**70**	
Insumos	302.0	464.0	499.5	**1265.5**	**113.0**	**491.5**		**1800**
Beneficios y Salarios (VAB)	48.0	186.0	300.5					
Valor Bruto de la Producción (VBP)	**350**	**650**	**800**					

Por el lado de las filas se registran las ventas de un sector cualquiera a los otros y por el lado de las columnas se registran las compras de un sector cualquiera a los otros. Por ejemplo, el sector Agricultura le vende 70 de su producción al sector servicios y el sector industria le compra 133 de su producción al sector Agricultura. En total el sector Agricultura ha vendido 276.5 de su producción y este mismo sector ha comprado el valor de 302 en insumos nacionales e importados. De otro lado, el valor agregado bruto generado por el sector agricultura asciende a 48.

De aquí podemos obtener el PBI por el lado de los valores agregados por los sectores:

PBI = VAB Agricultura + VAB Industria + VAB Servicios

534.5 = 48 + 186 + 300.5

Nótese que en este caso es lo mismo que medir el PBI por el lado del Ingreso, que es igual al total de los beneficios y salarios.

El PBI por el lado del gasto, será:

PBI = Demanda Interna (C+I+G) + Demanda Externa (X) – Importaciones (M)

534.5 = 491.5 + 113 - 70

Si sumamos el PBI por sectores se obtiene un valor 580. Esta cifra contiene insumos importados por un monto de 45.5. En consecuencia, el PBI de la economía será igual a:

534.5 = 580 – 45.5

El PBI de los sectores se obtendrá restándole a la producción con destino final, las importaciones de insumos intermedios:

PBI Agricultura = 73.5 – 7.0 = 66.5

PBI Industria = 162.5 – 24.5 = 138.0

PBI Servicios = 344 – 14 = 330.0

La suma de la producción de los tres sectores asciende a 5534.5, que el PBI de la economía de *Perulandia II*.

Por último, el Valor Bruto de la Producción menos el valor de los bienes intermedios nacionales e importados, será igual al PBI.

Insumos intermedios Nacionales	1220.0
Insumos intermedios Importados	45.5
Insumos intermedios totales	1265.5
Valor agregado	534.5
Valor Bruto de la Producción	1800.0

CAPÍTULO 3
FLUJO CIRCULAR INGRESO-GASTO Y EL AHORRO E INVERSIÓN EN UNA ECONOMÍA ABIERTA

3.1 El Flujo Circular Ingreso-Gasto: Mercados, agentes y transacciones

La Producción, el Consumo, el Gasto Público, la Tributación, la Inversión, el Ahorro, las Exportaciones, las Importaciones, la Balanza de Pagos, etc., resultan de las operaciones o transacciones económicas y financieras en las que intervienen las *Familias*, las *Empresas* y el *Gobierno*, y de las transacciones que estos agentes económicos realizan con el *Resto del Mundo*.

En el sistema económico existen tres tipos de mercados: *Mercado de bienes y servicios*, *Mercado de factores de producción* y *Mercado financiero* (que incluye al mercado monetario).

Las *Familias* venden factores de producción a las *Empresas* y reciben a cambio ingresos. A estos ingresos se suman las transferencias del gobierno (TR). Con estos ingresos pagan impuestos al gobierno, compran bienes y servicios para su consumo y ahorran. Los impuestos son de dos tipos: los directos (T_d) aplicados a las familias y a las empresas; y, los indirectos (T_i) que están incorporados en los precios de los bienes y servicios.

Las *Empresas* pagan a las *Familias* por los factores de producción que compran (salarios, intereses, beneficios y rentas) y reciben ingresos por la venta de bienes de consumo a las *familias*, al *gobierno* y al *resto del mundo*, y por la venta de bienes de inversión a otras *empresas* y al *resto del mundo*. También gastan en bienes de inversión que compran a otras *empresas* y al *resto del mundo*. Acumulan o des-acumulan inventarios y piden prestado para financiar sus gastos de inversión en el mercado financiero.

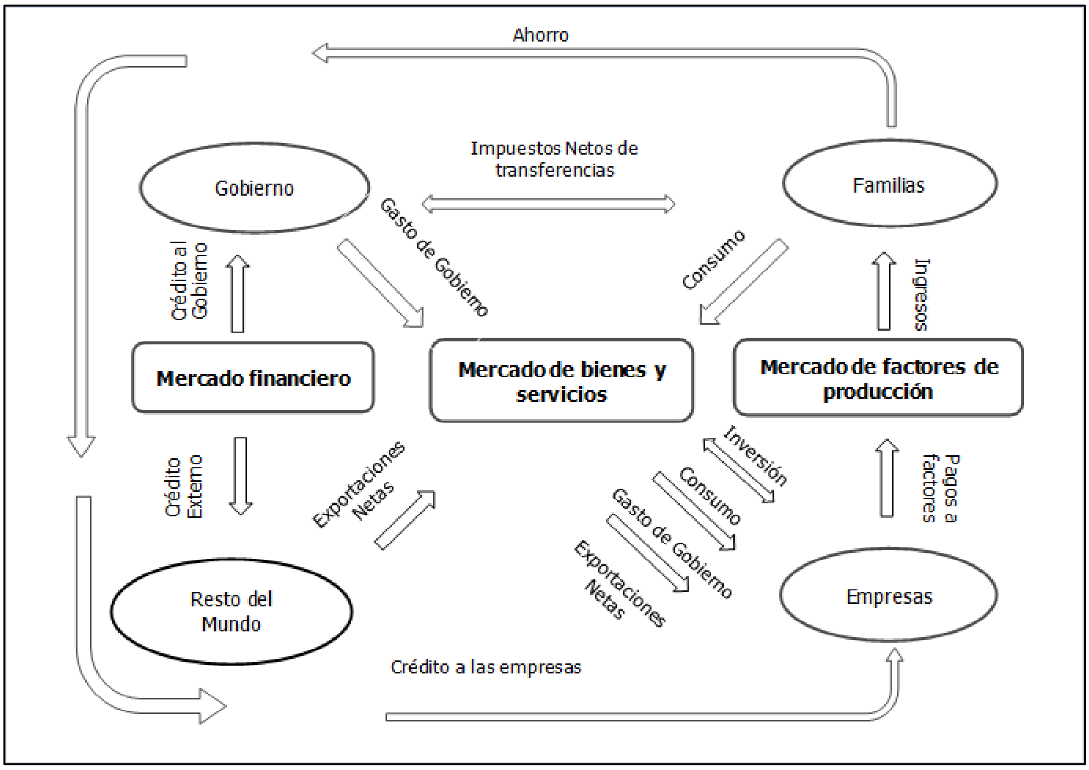
El *Gobierno* gasta en bienes y servicios que compra a las *Empresas*, y recibe ingresos por los impuestos que grava a las familias y a las empresas (asumiendo que los impuestos a las empresas son pagados por sus propietarios, las familias), además de realizar pagos de transferencias a las familias (TR), como por ejemplo los beneficios de la seguridad social y pagos de transferencias a las empresas que se denominan subsidios (Sub). La diferencia entre sus ingresos netos de transferencias y sus gastos, constituye el déficit (o superávit) que se cubre con préstamos del mercado financiero. La diferencia entre sus ingresos y sus gastos es conocida también como el *Ahorro del Gobierno*.

El *Resto del Mundo* gasta en bienes y servicios comprados a las *Empresas* (exportaciones) y recibe ingresos por la venta de bienes y servicios o por el gasto de las *empresas*, *familias* y *gobierno* en bienes y servicios producidos en el *Resto del Mundo* (importaciones). El balance del comercio con el resto del mundo se refleja en las exportaciones netas, cuyo valor puede ser menor o mayor que cero.

Si son menores que cero, entonces se dice que hay una salida neta de ingresos de la economía hacia el *Resto del Mundo*. Este déficit es financiado con préstamos que la economía nacional obtiene del *Resto del Mundo* en el mercado financiero. Se expresa en una entrada neta de capital extranjero en la economía y es conocido como flujo neto de *Ahorro Externo* o superávit en la *Balanza de Capitales* denominada hoy *Cuenta Financiera y de Capitales.* Lo contrario ocurre si las exportaciones netas son mayores que cero.

El siguiente gráfico del *Flujo Circular Ingreso-Gasto de la Economía* describe las transacciones descritas:

Gráfico 3.1.
Flujo Circular Ingreso-Gasto de la Economía



La suma del Consumo (C), Gasto público (G), Inversión (I) y Exportaciones netas de importaciones (XN) se denomina *Gasto Agregado* en bienes y servicios finales, es decir la suma de los gastos en bienes y servicios finales. El componente de la *Inversión* es equivalente a la suma del ahorro de las familias (ahorro privado, que incluye el ahorro de las empresas), el ahorro del gobierno y el ahorro externo; para obtener la *Inversión*

Agregada se debe incorporar a lo anterior la «*variación de inventarios*» (las empresas no venden toda su producción, por lo tanto, su adición al inventario se considera como una compra de bienes a sí misma).

El total de ingresos percibidos por las familias por la venta de los servicios de los factores de producción: salarios por servicios de trabajo, intereses por el uso del capital prestado, renta por el uso de la tierra y otros inmuebles alquilados, y utilidades por la propiedad de las empresas (las utilidades brutas incluyen depreciación e impuestos directos a las utilidades), se denomina *Ingreso Agregado*. Este último debe ser igual al *Gasto Agregado* y ambos iguales al *Producto Bruto Interno*.

La igualdad entre el *Ingreso agregado* con el *Gasto agregado* es obvia, pues el PBI puede medirse como la suma de ingresos pagados a los propietarios de los factores y de las empresas, o como el gasto en bienes y servicios finales que realizan los agentes económicos. Según el diagrama del flujo circular, el *Ingreso agregado* debe ser igual al *Gasto agregado* porque una parte del dinero que obtienen las empresas por la venta de sus productos se destina al pago de la fuerza de trabajo y el excedente es cero, mientras que el beneficio que se llevan los empresarios pertenece también a los ingresos de la categoría de Familias.

3.2 La Balanza de Pagos y su relación con el PBI

*La Balanza de Pagos e*s el registro de todas las transacciones que realiza la economía de un país con el resto del mundo. Está compuesta por la *Cuenta Corriente* y la *Cuenta Financiera y de Capitales*. Todas las transacciones se registran en moneda extranjera (dólares americanos).

La balanza en *Cuenta Corriente* registra las transacciones que se generan en la economía doméstica o en el resto del mundo. Esta cuenta está constituida por cuatro rubros:

1) Balanza comercial (Exportaciones de bienes menos Importaciones de bienes)
2) Balanza de Servicios no financieros (Exportaciones de servicios menos Importaciones de servicios).
3) Renta de factores: donde se registra las entradas netas de pagos a los factores primarios.
4) Transferencias corrientes, que son transacciones sin contrapartida, en la que destaca las remesas de dinero efectuados por los peruanos residentes en el resto del mundo.

Si la cuenta corriente es deficitaria, debe financiarse con préstamos externos (mediano y largo plazo), es decir con la cuenta financiera y de capitales. Si se mantiene deficitaria, se acumula la deuda externa. Si el déficit de la Cuenta Corriente no se cubre con la entrada de capitales, el Banco Central debe vender las divisas que faltan (*desacumula reservas)*. La *desacumulación de reservas* es equivalente a la entrada de capitales y la *acumulación de reservas*, es equivalente a una salida de capitales; es decir, cuando el Banco Central vende (compra) moneda extranjera, disminuye (aumenta) la cantidad de sus reservas internacionales.

La Cuenta Financiera y de Capitales: Está constituida por la *Cuenta Financiera* y la *Cuenta de capitales*.

La *Cuenta Financiera* registra todo lo que el país pide prestado y presta al mundo. En rigor, mide los cambios en su posición de activos y pasivos respecto del resto del mundo. Todas las inversiones extranjeras se registran en esta cuenta, se puede decir que es la cuenta de financiamiento de la cuenta corriente.

Por otra parte, la *Cuenta de Capitales* registra todas las transferencias de capital y transacciones en activos no financieros no producidos (por ejemplo, las patentes).

En la *Cuenta Financiera y de Capitales* se puede incluir la *Variación de Reservas Internacionales del Banco Central*, que es utilizada como resguardo ante la falta de liquidez internacional. Si no se incluye, la suma de la *Cuenta Corriente* y de la *Cuenta Financiera y de Capitales*, más los errores u omisiones, debe ser igual a la *Variación de Reservas Internacionales del Banco Central*. La *Variación de Reservas Internacionales* es conocida como el *Saldo de la Balanza de Pagos.*

Si no se incluye la *Variación de Reservas Internacionales del Banco Central*, la suma de la Cuenta Corriente y de la Cuenta Financiera y de Capitales (corregida por errores y omisiones), es igual al Saldo de la Balanza de Pagos (SBP) que es igual a la acumulación de reservas.

$$CC + CFK = SBP$$

La economía peruana registra en el año 2013 un déficit en la Cuenta Corriente (CC) de 10,380 millones de dólares, como se puede observar en el Cuadro 3.1. Este déficit fue totalmente financiado por la cuenta Financiera y de Capitales que, incluyendo errores y omisiones, registra un superávit de 13,287 millones de dólares.

$$-10{,}380 + 13{,}287 = 2{,}907$$

El saldo en la balanza de pagos (o variación de RIN) fue igual a 2,907 millones de dólares. En el cuadro aparece como Resultado de la balanza de pagos ($SBP = \dot{R}$).

La Variación de Reservas Internacionales es positiva ($\dot{R} > 0$), lo que indica que hubo un superávit en la Balanza de Pagos.

Cuadro 3.1
Perú: Balanza de Pagos
(Millones de US$)

	2007	2008	2013	2015	2017	2018	2019
I. BALANZA EN CUENTA CORRIENTE	**1,521**	**-5,285**	**-10,380**	**-9,526**	**-2,779**	**-3,821**	**-3,530**
1. Balanza Comercial	8,503	2,569	504	-2,916	6,700	7,197	6,614
a. Exportaciones FOB	28,094	31,018	42,861	34,414	45,422	49,066	47,688
b. Importaciones FOB	-19,591	-28,449	-42,356	-37,331	-38,722	-41,870	-41,074
2. Servicios	-1,192	-2,056	-2,157	-2,056	-1,544	-2,759	-3,114
a. Exportaciones	3,152	3,649	5,815	6,324	7,260	7,090	7,604
b. Importaciones	-4,344	-5,704	-7,973	-8,380	-8,805	-9,850	-10,718
3. Renta de Factores	-8,299	-8,742	-12,073	-7,884	-11,523	-11,814	-10,748
a. Privado	-7,895	-8,746	-11,214	-7,153	-10,571	-10,694	-9,883
b. Público	-403	4	-859	-731	-953	-1,120	-866
4. Transferencias corrientes	2,508	2,943	3,346	3,331	3,589	3,556	3,718
del cual: Remesas del exterior	2,131	2,444	2,707	2,725	3,051	3,225	3,326
II. CUENTA FINANCIERA	**8,497**	**8,624**	**10,341**	**10,427**	**2,982**	**1,537**	**10,571**
1. Sector privado	8,154	9,569	14,434	8,817	884	917	5,512
a. Activos	-1,052	-535	-1,625	19	-3,564	-3,558	-2,424
b. Pasivos	9,207	10,104	16,059	8,798	4,448	4,476	7,936
2. Sector público	-1,722	-1,507	-1,803	3,110	3,249	2,122	4,440
a. Activos	-166	65	-347	-473	601	-201	277
b. Pasivos	-1,556	-1,572	-1,456	3,583	2,648	2,323	4,163
3. Capitales de corto plazo	2,065	562	-2,291	-1,500	-1,152	-1,503	618
a. Activos	-1,046	416	-423	-2,021	-1,876	-2,323	2,005
b. Pasivos	3,111	146	-1,867	521	724	820	-1,386
III. FINANCIAMIENTO EXCEPCIONAL	**67**	**57**	**5**	**0**	**0**	**0**	**0**
IV. ERRORES Y OMISIONES NETOS	**-430**	**-226**	**2,941**	**-829**	**1,426**	**-1,345**	**-132**
V. RESULTADO DE BALANZA DE PAGOS (V = I+II+III+IV)=(1-2)	**9,654**	**3,169**	**2,907**	**73**	**1,629**	**-3,629**	**6,909**
1. Variación del saldo del RIN	10,414	3,507	1,672	-823	1,936	-3,500	8,195
2. Efecto valuación	760	338	-1,235	-896	307	130	1,286

Fuente: BCRP, Nota Semanal N°03-2020

En mismo Cuadro 3.1 las cifras registradas en 2018 muestran que hubo un déficit ($\dot{R} < 0$) en la balanza de Pagos de 3,630 millones de dólares.

$$CC + CFK = SBP = \dot{R}$$

$$-3821 + 192 = 3{,}629$$

Es importante mencionar que, cuando la variación de reservas es nula ($\dot{R} = 0$), entonces la balanza de pagos está en *equilibrio*.

Cuando se incluye la variación de las RIN en la Cuenta Financiera y de Capitales (la misma que incorpora los errores u omisiones), la suma de ambas cuentas será cero.

$$CC + (CFK - SBP) = 0$$

❖ *El PBI y la Cuenta Corriente de la Balanza de Pagos*

La *Cuenta Corriente de la Balanza de Pagos* se puede representar con la siguiente ecuación de definición que incluye a sus cuatro componentes:

$$CC = X - M + F + TC$$

X y *M* representan las exportaciones e importaciones de bienes y servicios, respectivamente; *F* es la *Renta de Factores*; y, *TC* las *Transferencias Corrientes* del resto del mundo hacia el país.

El PBI medido por el método del Gasto ya incorpora los primeros dos componentes de la *Cuenta Corriente*; es decir, las exportaciones e importaciones de bienes y servicios.

$$PBI = C + I + G + X - M$$

El PBI está medido a precios de mercado; es decir, que los valores de todos los componentes del gasto agregado incluyen los impuestos indirectos netos de subsidios, (T_i - *Sub*). Si se excluyen estos impuestos indirectos netos de subsidios, el valor del PBI o ingreso agregado estaría medido a coste de factores, *PBI*-(T_i-*Sub*).

La magnitud del PBI puede aumentar o disminuir al sumarle la *Renta de Factores Primarios* (entradas por pagos de intereses y utilidades desde el resto del mundo menos salidas por pago de intereses y utilidades hacia el resto del mundo), dependiendo de si este rubro es deficitario o superavitario.

La suma del PBI más la *Renta de factores* se denomina *Producto Nacional Bruto* (PNB).

$$PNB = PBI + F$$

Si hacemos $PNB = Y_n$ y $PBI = Y$, entonces:

$$Y_n = Y + F$$

El *PNB*, entonces, expresa el valor de los bienes y servicios producidos únicamente por los nacionales del país durante un período determinado. Se excluye a los extranjeros que trabajan en el país e incluye a los nacionales que trabajan en el extranjero.

La *Renta Neta de Factores* (F) es registrado en la cuenta corriente de la balanza de pagos, la cual también incluye las X e M de bienes y servicios, y las *Transferencias Corrientes* (TC) del Resto del Mundo hacia el país.

- *Ingreso Disponible, la Cuenta Corriente y la Identidad Ahorro-Inversión*

Para calcular el Ingreso Disponible de las familias hay que partir del PBI a coste de factores, Y-(T_i-Sub), o del PNB a coste de factores, Y - (T_i - Sub) +F. A este producto o ingreso a coste de factores se le agrega las transferencias del gobierno a las familas (*TR*) y las transferencias corrientes (TC) que reciben desde el resto del mundo, para obtener el ingreso total percibido por las familias.

$$Y - (T_i - Sub) + F + TR + TC$$

Si a este ingreso se le resta los impuestos directos pagados por las familias, T_d, se obtiene el *ingreso disponible*; es decir, el ingreso que las familias disponen para su gasto en consumo y para ahorrar, Y^d.

$$Y^d = Y - (T_i - Sub) + F + TR + TC - T_d$$

Ahora el *Ahorro Privado (Sp)* será igual a este ingreso disponible menos el gasto en consumo:

$$S_p = Y^d - C = Y - (T_i - Sub) + F + TR + TC - T_d - C$$

De aquí se obtiene que:

$$Y - (T_i - Sub) + F + TR + TC = C + S_p + T_d$$

Hacia las familias se dirige el ingreso o producto agregado a coste de factores, incluyendo la *Renta de Factores (F*) (que en general, en países como el nuestro, es deficitaria) y las transferencias del Gobierno y del Resto del mundo, y de las familias salen flujos de consumo, ahorro e impuestos directos.

Reemplazando *Y* por sus componentes, se obtiene:

$$C + I + G + X - M - (T_i - Sub) + F + TR + TC = C + S_p + T_d$$

$$I + G + X + F + TR + TC = M + S_p + T_d + T_i - Sub$$

Haciendo $T = T_d + T_i - Sub$ que son los impuestos totales netos de subsidios, la relación anterior puede reescribirse como sigue:

$$I + G + X + F + TR + TC = M + S_p + T$$

Los componentes del lado izquierdo de la igualdad (*I*, *G*, *TR*, *X*, *TC*, *F*) son inyecciones o entradas a la economía, mientras los del lado derecho (*M*, *T*, *Sp*) son filtraciones o salidas. Las inyecciones deben ser iguales a las filtraciones. Nótese que si la *renta de factores* (*F*) es deficitaria —como es el caso en el país—, esta constituirá una filtración más que una inyección a la economía.

Por otro lado, el *ahorro del gobierno*, es igual a:

$$S_g = T - G - TR$$

Por lo tanto, el ahorro nacional o doméstico será igual a:

$$S_n = S_p + S_g = Y + F + TC - (C + G)$$

Finalmente, el Resto del Mundo tiene ingresos por el pago que hacemos por las importaciones y el pago neto que recibe por los activos que tiene en el país (-*F*). Pero a su vez gasta en productos que les exportamos y por las transferencias corrientes que hace al país. Su ahorro será, entonces igual a:

$$S_e = M - F - X - TC$$

Sumando los tres tipos de ahorro, se obtiene el ahorro total de la economía.

$$S = S_p + S_g + S_e$$

$$S = Y - (C + G + X - M)$$

Como todo lo que se ahorra se invierte (*S*=*I*), entonces:

$$Y = C + I + G + X - M$$

- *La Cuenta Corriente y el Ahorro Nacional*

Como se mencionó, la definición de la *Cuenta Corriente* (*CC*) es:

$$CC = X + TC - (M - F)$$

Dado que *Y*+*F* es el PNB a precios de mercado, la cuenta corriente se puede expresar como exceso de gasto sobre el producto nacional bruto más las transferencias corrientes:

$$CC = Y + F + TC - A, donde\, A = I + C + G$$

De otro lado, si comparamos la ecuación de la *Cuenta Corriente*, *CC*, con la del *Ahorro Externo*, se observa claramente que la cuenta corriente es el ahorro externo con signo negativo. Por lo tanto, de la igualdad ahorro inversión, se obtiene:

$$CC = -S_e = S_p + S_g - I$$

$$CC = -S_e = S_n - I$$

Donde $S_p + S_g$ es el ahorro nacional o doméstico, S_n.

$$CC = -S_e = S_p - I + (T - G - TR)$$

Así, la cuenta corriente será deficitaria cuando el ahorro privado es bajo (se consume mucho), la inversión es alta —quizá porque el ahorro externo se suma al ahorro nacional; por lo tanto, al aumentar el ahorro total, aumenta la inversión—, o el ahorro del gobierno es bajo o negativo —porque el gobierno gasta mucho o incurre en déficit. Siempre que la inversión supere al ahorro doméstico o nacional, la *Cuenta Corriente* será deficitaria.

En el Cuadro 3.2 se puede observar que el *Ahorro Externo* (en porcentaje del PBI) es igual en valor absoluto al resultado de la *Cuenta Corriente*. Además, se observa que el ahorro total es igual a la inversión. Por su parte el ahorro doméstico o nacional es menor que la inversión del año 2007 al año 2019. En los años 2008 a 2015, el ahorro externo representó, en promedio, el 18.5% de la inversión.

Cuadro 3.2
Perú: Flujos Macroeconómicos
(Porcentaje del PBI)

	2003	2007	2008	2013	2015	2018	2019
I. AHORRO-INVERSIÓN							
1. Ahorro Nacional	**15.6**	**23.8**	**22.8**	**20.5**	**19.3**	**20.0**	**19.7**
a. Sector público	1.3	6.6	7.1	7.1	3.7	2.9	3.3
b. Sector privado	14.4	17.1	15.7	13.4	15.6	17.0	16.3
2. Ahorro externo	**1.6**	**-1.5**	**4.3**	**5.1**	**4.8**	**1.7**	**1.5**
3. Inversión	**17.2**	**22.3**	**27.1**	**25.6**	**24.1**	**21.7**	**21.2**
a. Sector público	2.9	3.5	4.5	5.8	5.0	4.8	4.6
b. Sector privado	14.3	18.7	22.7	19.8	19.1	16.8	16.6
II. BALANZA DE PAGOS							
1. Balanza en Cuenta Corriente	**-1.6**	**1.5**	**-4.3**	**-5.1**	**-4.8**	**-1.7**	**-1.5**
a. Balanza Comercial	1.5	8.3	2.1	0.2	-1.5	3.2	2.9
b. Servicios	-1.5	-1.2	-1.7	-1.1	-1.1	-1.2	-1.4
c. Renta de Factores	-3.6	-8.1	-7.2	-6.0	-3.9	-5.2	-4.7
d. Transferencias corrientes	2.1	2.4	2.4	1.7	1.7	1.6	1.6
2. Cuenta Financiera y de Capitales	**2.4**	**7.9**	**6.9**	**6.6**	**4.8**	**0.7**	**4.6**
3. Resultado de la Balanza de Pagos	**0.8**	**9.4**	**2.6**	**1.4**	**0.0**	**-1.6**	**3.0**

Fuente: BCRP, Nota Semanal N°3-2020

CAPÍTULO 4
MERCADO DE BIENES: CONSUMO, INVERSIÓN, DETERMINACIÓN DEL PRODUCTO Y LA POLÍTICA FISCAL

4.1 Gasto Agregado de la Economía: Consumo, Inversión y Exportaciones netas de importaciones

❖ *Gasto Agregado de la Economía*

El Gasto Agregado Doméstico tiene cuatro componentes: Gasto en Consumo (C), Gasto en Inversión (I), Gasto del Gobierno (G) y Exportaciones Netas de Importaciones (NX). La suma de los cuatro componentes es el Ingreso Agregado que, según el flujo circular de la economía, es igual a la Demanda Agregada y al PBI real.

$$Y = C + I + G + NX$$

Donde: $\mathrm{NX} = \mathrm{X} - \mathrm{M}$

Como se mencionó en el capítulo anterior, el producto *Y* está a precios de mercado. A partir de este capítulo, para facilitar la presentación de los modelos se va a suponer que los impuestos indirectos y los subsidios son iguales a cero. En consecuencia, el producto a precios de mercado será igual al producto a coste de factores y el total de impuestos, *T*, será igual a los impuestos directos, T_d. Asimismo, se va suponer que estos impuestos constituyen una proporción fija del ingreso; es decir, que $T = tY$, donde *t* es la tasa de impuestos que el gobierno puede utilizar como instrumento de política fiscal.

El total de estos impuestos es utilizado por el gobierno para financiar sus gastos, *G*, y las transferencias que realiza a las familias, *TR*, (transferencias a través de la seguridad social y otros programas). Estas dos últimas variables también son utilizadas por el gobierno como instrumentos de política fiscal. Sin embargo, también a partir de este capítulo se va suponer que las transferencias (*TR*) son iguales a cero. Si no fueran iguales a cero, el ingreso disponible de las familias sería $Y^d = Y + TR - T$ o, lo que es lo mismo, $Y^d = Y + TR - tY$. Finalmente, solo se tomará en cuenta las exportaciones netas de importaciones de bienes y servicios de la *Cuenta Corriente* de la Balanza de pagos.

- **Gasto en Consumo de las Familias (C)**

Las familias toman decisiones de gasto y ahorro. Sabemos que la suma de salarios de los trabajadores y de los beneficios de los propietarios del stock de capital es igual al Ingreso Agregado (*Y*). Parte de este ingreso (*Y*) se entrega al Estado como tributación (T), y con lo que queda se decide consumir y ahorrar.

La tributación total, es:

$$T = tY$$

Donde "*t*" es la tasa de impuestos o de tributación promedio. El ingreso neto de tributación es el Ingreso Disponible, pues se está suponiendo que las transferencias (*TR*) son iguales a cero:

$$Y^d = Y - T$$

$$Y^d = (1 - t)Y$$

Parte de este ingreso disponible se utiliza para los gastos en consumo:

$$C = C_0 + bY^d$$

Donde "C_0"es el nivel básico de consumo, conocido como el consumo autónomo, y "b" representa el cambio en el consumo por unidad de cambio en el ingreso disponible. Es conocida como la *Propensión Marginal a Consumir,* (PMgC). Esta propensión es mayor que cero y menor que uno, $0 < b < 1$.

Matemáticamente, la *PMgC* es la derivada de la función consumo con respecto al ingreso disponible.

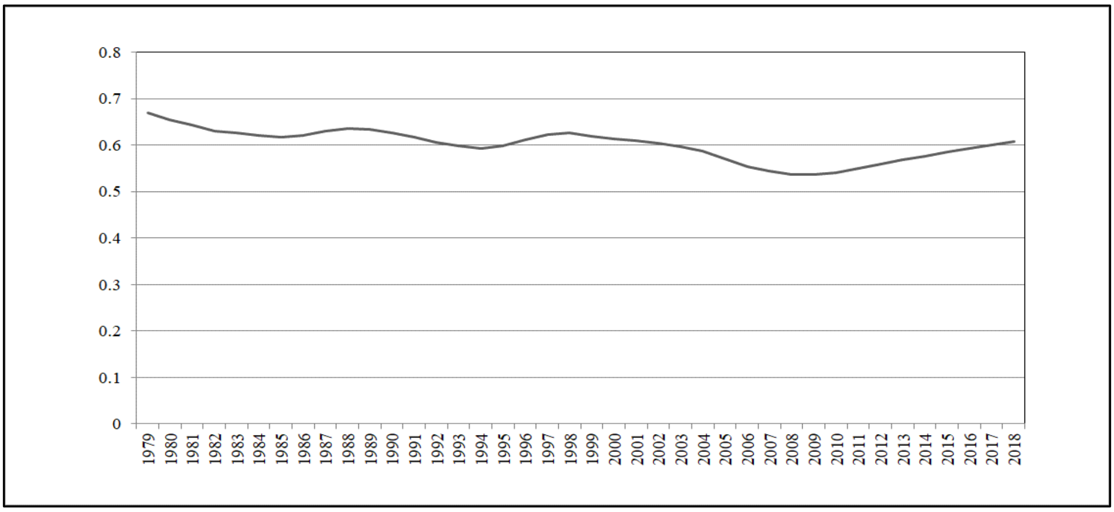
$$\frac{dC}{dY^d} = b \quad , donde \quad (0 < b < 1)$$

Si en la función consumo reemplazamos el ingreso disponible por su equivalente, $(1 - t)Y$, se obtiene la propensión marginal a consumir neta de impuestos:

$$C = C_0 + b(1 - t)Y$$

$$\frac{dC}{dY} = b(1 - t)$$

Gráfico 4.1
Perú: Propensión marginal a consumir neta de impuestos, 1979-2018



Fuente: Estadísticas BCRP. Elaboración propia.

De otro lado, la *Propensión media a Consumir* (*PMeC*) es el consumo promedio por unidad de ingreso disponible.

$$\frac{C}{Y^d} = \frac{C_0}{Y^d} + b$$

También se puede hablar de una propensión media a consumir por unidad de ingreso agregado.

$$\frac{C}{Y} = \left(\frac{C_0}{Y}\right) + b(1 - t)$$

La *PMgC* y la *PMeC* coinciden solo cuando consumo autónomo es cero.

Gráfico de la Función de Consumo

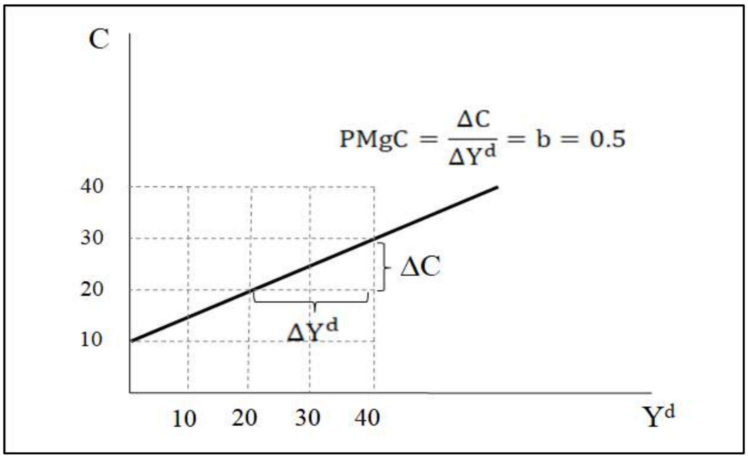
Supongamos que la *PMgC* "b" es igual a 0.5. A partir de los datos siguientes se puede expresar en forma explícita la función consumo $\mathbf{C = C_0 + bY^d}$:

C	*C₀*	*Yᵈ*	*bYᵈ*
10	10	0	0
15	10	10	5
20	10	20	10
25	10	30	15
30	10	40	20

Los ejes están divididos en segmentos de 10 unidades, por esta razón avanzan de 10 en 10 (10, 20, 30, 40), en ambos ejes.

La función consumo será: $C = 10 + 0.5Y^d$, que tiene la forma de una recta como se observa en el gráfico:

Gráfico 4.2
Función de demanda de Consumo



- **Ahorro de las familias (Sp)**

La diferencia entre el Ingreso Disponible y el Consumo es igual al ahorro de las familias o ahorro privado. Restando del ingreso disponible la función consumo, se obtiene la función de ahorro, que también depende del ingreso disponible.

$$S_p = Y^d - C$$

$$S_p = Y^d - (C_0 + bY^d)$$

$$S_p = -C_0 + (1 - b)Y^d$$

$$S_p = -C_0 + sY^d$$

El ahorro autónomo es el consumo autónomo con signo negativo; lo que indica que en ausencia de ingreso disponible hay desahorro para satisfacer dicho consumo.

La *Propensión Marginal a Ahorrar* (*PMgS*), que es el cambio en el ahorro por unidad de cambio en el ingreso disponible, es igual a "1-b=s".

$$\frac{dS_p}{dY^d} = 1 - b = s$$

Es importante notar que la suma de la *PMgC* y la *PMgS*, es igual a la unidad. Esto es así porque el ingreso disponible es igual a la suma del consumo y el ahorro.

$$PMgC + PMgS = 1$$

$$b + (1 - b) = 1$$

$$b + s = 1$$

La economía de un país con alta propensión marginal a consumir tiene menor propensión marginal a ahorrar, y viceversa. La propensión marginal a ahorrar es, en general, mayor en países desarrollados que en países poco desarrollados. La razón es que tienen una mayor capacidad de ahorro porque cuentan con ingresos per cápita más altos, lo que no ocurre en los países poco desarrollados.

- **Gasto en Inversión (I)**

Son gastos que aumentan el stock de capital y, por lo tanto, la producción potencial o producción de largo plazo de la economía. Incluye la *inversión bruta fija* (compra e instalación de nueva maquinaria y equipo en las empresas, la construcción y compra de edificios nuevos) y la *variación de existencias* de las empresas. Además, la *Inversión* *bruta fija* incluye la reposición del capital gastado y obsoleto, y la inversión que aumenta el stock de capital denominada *Inversión neta*.

El gasto de inversión se puede representar con una función que depende inversamente de la tasa de interés real, "*r*", y donde "I_0" es el componente autónomo que depende básicamente de las expectativas de los inversionistas.

$$I = I_0 - hr$$

Gráfico 4.3
Función de demanda de Inversión

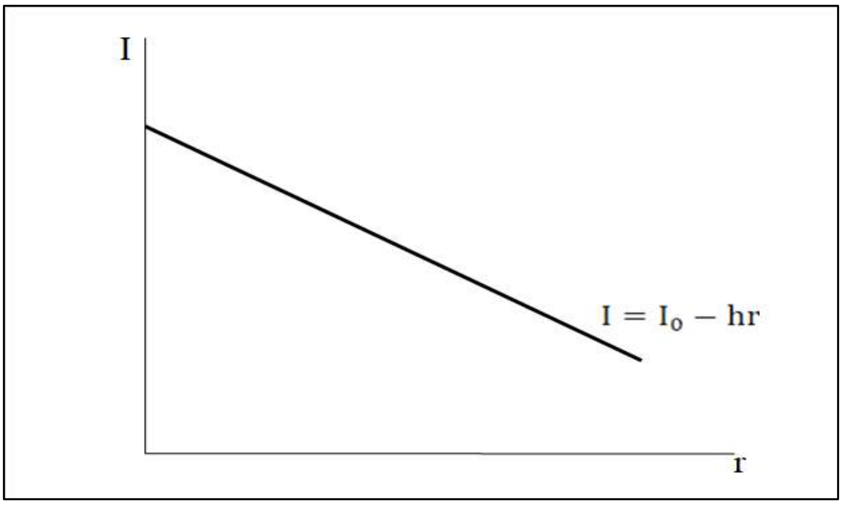
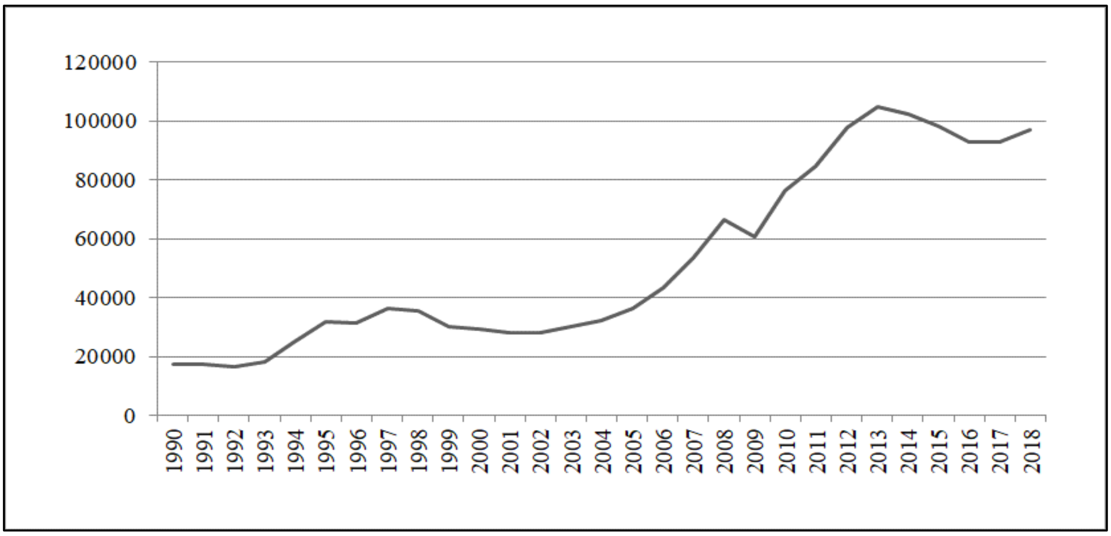


Gráfico 4.4
Perú: Inversión bruta fija privada
(Millones Soles a precios de 2007)



Fuente: Estadísticas BCRP. Elaboración propia.

Tasa de interés nominal y real

Tasa de interés nominal: Es la tasa que los prestamistas cargan a los prestatarios por el capital o dinero prestado. La mayoría de los rendimientos de activos financieros están expresados en tasas nominales.

Tasa de interés real: Es la tasa nominal neta de la inflación esperada.

Cálculo de la tasa de interés real

i_t : tipo de interés nominal para el año t.

r_t : tipo de interés real para el año t.

$(1+ i_t)$: Prestar un sol este año reporta $(1+ i_t)$ soles al año siguiente.

Alternativamente, tomar prestado un sol este año implica devolver $(1+ i_t)$ soles al año siguiente.

P_t = Precio del bien este año

P^e_{t+1} = Precio esperado del bien al año siguiente.

$$1 + r_t = \frac{(1 + i_t)P_t}{P^e_{t+1}}$$

$$1 + r_t = \frac{1 + i_t}{1 + \pi^e_{t+1}} \quad \leftrightarrow \quad r_t = \frac{i_t - \pi^e_{t+1}}{1 + \pi^e_{t+1}}$$

Si el tipo de interés nominal y la tasa de inflación esperada no son grandes, se puede tomar logaritmos y obtener la tasa de interés real:

$$ln(1 + r_t) = ln(1 + i_t) - ln(1 + \pi^e_{t+1})$$

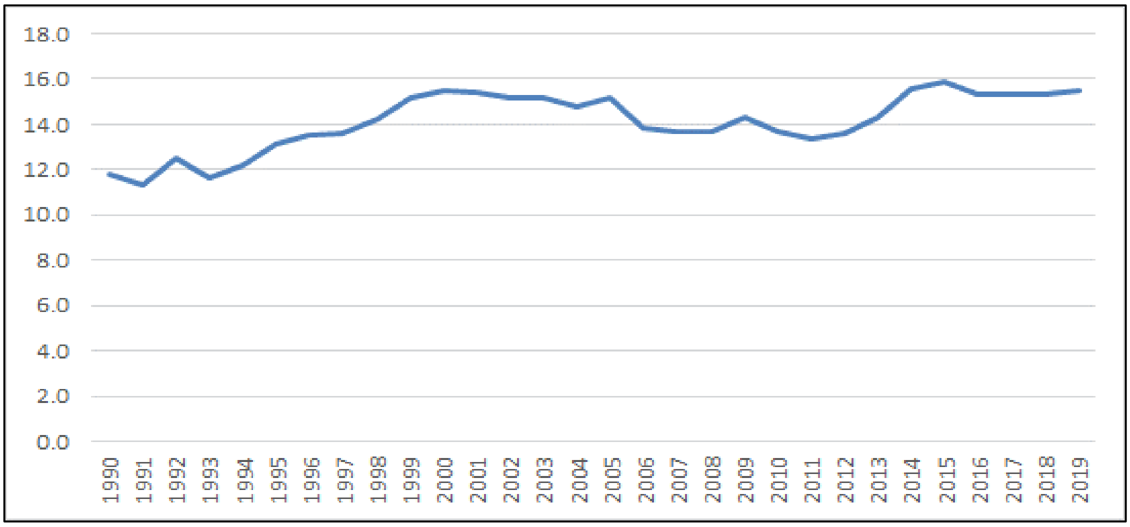
$$r_t = i_t - \pi^e_{t+1}$$

- **Gasto del Gobierno (G)**

El gasto del Gobierno incluye las compras del Estado (remuneraciones de funcionarios y pago por la compra de bienes y servicios). Cuando se busca una expansión del ingreso y, por lo tanto, del producto, el gasto de gobierno aumenta, y viceversa. Esto es así porque el gasto del gobierno, *G*, es parte de la demanda agregada. El gobierno también influye en la demanda agregada mediante la fijación de la tasa de impuestos. Si aumenta esta tasa se reduce el ingreso disponible y, en consecuencia, el gasto en consumo de las familias. Esta reducción, disminuye la demanda agregada, impactando negativamente en el nivel del producto. Lo contrario ocurre si se reduce la tasa impositiva.

Tanto la tasa impositiva como el gasto del gobierno (al igual que las transferencias, *TR*, que se ha supuesto igual a cero, por simplicidad), son variables exógenas e instrumentos de política fiscal en el modelo ingreso-gasto. El gobierno puede estabilizar o morigerar las fluctuaciones del producto mediante la política fiscal utilizando *G*, *t* y/o *TR*. De otro lado, la función de impuestos $T = tY$ puede actuar como un estabilizador automático de las fluctuaciones del producto. La tributación varía con el nivel del producto, morigerado sus fluctuaciones. En los periodos de auge la tributación aumenta, reduciendo el déficit o aumentando el superávit fiscal, con lo cual se reduce la demanda agregada y el nivel de producción.

Gráfico 4.5
Perú: Gastos Corrientes del Gobierno General
(Porcentaje del PBI)



Fuente: Estadísticas BCRP. Elaboración propia.

- **Exportaciones netas de importaciones (NX)**

Las *Exportaciones* (*X*), son bienes y servicios que se producen en el país y se venden al resto del mundo. Dependen directamente de la demanda del *Resto del Mundo* y del *Tipo de Cambio Real*. En este capítulo del texto se supone que las exportaciones son totalmente exógenas. Es decir, que:

$$X = X_0$$

Las *Importaciones* (*M*), son bienes y servicios producidos en el *Resto del Mundo* que compran los consumidores e inversionistas del país. Dependen positivamente del ingreso disponible y la función de importaciones es:

$$M = mY^d$$

Donde "m" es la propensión marginal a importar. Puede suponerse, también, que las importaciones están influidas principalmente por el PBI real y que, por lo tanto, la función de importaciones sería igual a: $M = mY$.

En resumen, las *Exportaciones Netas* (*NX*) pueden representarse con la siguiente función:

$$X - M = X_0 - mY^d$$

$$X - M = X_0 - m(1 - t)Y$$

4.2 El modelo de Ingreso-Gasto Keynesiano

El modelo es también conocido como modelo de cruz keynesiana, en alusión a John M. Keynes, autor de la *Teoría General de la ocupación, el interés y el dinero* (1936), escrito y publicado durante la depresión de los años 1930's.

El modelo supone que el nivel de precios está fijo, que el nivel del producto se adapta a los cambios en la demanda agregada y que la tasa de interés está determinada fuera del modelo (en el mercado monetario). Es un modelo de corto plazo.

❖ *Las ecuaciones del modelo de Ingreso-Gasto y la función de Demanda Agregada:*

Función Consumo:	$\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{bY}^\mathrm{d}$
Función Inversión:	$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 - \mathrm{hr}$
Gasto del Gobierno:	$\mathrm{G} = \mathrm{G}_0$
Tributación:	$\mathrm{T} = \mathrm{tY}$
Exportaciones:	$\mathrm{X} = \mathrm{X}_0$
Importaciones:	$\mathrm{M} = \mathrm{mY}^\mathrm{d}$
Gasto o Demanda Agregada:	$\mathrm{DA} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G} + \mathrm{X} - \mathrm{M}$

Entonces, haciendo reemplazos y algunas operaciones algebraicas, se obtiene la función de Demanda Agregada siguiente:

$$DA = C_0 + bY^d + I_0 - hr + G_0 + X_0 - mY^d$$

$$DA = (b - m)(1 - t)Y + C_0 + I_0 - hr + G_0 + X_0$$

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + (b - m)(1 - t)Y$$

En forma breve:

$$DA = \alpha_0 + \alpha_1 Y,$$

Donde $\alpha_0 = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$ es el intercepto y $\alpha_1 = (b - m)(1 - t)$ es la pendiente de la función.

❖ *La determinación del Ingreso de equilibrio*

En equilibrio, el ingreso agregado, *Y*, debe ser igual a la demanda agregada *DA*. De la condición de equilibrio *Y* = *DA*, se obtiene la ecuación del ingreso o producto de equilibrio a corto plazo.

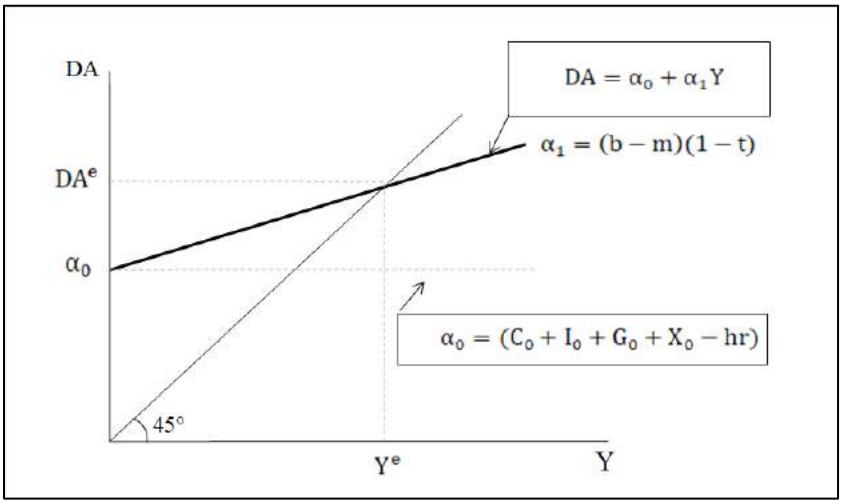
$$Y = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + (b - m)(1 - t)Y$$

$$[1 - (b - m)(1 - t)]Y = C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t)}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

A corto plazo se supone, por ahora, que los precios son fijos y que la economía se encuentra por debajo de la producción de pleno empleo. También se puede decir que la oferta agregada es infinitamente elástica al nivel de precios dado. En estas condiciones, el producto e ingreso de equilibrio está determinado por la demanda agregada o por sus componentes. El ajuste en el mercado de bienes es por cantidades y no por precios

Gráfico 4.6
El ingreso de Equilibrio a Corto Plazo



❖ *La estabilidad del equilibrio*

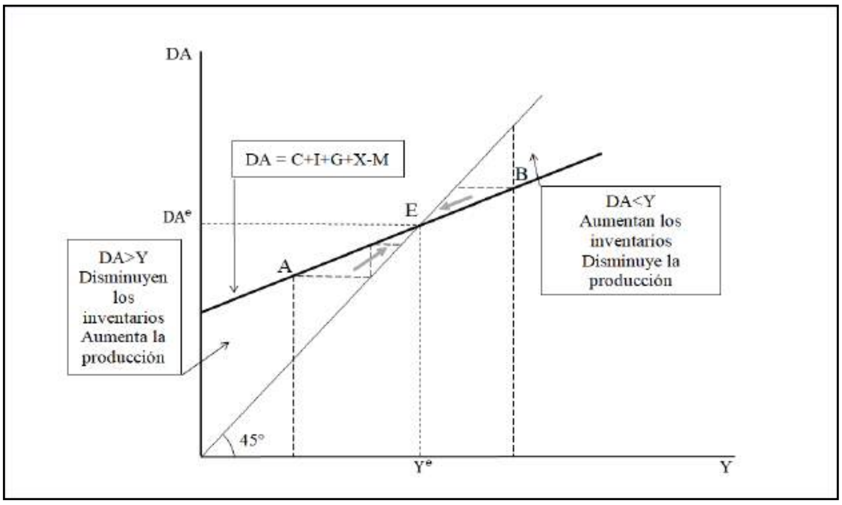
En ausencia de equilibrio, la DA puede ser mayor o igual que el ingreso o producto. Estas situaciones de desequilibrio desaparecen. El modelo es estable porque hay convergencia al equilibrio. Los aumentos de la demanda agregada (*DA*) que dan lugar a excesos de demanda, provocan la caída de los inventarios o existencias de las empresas y, por lo tanto, la decisión de las empresas de aumentar su producción en un monto similar al aumento de la demanda. En otras palabras, los excesos de demanda se enfrentan con aumentos de la producción. Cada vez que aumenta la producción, aumenta el empleo, disminuye la tasa de desempleo y aumenta el ingreso disponible de las familias. Las familias distribuyen el incremento de su ingreso disponible entre consumo de bienes y servicios, y ahorro.

Lo contrario ocurre cuando se produce un déficit de demanda o exceso de producción. En este caso, aumentan los inventarios y las empresas deciden disminuir su producción y el empleo de trabajadores. En ambos casos, la oferta de producción se ajusta a los cambios en la demanda agregada.

En el gráfico siguiente se muestra el proceso de convergencia hacia el punto de equilibrio "E", partiendo de un punto "A" (exceso de demanda) o del punto "B" (exceso de producción o déficit de demanda).

En el punto "A", la demanda agregada es mayor que el nivel de producción. Hay exceso de demanda que provoca una disminución de los inventarios y aumentos de la producción hasta llegar al equilibrio. De otro lado, en el punto "B" hay un déficit de demanda o un exceso de producción que da lugar a un aumento de los inventarios y a disminuciones de la producción hasta llegar al equilibrio.

Gráfico 4.7
Determinación y Estabilidad del equilibrio



❖ *El multiplicador Keynesiano*

Un cambio en la magnitud de cualquiera de los componentes autónomos de la demanda agregada (que conforman el intercepto), genera un proceso multiplicador del ingreso hasta converger al nuevo ingreso y producto de equilibrio. Así, el aumento multiplicado del ingreso es resultado de los efectos directos e indirectos ocasionados por el aumento de cualquiera de los componentes autónomos de la demanda agregada.

De la ecuación de la demanda agregada, $\mathrm{DA} = \alpha_0 + \alpha_1 \mathrm{Y}$, y de la condición de equilibrio $\mathrm{Y} = \mathrm{DA}$, se obtiene $(1 - \alpha_1)\mathrm{Y} = \alpha_0$. Por lo tanto, el multiplicador es:

$$\frac{1}{1-\alpha_1} = \frac{1}{1-(b-m)(1-t)}$$

Un cambio en α_0 provoca un cambio multiplicado en Y.

$$\Delta Y = \frac{1}{1-\alpha_1}\Delta\alpha_0$$

Nótese que el tamaño de este multiplicador depende de la magnitud de los parámetros "b", "m" y "t". Las filtraciones de demanda son las que reducen su tamaño: estas se expresan en la propensión marginal a ahorrar, la propensión marginal a importar y la tasa promedio de impuestos.

El multiplicador de inversión de Keynes

Keynes desarrolla el concepto de *multiplicador de inversión* partiendo de una economía cerrada y sin gobierno, y con dos sectores de producción: uno de bienes de Inversión y el otro de bienes de Consumo. "Llamemos a *k* el *multiplicador de inversión* —dice Keynes. Éste nos indica que, cuando existe un incremento en la inversión total, el ingreso aumentará en una cantidad que es k veces el incremento de la inversión" (Keynes, p. 108). Si la *propensión marginal a consumir* es "0<b<1", el multiplicador que tiene en mente Keynes es $\mathrm{k} = \frac{1}{1-b}$.

Este multiplicador es resultado de un proceso que empieza con el aumento de la demanda de inversión, ΔI, que genera un incremento en la producción e ingreso en el sector que produce bienes de inversión, igual a: $\Delta \mathrm{I} = \Delta \mathrm{Y}_1$. Este incremento del ingreso, genera un aumento de la demanda de consumo y, por lo tanto, de la producción e ingreso en el sector que produce bienes de consumo, igual a: $\Delta \mathrm{Y}_2 = b\Delta Y_1$. Este segundo incremento del ingreso, aumenta la demanda de bienes de consumo y, por consiguiente, de la producción e ingreso en el sector que produce bienes de consumo, igual a: $\Delta \mathrm{Y}_3 = b\Delta Y_2$. El proceso continúa como se describe a continuación:

$$\Delta I = \Delta Y_1$$

$$\Delta Y_2 = b\Delta Y_1 = b\Delta I$$

$$\Delta Y_3 = b\Delta Y_2 = b^2\Delta I$$

$$\Delta Y_4 = b\Delta Y_3 = b^3\Delta I$$

$$\vdots$$

$$\Delta Y_n = b^{n-1}\Delta I$$

En consecuencia, el incremento total del ingreso será igual a:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta Y_i = \Delta I + b\Delta I + b^2\Delta I + \cdots + b^{n-1}\Delta I$$

$$\Delta Y = (1 + b + b^2 +..+ b^{n-1})\ \Delta I$$

El factor entre paréntesis es la suma de los términos de una progresión geométrica que es igual a: $\frac{1-b^n}{1-\mathrm{b}}$. Como 0<b<1, cuando "n" tiende a infinito, entonces $b^n = 0$. Por lo tanto, el ingreso aumentará en una cantidad que es k veces el incremento de la inversión, es decir:

$$\Delta Y = (\frac{1}{1-b})\ \Delta I$$

$$\Delta Y = k\ \Delta I$$

¿Habrá multiplicador de la inversión en una economía que no tiene un sector que produce bienes de inversión?

En esta economía hipotética toda la demanda de inversión se satisface con importaciones; las mismas que están compuestas por bienes importados de inversión y bienes importados que no son de inversión, $\mathrm{M} = \mathrm{M_k} + \mathrm{M_{nk}}$.

Reemplazando las importaciones por su igual en la ecuación de ingreso-gasto, se obtiene:

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$Y = C + I + G + X - M_k - M_{nk}$$

Si se supone que todo lo que se invierte se importa, es decir, que:

$$I = M_k:$$

Entonces, en la ecuación de ingreso-gasto habrá desaparecido la inversión.

$$Y = C + G + X - M_{nk}$$

Este resultado indica que no habrá efecto multiplicador en la economía interna y que, por lo tanto, el efecto demanda de la inversión se habrá "exportado" al resto del mundo.

A modo de ejemplo supongamos el siguiente modelo de una economía cerrada y sin gobierno, con una función consumo igual a: $C = 100 + 0.75Y$ y una inversión autónoma igual a: $I_0 = 200$. En este caso el ingreso de equilibrio es 1200 y el multiplicador es 4. Con este valor del ingreso de equilibrio se obtiene un consumo igual a 1000. Por último, si la inversión aumenta en 100, el ingreso de equilibrio aumentaría 4 veces más.

En esta economía el ingreso de equilibrio está dado por:

$$Y = \left(\frac{1}{1 - 0.75}\right)(C_0 + I_0)$$

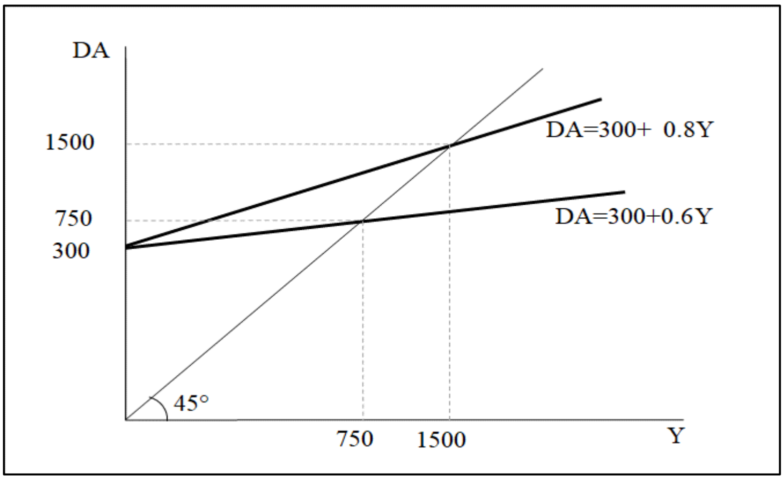
$$Y = \left(\frac{1}{0.25}\right)(C_0 + I_0)$$

$$\Delta Y = 4\Delta I_0$$

Con una propensión marginal a consumir igual a *b = 0.75*, la propensión marginal a ahorrar es igual a *s = 0.25*. Cuanto más alta es la propensión marginal a consumir (o cuanto más baja es la propensión marginal a ahorrar), mayor es el multiplicador.

Por ejemplo, supongamos que la propensión marginal a consumir es igual a *b=0.8*. En este caso el multiplicador será igual a 5, mayor que cuando *b=0.75*. La propensión marginal a ahorrar disminuye a 0.20. Con una propensión marginal a consumir igual a 0.6 (propensión marginal a ahorrar igual a 0.4), el multiplicador se reduce a 2.5. Además, gráficamente se puede observar que el ingreso de equilibrio disminuye de 1500 a 750.

Gráfico 4.8
Efectos del cambio en la Propensión Marginal a Consumir



4.3 Estática comparativa en el modelo de Ingreso-Gasto keynesiano

Para una comprensión gráfica del análisis de estática comparativa, es importante describir el sentido de los cambios en la posición de la función de DA en el plano (Y, DA), cuando se produce una modificación en las magnitudes de su intercepto o de su pendiente.

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + (b - m)(1 - t)Y$$

El intercepto de la función de DA esta influído por los valores de los gastos autónomos y la tasa de interés. El aumento de cualquier gasto autónomo desplaza a la función de DA hacia arriba en forma paralela. Lo contrario ocurre si algún gasto autónomo disminuye. La función de DA mantiene su pendiente.

Todos los desplazamientos hacia arriba de la función de DA, cortan a la línea de 45° en niveles de ingreso de equilibrio más altos. Todos los puntos de la línea de 45° son de equilibrio *DA*=*Y*. Con los desplazamientos hacia abajo ocurre lo contrario; los niveles de ingreso de equilibrio se reducen. Por ejemplo, un aumento en la inversión autónoma tiene una efecto expansivo sobre el producto o ingreso.

De otro lado, entre las magnitudes del intercepto y de la tasa de interés real, hay una relación inversa. Un aumento de la tasa de interés tiene un efecto contractivo sobre el producto porque desplaza a la función de DA hacia abajo.

Por último, el tamaño de la pendiente de la función de DA depende de la magnitud de los parámetros "*b*", "*m*" y "*t*". Por ejemplo, un a*umento de la propensión marginal a consumir*, aumenta su pendiente. En este caso la recta de la DA gira en el sentido contrario a la rotación de las agujas del reloj, manteniendo su intercepto constante. Asimismo, un aumento en la propensión a importar (o en la tasa de impuestos), reduce su pendiente con lo cual la recta de la DA gira en el sentido de las agujas del reloj. El aumento de la propensión marginal a importar, disminuye el producto de equilibrio.

❖ *Política Fiscal Expansiva con aumento del Gasto del Gobierno*

Dado el siguiente modelo de Ingreso-Gasto:

Función Consumo:	$C = C_0 + bY^d$
Función Inversión:	$I = I_0 - hr$
Gasto del Gobierno:	$G = G_0$
Tributación	$T = tY$
Exportaciones:	$X = X_0$

Importaciones: $M = mY^d$

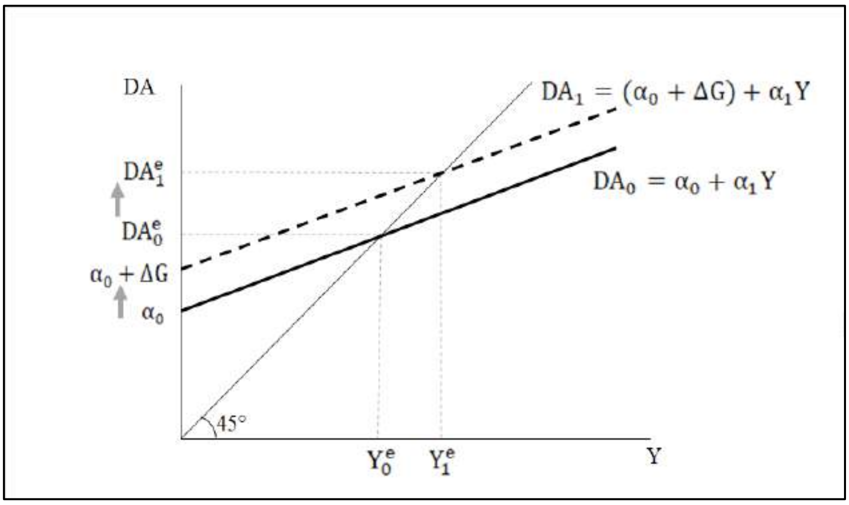
Gasto o Demanda Agregada: $DA = C + I + G + X - M$

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + (b - m)(1 - t)Y$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t)}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

Supongamos que el gobierno decide aumentar su gasto ($\Delta G > 0$) para expandir la producción y el empleo en la economía. Las variables exógenas que no cambian son: la tasa de interés real, el consumo, la inversión y las exportaciones autónomas. También se supone constantes la presión tributaria y las propensiones marginales a consumir e importar. Este aumento del gasto del gobierno hace que se eleve la magnitud del intercepto de la función de la DA, razón por lo cual se desplaza hacia arriba. Esta es una política fiscal expansiva porque al aumentar el gasto y, por lo tanto, la demanda agregada, aumenta el ingreso de equilibrio.

Gráfico 4.9
Efectos de una expansión del Gasto Público



Matemáticamente, se puede mostrar que el incremento del ingreso es igual al multiplicador por el incremento del gasto. En efecto:

$$dY = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t)}(dC_0 + dI_0 + dG_0 + dX_0 - hdr)$$

Puesto que $\mathrm{dC_0} = \mathrm{dI_0} = \mathrm{dX_0} = \mathrm{dr} = 0$ y $\mathrm{dG_0} > 0$, entonces:

$$dY = \frac{1}{1-(b-m)(1-t)}(dG)$$

El multiplicador del gasto es mayor que cero:

$$\frac{dY}{dG} = \frac{1}{1-(b-m)(1-t)} > 0$$

Multiplicador del Presupuesto Equilibrado
con Tributación Autónoma

Supongamos una economía cerrada con gobierno. El modelo de ingreso gasto está constituido por las siguientes ecuaciones:

Función Consumo:	$\mathrm{C} = \mathrm{C_0} + \mathrm{bY^d}$
Función Inversión:	$\mathrm{I} = \mathrm{I_0}$
Gasto del Gobierno:	$\mathrm{G} = \mathrm{G_0}$
Tributación:	$\mathrm{T} = T_0$
Demanda Agregada:	$\mathrm{DA} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G}$

Haciendo reemplazos y algunas operaciones algebraicas, se obtiene:

$$Y = \frac{1}{1-b}(C_0 - bT + I_0 + G_0)$$

Si el gobierno incrementa su gasto y al mismo tiempo incrementa los impuestos en una misma magnitud para mantener el presupuesto equilibrado; es decir: $\Delta T = \Delta G$, el ingreso de equilibrio aumentará en la misma magnitud que el incremento del gasto.

$$\Delta Y = \frac{1}{1-b}(-b\Delta T + \Delta G)$$

$$\Delta Y = \frac{1-b}{1-b}\Delta G$$

$$\Delta Y = \Delta G$$

❖ *Política fiscal expansiva con una reducción de la Tasa de Tributación*

Función Consumo:	$\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{bY^d}$
Función Inversión:	$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 - \mathrm{hr}$
Gasto del Gobierno:	$\mathrm{G} = \mathrm{G}_0$
Tributación	$\mathrm{T}_0 = \mathrm{t}_0\mathrm{Y}$
Exportaciones:	$\mathrm{X} = \mathrm{X}_0$
Importaciones:	$\mathrm{M} = \mathrm{mY^d}$
Gasto o Demanda Agregada:	$\mathrm{DA} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G} + \mathrm{X} - \mathrm{M}$

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + (b - m)(1 - t)Y$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t)}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

La política fiscal consistente en una reducción de la tasa de impuestos es expansiva, en el sentido que incrementa el ingreso de equilibrio, porque incrementa el ingreso disponible y, por lo tanto, la demanda de consumo y consecuentemente la demanda agregada.

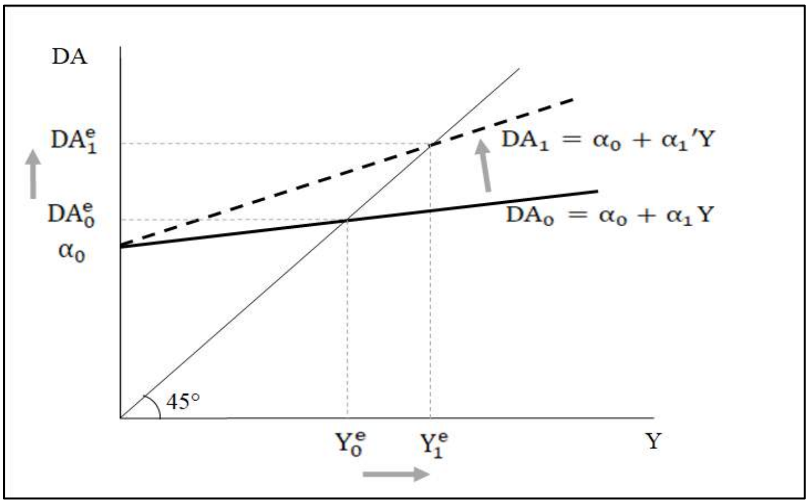
La tributación antes de la aplicación de la política fiscal es igual a $\mathrm{T}_0 = \mathrm{t}_0\mathrm{Y}$. Cuando se reduce la tasa de impuestos, $(\mathrm{t}_1 < \mathrm{t}_0)$, la ecuación de la tributación será: $\mathrm{T}_1 = \mathrm{t}_1\mathrm{Y}$. La reducción de la tasa de impuestos da lugar a un aumento tanto de la pendiente de la DA como del valor del multiplicador.

Gráficamente la *política fiscal expansiva* consistente en una disminución de la tasa de tributación, incrementa la pendiente de la DA. La función de demanda DA gira en sentido contrario a la rotación de las agujas del reloj, aumentando así el ingreso de equilibrio. Hay una relación inversa entre el multiplicador y la tasa de impuestos:

$$\frac{d[1 - (b - m)(1 - t)]^{-1}}{dt} = -\frac{b - m}{[1 - (b - m)(1 - t)]^2} < 0$$

Gráfico 4.10

Efectos de la Disminución de la tasa de tributación (t)

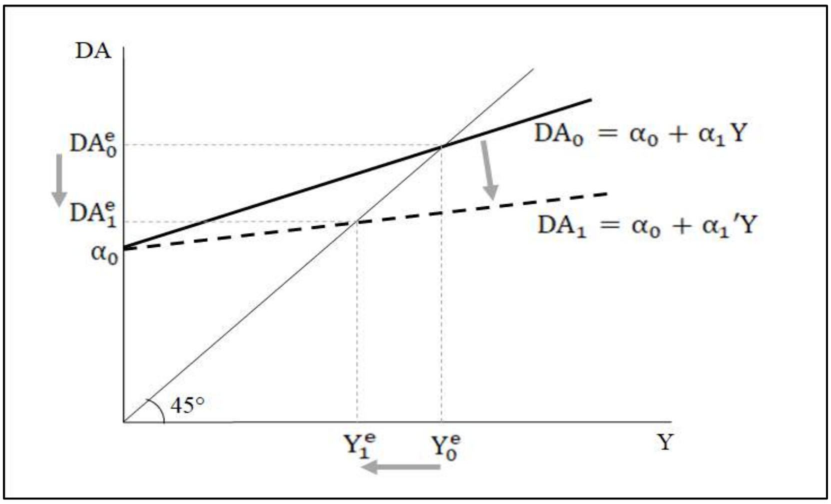


❖ *Política Comercial que aumenta la propensión marginal a importar*

Esta sería una política de fomento de la libre importación. Cuando aumenta la propensión marginal a importar se reduce la pendiente de la función de DA y el valor del multiplicador. En el Grafico 4.11 se observa un desplazamiento de la función de DA en el sentido de las agujas del reloj, provocado por un aumento de la *propensión marginal a importar*. El resultado es una disminución del ingreso de equilibrio.

Gráfico 4.11

Efectos del aumento de la Propensión Marginal a Importar (m)



Hay una relación inversa entre el multiplicador y la magnitud de la propensión marginal a importar.

$$\frac{d[1-(b-m)(1-t)]^{-1}}{dm} = -\frac{1-t}{[1-(b-m)(1-t)]^2} < 0$$

❖ *Política Fiscal con Regla Contracíclica*

Este tipo de política fiscal hace que los auges y las depresiones no sean muy pronunciados. Se establece como una regla consistente en una variación del Gasto (G) en sentido contrario a la variación del Producto, Y. Esta regla es igual a: $\mathrm{G} = \mathrm{G}_0 - \mathrm{gY}$. Cuando la economía entra en recesión y/o en depresión, disminuye la producción y aumenta el desempleo de la fuerza laboral. Ante esta situación el gobierno incrementa su gasto para estimular la recuperación de la producción. Asimismo, si la economía entra en la fase de expansión y auge, el producto y el empleo aumentan. En esta fase del ciclo, el gobierno tiene que disminuir su gasto y acumular recursos tributarios.

La política fiscal de gasto contra cíclico afecta la pendiente de la curva de DA y el valor del multiplicador. Ambos disminuyen. Este tipo de política fiscal, entonces, morigera las fluctuaciones del producto o ingreso.

Función Consumo:	$\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{bY}^{\mathrm{d}}$
Función Inversión:	$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 - \mathrm{hr}$
Regla Contracíclica del Gasto:	$\mathrm{G} = \mathrm{G}_0 - \mathrm{gY}$
Tributación:	$\mathrm{T} = \mathrm{tY}$
Exportaciones:	$\mathrm{X} = \mathrm{X}_0$
Importaciones:	$\mathrm{M} = \mathrm{mY}_{\mathrm{d}}$
Gasto o Demanda Agregada:	$\mathrm{DA} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G} + \mathrm{X} - \mathrm{M}$

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + [(b-m)(1-t) - g]Y$$

$$Y = \frac{1}{1-(b-m)(1-t)+g}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

Como se puede observar, en las dos ecuaciones anteriores aparece el parámetro “g” de la regla contracíclica. En la primera, este parámetro disminuye la magnitud de la pendiente de la función de DA. Y, en la segunda, dicho parámetro aparece aumentando la magnitud del denominador del multiplicador y, por lo tanto, reduciendo su tamaño.

❖ *Política Fiscal con Regla Procíclica*

Esta política también puede formularse como una regla de aumento del gasto cuando aumenta el producto o ingreso.

Regla del Gasto Procíclico: $\mathrm{G} = \mathrm{G}_0 + \mathrm{gY}$

En este caso, el parámetro de la regla "g" aparece aumentando tanto la pendiente de la función de DA como la magnitud del multiplicador:

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + [(b - m)(1 - t) + g]Y$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t) - g}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

La política fiscal procíclica, entonces, prolonga los auges y las depresiones.

❖ *Política Fiscal con Regla de Presupuesto Equilibrado*

Esta política se expresa en una regla del gasto igual al total de los impuestos; es decir: $\mathrm{G} = \mathrm{T}$ o $\mathrm{G} = \mathrm{tY}$. El gasto varía en la misma dirección de la variación del producto o ingreso. Esta regla es, por lo tanto, igualmente procíclica.

Función Consumo: $\mathrm{C} = \mathrm{C}_0 + \mathrm{bY^d}$
Función Inversión: $\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 - \mathrm{hr}$
Regla del Presupuesto Equilibrado: $\mathrm{G} = \mathrm{T}$
Tributación $\mathrm{T} = \mathrm{tY}$
Exportaciones: $\mathrm{X} = \mathrm{X}_0$
Importaciones: $\mathrm{M} = \mathrm{mY^d}$
Gasto o Demanda Agregada: $\mathrm{DA} = \mathrm{C} + \mathrm{I} + \mathrm{G} + \mathrm{X} - \mathrm{M}$

$$DA = (C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr) + [(b - m)(1 - t) + t]Y$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m)(1 - t) - t}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0 - hr)$$

El parámetro "t" aparece aumentando tanto la pendiente de la función de DA como la magnitud del multiplicador.

4.4 El Modelo Ingreso-Gasto: la Curva IS

En el modelo Ingreso-Gasto el equilibrio entre el Ingreso y la DA representa el equilibrio en el mercado de bienes.

Función Consumo:	$C = C_0 + bY^d$
Función Inversión:	$I = I_0 - hr$
Gasto del Gobierno:	$G = G_0$
Tributación	$T = tY$
Exportaciones:	$X = X_0$
Importaciones:	$M = mY^d$
Gasto o Demanda Agregada:	$DA = C + I + G + X - M$
Condición de equilibrio:	$Y = C + I + G + X - M$

Haciendo reemplazos y algunas operaciones algebraicas en esta condición de equilibrio, se obtiene:

$$Y = \frac{1}{1-(b-m)(1-t)}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0) - \frac{h}{1-(b-m)(1-t)}r$$

O, lo que es lo mismo:

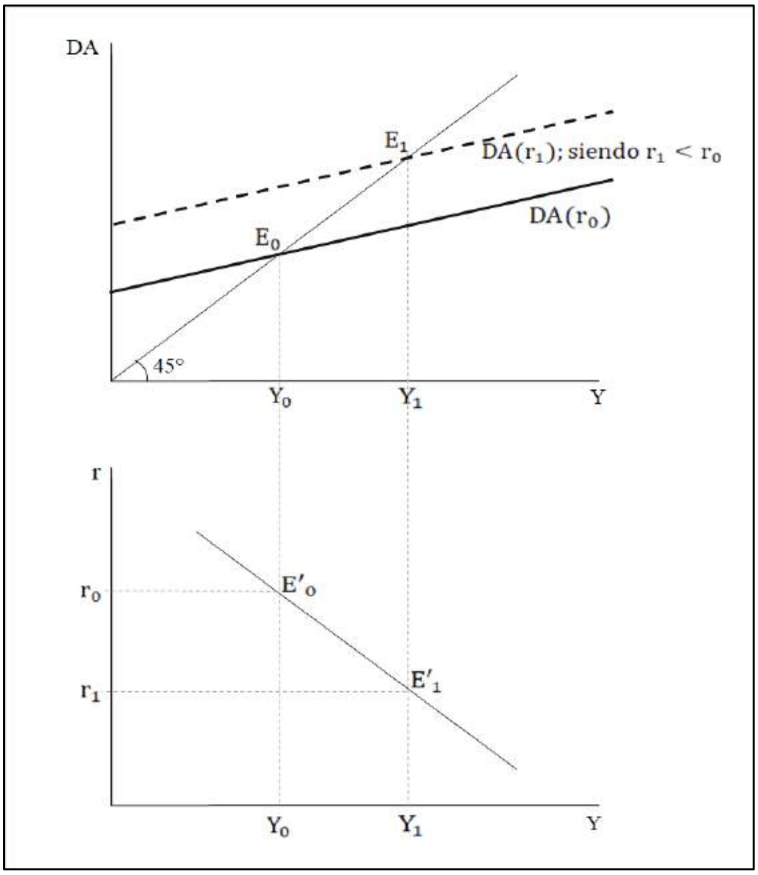
$$r = \frac{1}{h}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0) - \frac{1-(b-m)(1-t)}{h}Y$$

Esta ecuación indica que existen pares de valores ordenados de ingreso, Y, y de tasa de interés, r, que equilibran el mercado de bienes. Esta relación inversa se puede ilustrar gráficamente a partir del equilibrio $DA = Y$ en la recta de 45°.

Dado el ingreso de equilibrio "Y_0" que corresponde a una tasa de interés real igual a "r_0" (véase parte superior del gráfico), supongamos que se produce una reducción de la tasa de interés que ahora será igual a r_1; es decir: $r_0 > r_1$. Esta reducción de la tasa de interés eleva la magnitud del intercepto de la función de DA desplazándola hacia arriba dando lugar a un ingreso de equilibrio de mayor magnitud e igual a Y_1.

Las desigualdades $r_0 > r_1$ y $Y_0 < Y_1$ que corresponden a valores de la tasa de interés y del ingreso que equilibran el mercado de bienes, se pueden representar en el plano (Y, r) como una recta con pendiente negativa (véase parte inferior del gráfico) que pasa por lo puntos (Y_0, r_o) y (Y_1, r_1). Esta recta es conocida como la *Curva IS* que representa el equilibrio en el mercado de bienes.

Gráfico 4.12
Derivación de la curva IS a partir del equilibrio *Y=DA*



❖ *La Curva IS o el equilibrio Ahorro-Inversión*

El equilibrio entre el ingreso y la demanda agregada es equivalente al equilibrio entre el ahorro total y la inversión. En efecto, si se parte de condición de equilibrio $DA = Y$:

$$Y = C + I + G + X - M$$

haciendo las algunas operaciones se puede llegar al equilibrio Ahorro-Inversión. Restamos la tributación “T” de ambos miembros de la igualdad, para obtener la ecuación del ingreso disponible.

$$Y - T = C + I - T + G + X - M$$

$$Y^d = C + I - T + G + X - M$$

Esta igualdad se puede reescribir como sigue:

$$(Y^d - C) + (T - G) + (M - X) = I$$

El lado derecho constituye el ahorro total que es igual a la inversión. El ahorro total incluye el *Ahorro Privado*, el *Ahorro del Gobierno* y el *Ahorro Externo*.

$$S_p + S_g + S_e = I_0 - hr$$

$$S = I_0 - hr$$

Esta igualdad entre el ahorro y la inversión representa precisamente la curva IS:

$$S(Y) = I(r)$$

Haciendo reemplazos se obtiene que:

$$(Y^d - C_0 - bY^d) + (T - G_0) + (mY^d - X_0) = I_0 - hr$$

A partir de aquí, mediante algunas operaciones algebraicas, se obtiene la ecuación de la *Curva IS*.

$$[1 - (b - m)(1 - t)]Y - (C_0 + G_0 + X_0) = I_0 - hr$$

Haciendo algunas operaciones, la Curva IS puede expresarse con una ecuación donde la tasa de interés se encuentra en función del ingreso:

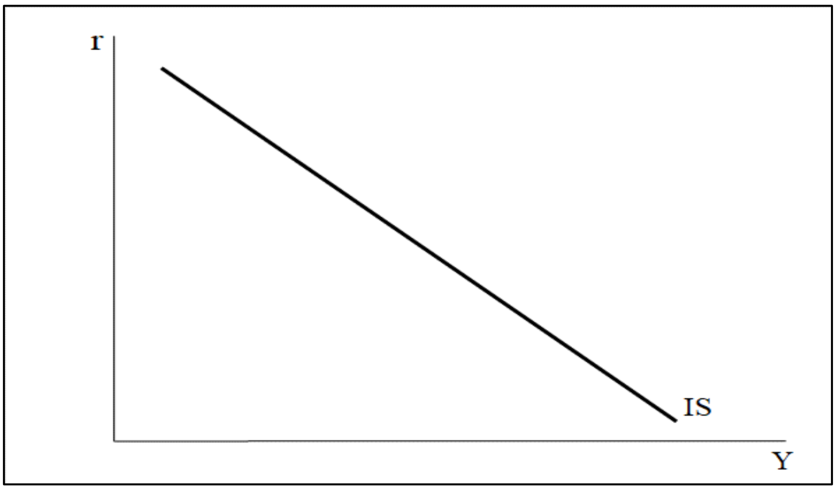
$$r = \frac{1}{h}(C_0 + I_0 + G_0 + X_0) - \frac{1 - (b - m)(1 - t)}{h} Y$$

Esta relación se puede expresar en forma breve, como:

$$r = \frac{\beta_0}{h} - \frac{\beta_1}{h} Y$$

Donde: $\beta_0 = C_0 + I_0 + G_0 + X_0$ y $\beta_1 = 1 - (b - m)(1 - t)$

Gráfico 4.13
La Curva IS de Equilibrio en el Mercado de Bienes



La pendiente de la *Curva IS* es mayor que cero y puede graficarse en el plano (Y,r) con una recta con pendiente negativa:

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = -\frac{\beta_1}{h} < 0$$

❖ *Derivación gráfica de la Curva IS a partir de las funciones de inversión y ahorro*

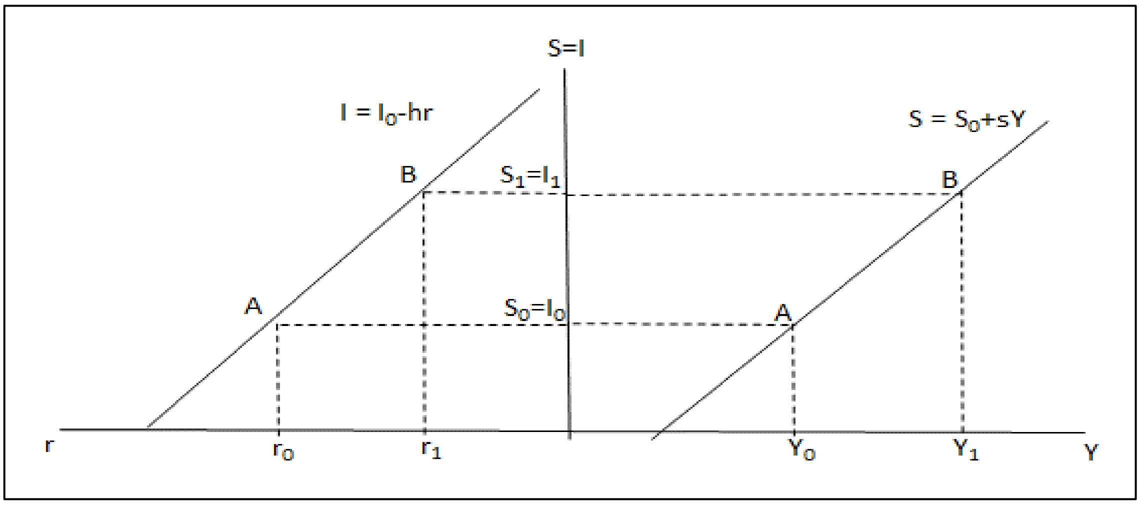
Se sabe que las funciones de ahorro total y de inversión, son:

Función de ahorro: $S = -(C_0 + G_0 + X_0) + [1 - (b - m)(1 - t)]Y$

Función Inversión: $I = I_0 - hr$

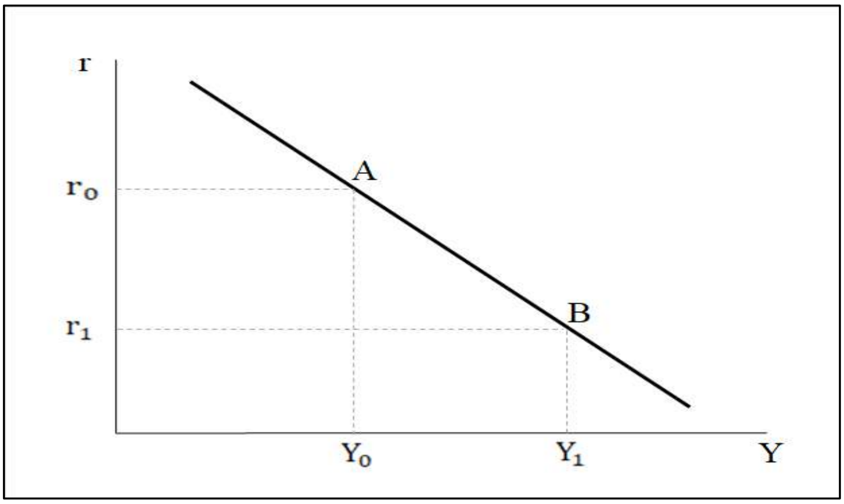
El Gráfico 4.14 contiene las funciones de ahorro y de inversión. En el eje vertical se representa la igualdad $S = I$. El equilibrio ocurre en los puntos A y B que corresponden a los pares ordenados (Y_0, r_0) y (Y_1, r_1). Hay, como se puede observar, una relación inversa entre la tasa de interés real y el ingreso. Tasas de interés más bajas corresponden a ingresos más altos.

Gráfico 4.14
Funciones de Ahorro e Inversión



Estos pares de puntos (Y_0, r_0) y (Y_1, r_1) se pueden graficar en el plano (Y, r) y la unión de estos puntos representa la *Curva IS* (véase Gráfico 4.15).

Gráfico 4.15

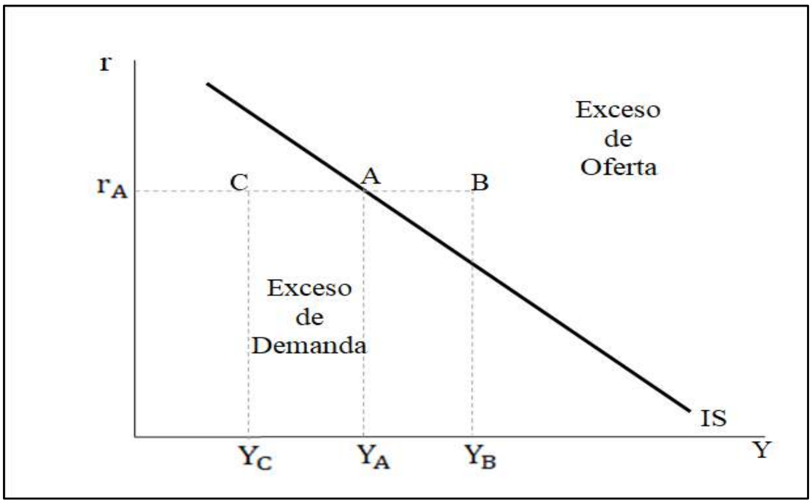


❖ *Desequilibrios en el mercado de bienes*

Todos los puntos de la Curva IS corresponden a pares ordenados (Y, r) que equilibran el mercado de bienes. En consecuencia, los puntos fuera de esta curva son de desequilibrio en el mercado. Es importante identificar el tipo de desequilibrio de mercado (exceso de oferta o exceso de demanda), a la derecha y a la izquierda de la curva IS.

El punto "A" del Gráfico 4.16, es de equilibrio: el par ordenado (Y_A, r_A) equilibra el ahorro con la inversión $I_A = S_A$. El punto "B", que se encuentra a la derecha de la IS corresponde al par ordenado (Y_B, r_A). Como se mantiene la tasa de interés, la inversión permanece constante, pero el ahorro es mayor que el que corresponde al punto "A" porque el ingreso en el punto "B" es más alto. En el punto "B", entonces, $I_A < S_B$; por lo tanto, a la derecha de la IS el desequilibrio del mercado de bienes es de exceso de oferta. El lector puede mostrar que a la izquierda de la curva IS el desequilibrio de mercado es de exceso de demanda.

Gráfico 4.16
Equilibrio y Desequilibrio en el Mercado de Bienes



❖ *Movimientos de la curva IS*

La expresión matemática de la *Curva IS* es:

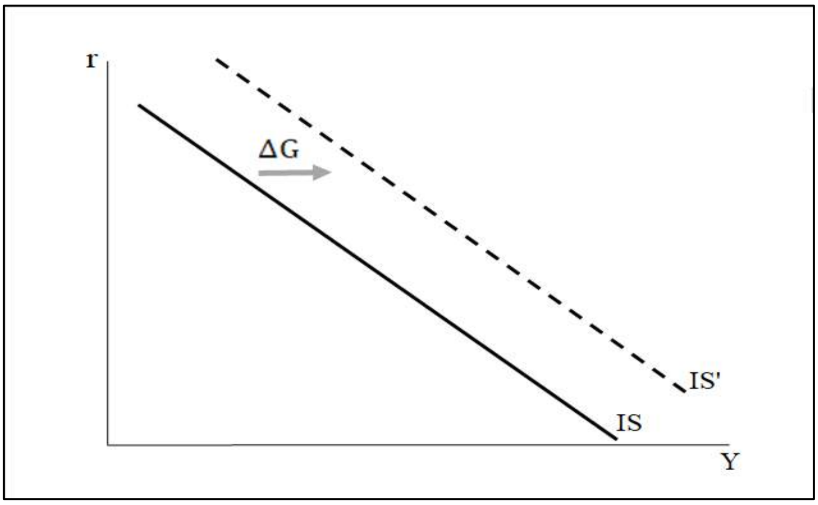
$$r = \frac{\beta_0}{h} - \frac{\beta_1}{h}Y$$

Donde: $\beta_0 = C_0 + I_0 + G_0 + X_0$ y $\beta_1 = 1 - (b - m)(1 - t)$

Supongamos, en primer lugar, que no hay cambios en los parámetros "b", "m", "t" y "h". Los cambios en el intercepto provocados por los cambios en los componentes autónomos de la demanda agregada (consumo autónomo, la confianza de los inversionistas, el gasto del gobierno y las exportaciones autónomas), son los que pueden dar lugar a desplazamientos *paralelos* de la curva IS, hacia a la derecha o hacia a la izquierda.

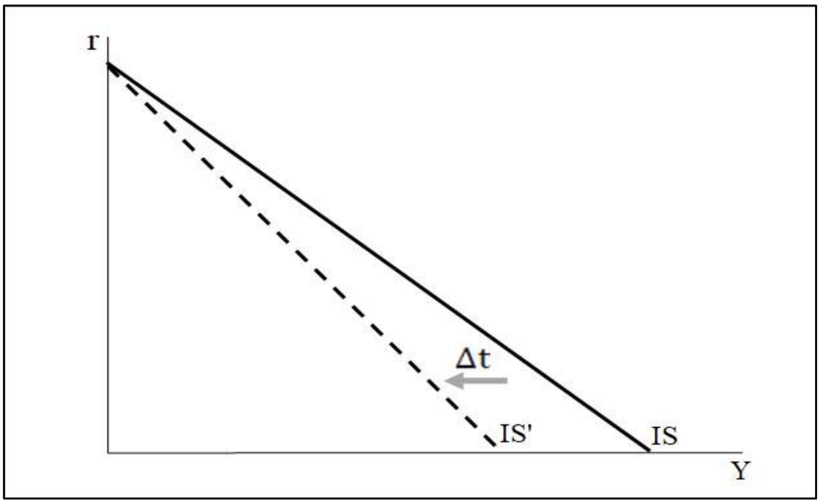
El incremento de cualquier gasto autónomo, aumenta la demanda agregada de bienes generando así un exceso de demanda que da lugar a un desplazamiento de la curva IS hacia la derecha, donde, como se ha mostrado anteriormente, hay exceso de oferta. Por ejemplo, si el gobierno aplica una política fiscal expansiva aumentado el gasto, G, la curva IS debe desplazarse hacia la derecha con una distancia equivalente a la magnitud de dicho gasto (véase Gráfico 4.17).

Gráfico 4.17
Efectos del aumento del Gasto del Gobierno



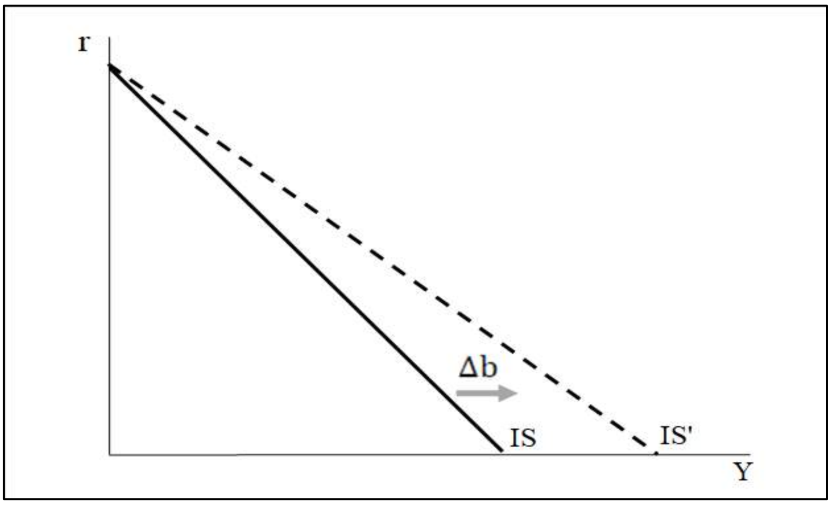
Finalmente, hay que mencionar que los cambios en los parámetros "*b*", "*m*" y "*t*" modifican la pendiente de la curva IS. Si se adopta una política fiscal restrictiva aumentando la tasa de tributación, la pendiente de la IS aumenta, provocando un movimiento en el sentido de las agujas del reloj (véase Gráfico 4.18). Recuérdese que un aumento de la tasa de tributación reduce tamaño del multiplicador y la pendiente de la demanda agregada. Se puede observar en el gráfico que, para una misma tasa de interés, el ingreso de equilibrio será menor.

Gráfico 4.18
Efectos de un aumento en la Tasa de Impuestos ($\Delta t > 0$)



Los cambios en la propensión marginal a importar "*m*", tienen efectos en la pendiente de la curva IS parecidos a los provocados por los cambios en la tasa de tributación "*t*": sus aumentos tienen efectos contractivos y sus disminuciones tienen efectos expansivos sobre el producto. Cuando aumenta (disminuye) "*m*", la pendiente de la curva IS se incrementa (reduce). Por el contrario, el aumento de la propensión marginal a consumir, "*b*", aumenta el tamaño del multiplicador, aumenta la pendiente de la DA y reduce la pendiente de la curva IS. Esta gira en sentido contrario a las agujas del reloj (véase Gráfico 4.19)

Gráfico 4.19
Efectos de un aumento en la PMgC ($\Delta b > 0$)



CAPÍTULO 5
MERCADO DE DINERO: LA DETERMINACIÓN DE LA TASA DE INTERÉS Y LA POLÍTICA MONETARIA

5.1 El Dinero: Definición, Oferta de Dinero y Base Monetaria

❖ *Concepto de Dinero*

El dinero es un activo financiero - o tipo de riqueza (*wealth*) - líquido, es decir, cuyo poder de compra de bienes y servicios puede realizarse en cualquier momento, porque es aceptado como medio de intercambio o de pago. De otro lado, el dinero compite, por ejemplo, con el bono (activo financiero no monetario) como medio de reserva de riqueza financiera.

El dinero desempeña las siguientes funciones importantes en la economía:

- *Unidad de cuenta y patrón de precios*: sirve como medida aceptada para expresar el precio de todas las mercancías, las magnitudes de las deudas, las cuentas nacionales, lo balances de las empresas y otras variables económicas de un país.
- *Medio de intercambio*: es un medio que facilita el intercambio de bienes y servicios.
- *Medio de Pago*: medio para cancelar deudas o sus servicios
- *Reserva de Valor*: medio para mantener riqueza

Para cumplir con estas funciones, el dinero debe tener las siguientes características:

- *Divisibilidad:* Debe ser fácilmente divisible para permitir las transacciones en montos grandes y pequeños.
- *Uniformidad u homogeneidad:* Para ser útil, el dinero debe ser estandarizado. Sus unidades deben ser de igual calidad y sin diferencias físicas entre sí.
- *Reconocimiento y aceptabilidad:* El dinero debe ser fácilmente reconocible o identificable. Si no fuera fácil de reconocer, las personas tendrían dificultad de diferenciarlo de sus versiones falsificadas.
- *Portabilidad:* El dinero debe ser fácilmente transferible y trasladable por las personas para realizar las transacciones.
- *Durabilidad:* El dinero debe tener duración física para no perder su valor.

Hay diferentes medidas del stock de dinero en una economía:

a) $H\ o\ M_s$: Dinero de alto poder o base monetaria (emisión primaria). Es el pasivo monetario del Banco Central; es decir, el total de billetes y monedas emitidos más depósitos del sistema financiero (encaje), y del sector privado en moneda nacional mantenidos en el BCR.

b) M_1: Dinero constituido por las monedas y billetes en poder del público (circulante) más cuentas de cheques o depósitos a la vista mantenidos en los bancos por el público y las empresas.

c) M_2: M_1 más depósitos de ahorro del sector privado en el sistema bancario.

d) M_3: M_2 más depósitos a largo plazo en moneda nacional, cédulas hipotecarias y otros valores en moneda nacional del sector privado en el sistema bancario.

e) M_4: totalidad de los medios de pago, incluyendo los depósitos en moneda extranjera. Representa la liquidez total del sistema bancario.

❖ *Oferta de Dinero y Base Monetaria*

La cantidad de dinero disponible en poder del sector privado no bancario es conocida como la Oferta Monetaria.

La oferta monetaria incluye el dinero líquido (billetes y monedas en circulación) y el dinero bancario. El agregado monetario definido como oferta de dinero en sentido estricto es la M_1. Este es el agregado monetario que aparece como variable exógena o instrumento de política, en los modelos macroeconómicos.

Por su parte, el *dinero bancario* es el que está constituido por los distintos depósitos que las familias y empresas no financieras realizan en los bancos comerciales. Estos depósitos pueden ser: a la vista, de ahorro y a plazo.

La parte del dinero bancario que está respaldado por dinero (billetes y monedas) se denomina reservas bancarias. Una proporción de los depósitos que las familias y empresas no bancarias realizan en los bancos comerciales, es mantenida en forma de reservas y la diferencia los bancos lo utilizan para realizar préstamos a otros clientes a cambio de un pago de intereses. Las reservas se mantienen en forma líquida y no se pueden disponer para realizar préstamos.

La Oferta monetaria (M) está entonces constituida por el efectivo (C) —billetes y monedas— en poder del sector privado no bancario, y los depósitos bancarios (D):

$$M = C + D$$

Las reservas bancarias se mantienen en forma líquida por las siguientes razones:

a. Es una exigencia legal que la autoridad monetaria o banco central hace que se cumpla. Es un porcentaje de los depósitos bancarios conocido como *encaje legal* que aparece como pasivo en la hoja de balance del Banco Central.

b. Permite a los bancos comerciales asegurar la liquidez de sus clientes. Ellos deben convertir un depósito bancario en dinero líquido en el momento que sus clientes lo deseen. Este es el *efectivo en caja de los bancos.*

La base monetaria es otro agregado que también se le conoce como dinero de alto poder. Es la base de la generación de todo el dinero de una economía; es decir, de la oferta monetaria. Son los billetes y monedas en poder de familias y empresas no financieras (C) y las que se mantienen en las cajas de los bancos en forma voluntaria (las reservas R) para asegurar la liquidez de sus clientes (R_b), más las que se mantienen obligatoriamente determinadas por el banco central correspondiente al coeficiente legal de encaje (R_c).

La base monetaria (H) queda definida entonces como:

$$H = C + R \text{ donde } R = R_b + R_c$$

- **El multiplicador bancario**

Como: $M = C + D$ y $H = C + R$, es claro que "M" es mayor que "H" porque "D" es mayor que "R". Por lo tanto, la ratio "M/H" debe ser mayor que la unidad:

$$\frac{M}{H} = \frac{C + D}{C + R}$$

De aquí obtenemos:

$$\frac{M}{H} = \frac{C/D + D/D}{C/D + R/D}$$

$$\mathrm{k} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{H}} = \frac{\mathrm{c}+1}{\mathrm{c}+\mathrm{e}}$$

El coeficiente “c” representa la relación Efectivo/Depósitos que el público desea mantener de acuerdo a sus ingresos; y, “e” es el coeficiente de reservas que en relación a los depósitos que la banca registra en su pasivo. A este se le conoce como encaje.

La relación “k” es conocida como el multiplicador monetario y expresa la capacidad de creación de dinero bancario por parte de los bancos comerciales:

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{c}+1}{\mathrm{c}+\mathrm{e}}\ \mathrm{H}$$

$$\mathrm{M} = \mathrm{kH}$$

Esto quiere decir que la oferta monetaria crece cuando aumenta “H” o cuando aumenta “k”. Si aumenta el coeficiente de efectivo (c) es porque las familias y empresas depositan menos dinero en la banca dado que prefieren más efectivo. Esto reduce la capacidad de prestar (y de crear dinero) por parte de los bancos. Si aumenta “e” es porque los bancos mantienen más dinero en forma de reservas sea porque aumenta el porcentaje de encaje legal o han decidido mantener más efectivo en sus bóvedas; por lo tanto, se reduce su capacidad de prestar dinero (y de crear dinero bancario) lo que implica una reducción de la oferta de monetaria. Lo contrario ocurrirá si disminuyen el coeficiente de efectivo o el coeficiente de reservas: aumentará la oferta monetaria.

Ejemplo de creación del dinero bancario

Supongamos que el multiplicador bancario es igual a la inversa de la tasa de encaje (el coeficiente efectivo es igual a cero). Si un agente deposita en un banco cualquiera la suma de S/. 1000 y la tasa de encaje es igual 10%, este banco destinará la suma de S/. 100 al encaje en el Banco Central y la diferencia (S/. 900) lo prestará. El agente que recibe los S/ 900 como préstamo lo depositará en otro banco cualquiera y este destinará como encaje S/. 90 y el resto lo prestará. El proceso de préstamos y depósitos continuará, generando un proceso multiplicador de los depósitos, como el siguiente:

$$\text{Suma total de depósitos} = 1000\ [1 + (1 - 0.10) + (1 - 0.10)^2 + (1 - 0.10)^3 + \cdots)$$

$$\text{Suma total de depósitos} = 1000\ [1 + (0.90) + (0.90)^2 + (0.90)^3 + \cdots)$$

$$\text{Suma total de depósitos} = 1000\ \left(\frac{1}{1-0.9}\right) = 1000\left(\frac{1}{0.10}\right) = 10\ 000$$

El total de nuevos depósitos en el sistema bancario sería de S/. 10 000

Estos nuevos depósitos se han creado con el multiplicador bancario que, dado el encaje de 10%, es igual a 10.

$$\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{H}} = \mathrm{k} = \frac{1\ 0000}{1000} = 10$$

❖ *Política monetaria e instrumentos de la política monetaria*

El Banco Central es la autoridad monetaria y cabeza del sistema bancario. Como tal tiene la capacidad de controlar o gestionar la oferta monetaria; es decir, de hacer política monetaria expansiva o contractiva mediante el uso de determinados instrumentos, por ejemplo, la oferta de dinero.

Se dice que la política monetaria es expansiva cuando el Banco Central incrementa la oferta de dinero con el propósito de reducir la tasa de interés y, con ello, aumentar la demanda agregada. Se supone que algunos componentes de la demanda agregada dependen de la tasa de interés, como la inversión y las exportaciones netas de importaciones. El aumento de la demanda agregada tiene un efecto expansivo sobre el nivel de producción y empleo. La política monetaria es, entonces expansiva, si con el aumento de la oferta monetaria se reduce la tasa de interés.

La política monetaria será contractiva en caso contrario. Disminuye la oferta de dinero y con ello aumenta la tasa de interés. Es contractiva porque contrae la demanda agregada: al aumentar la tasa de interés se reducen las inversiones y las exportaciones netas de importaciones. La consecuente reducción de la demanda agregada tiene un efecto contractivo sobre el nivel de producción y empleo.

Hay tres posibles instrumentos de política monetaria:

1) *La Oferta Monetaria como instrumento de política*

En la explicación anterior se está suponiendo que la tasa de interés es una variable endógena, mientras la oferta monetaria es una variable exógena.

El primer instrumento de política monetaria que utiliza el Banco Central para aumentar o disminuir la oferta monetaria, es la *Operación de Mercado Abierto.* El Banco Central hace estas operaciones mediante la compra o venta de activos financieros o bonos a los bancos comerciales.

- **Política Monetaria Expansiva:**

Esta se realiza mediante la compra de bonos del mercado. Con la operación de compra de bonos, el Banco Central inyecta dinero (soles) a la economía. ¿Cómo se registra el aumento de la oferta monetaria?

En el balance del Banco Central se registra un incremento de sus activos. Esto origina un incremento de los depósitos de los bancos comerciales en el Banco Central. Recuérdese que los bancos comerciales están obligados a mantener una parte de sus depósitos en forma de reservas bancarias. Esta operación, entonces aumenta la base monetaria y en consecuencia la oferta monetaria (Véase, Jiménez, 2006),

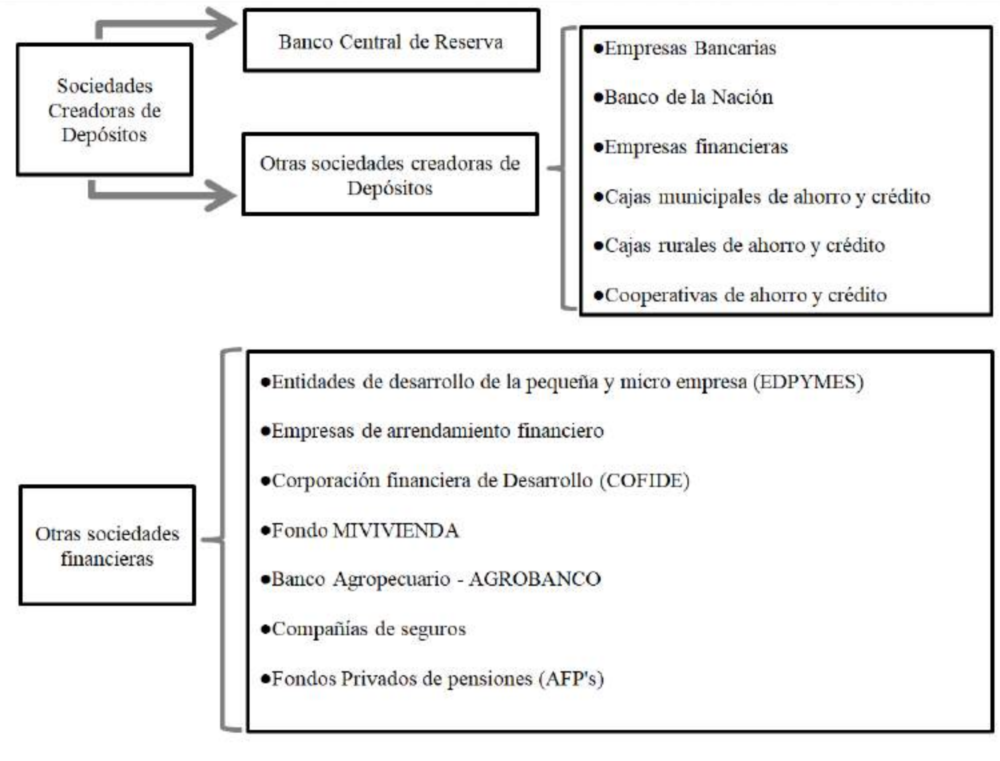
Sistema financiero peruano

El sistema financiero del Perú está constituido por el sistema bancario, el sistema no bancario y el mercado de valores o de capitales. Tiene dos funciones: es creador de medios de pago y es oferente de fondos prestables a la economía. La canalización del ahorro financiero hacia las actividades productivas se puede realizar directamente a través del mercado de capitales (donde los demandantes y ofertantes de recursos negocian directamente) o indirectamente a través de los intermediarios financieros.

El mercado de valores, donde la intermediación directa, está conformado por el mercado primario y el mercado secundario (bursátil si las operaciones se hacen través del mercado organizado de la bolsa de valores y extrabursátil si las operaciones se hacen por fuera de la bolsa de valores.

Finalmente, la intermediación indirecta se realiza a través de: a) las sociedades creadoras de depósito y b) las otras sociedades financieras.

Gráfico 5.1
Los intermediarios financieros del Sistema financiero peruano



Fuente: BCRP, Guía Metodológica de la Nota Semanal (junio 2019)

- **Política Monetaria Contractiva:**

Esta se realiza mediante la venta de bonos al mercado (bancos comerciales). Con la operación de venta de bonos, el Banco Central retira dinero (soles) de la economía. ¿Cómo se registra la disminución de la oferta monetaria?

En el balance del Banco Central se registra una disminución de los depósitos de los bancos comerciales (disminuye el rubro de reservas legales en el pasivo del Banco Central), con lo cual se reduce base monetaria y por tanto la oferta monetaria (véase Jiménez, 2006)

2) *El coeficiente legal de encaje como instrumento de política*

Aparte de las operaciones de mercado abierto, el banco central dispone como segundo instrumento el *coeficiente legal de encaje*.

- **Política Monetaria Expansiva:**

El Banco Central puede incrementar la cantidad de dinero que tienen los bancos para realizar préstamos mediante la disminución de la tasa de encaje, porque ello implica que los bancos comerciales deben tener menos dinero en forma de reservas en el balance del Banco Central. En otras palabras, la disminución de la tasa de encaje aumenta la posibilidad de creación de dinero bancario porque aumenta el multiplicador de dinero bancario; y, este aumento del dinero bancario implica un aumento de la oferta monetaria.

- **Política Monetaria Contractiva:**

Cuando el Banco Central aumenta el coeficiente de encaje, los bancos comerciales deben tener una mayor proporción de depósitos en forma de reservas, lo que reduce el multiplicador bancario y, por tanto, origina una disminución de la oferta monetaria.

3) *La tasa de interés como instrumento de política*

Desde los años 1990 los Bancos Centrales optaron por un nuevo esquema de política monetaria. La tasa de interés se convirtió en instrumento de política y la oferta monetaria pasó a ser una variable endógena. La tasa de política es la *tasa de interés de referencia de la política monetaria.*

- **Política Monetaria Expansiva.**

El Banco Central hace política monetaria expansiva reduciendo su tasa de interés de referencia. De este modo aumenta la cantidad de dinero prestada a los bancos comerciales lo que aumenta la base monetaria y con ello la oferta monetaria.

- **Política Monetaria Contractiva.**

El Banco Central hace política monetaria contractiva aumentando su tasa de interés de referencia. De este modo disminuye la cantidad de dinero prestada (el crédito) a los bancos comerciales, lo que reduce la base monetaria y con ello la oferta monetaria.

❖ *Función de Oferta Real de Dinero*

En lo que sigue se va suponer que la oferta nominal de dinero (M^s) es una variable exógena e instrumento de política monetaria. Para expresarla en términos reales o a precios constantes, la oferta nominal de dinero se divide entre en nivel general de precios de la economía, (P).

$$\frac{\mathrm{M}^s}{\mathrm{P}} = \frac{\mathrm{M}_0^s}{\mathrm{P}}$$

Se supone que el nivel de precios está dado, para todo el análisis de corto plazo.

5.2 Las Funciones del Dinero y la Demanda de Dinero

En general, la gente demanda dinero, como demanda cualquier otro bien o servicio, porque desea mantener cierto monto de riqueza líquida. No tener dinero el bolsillo hace la vida en sociedad difícil e implica costos; por ejemplo, hay que ir al banco a retirar liquidez. Sin embargo, no se puede tener mucho dinero en el bolsillo y por mucho tiempo, porque se pierde intereses que pueden ganarse al mantenerlo en los bancos o invertirlo en algún activo.

Hay varios motivos por lo que las familias y empresas demandan dinero y estos motivos están relacionados directamente con sus funciones. Estos son:

El motivo Transacción. Se demanda dinero por su función de medio de intercambio, para realizar transacciones. La magnitud de las transacciones de bienes y servicios está en relación directa con el ingreso o producto de la economía. Por esta razón, la demanda de dinero por el motivo transacción depende directamente del Ingreso (Y).

El motivo Precaución. Las familias y empresas se endeudan y deben amortizarlas y pagar sus servicios de intereses en plazos determinados. Por lo tanto, se demanda dinero por el motivo precaución para honrar estos servicios de la deuda. Como los que se endeudan deben tener capacidad de pago y esta capacidad depende de sus ingresos, a nivel macroeconómico la demanda de dinero por el motivo precaución también depende positivamente del ingreso (Y).

La demanda de dinero por los motivos *transacción* y *precaución*, será:

$$L_1 = kY$$

El motivo Especulación. El activo financiero dinero compite con el activo financiero no monetario bono en la función de reserva de valor. Se preferirá mantener liquidez en forma de dinero y no en forma de bonos cuando la tasa de interés o rendimiento de mercado de los bonos se reduce y lo contrario si aumenta. Por lo tanto, esta demanda de dinero dependerá negativa o inversamente de la tasa de interés de los bonos.

$$L_2 = -ji$$

❖ *Función de Demanda Real de Dinero*

Si asumimos que ambos tipos de demanda están en términos reales, la función de demanda real de dinero será:

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = kY - ji$$

La magnitud del parámetro "*k*" indica la sensibilidad de la demanda de dinero ante variaciones del ingreso "*Y*", y la del parámetro "*j*" indica cuán sensible es la demanda de dinero ante las variaciones de la tasa de interés nominal de los bonos, "*i*".

5.3 El mercado de dinero

El equilibrio en el Mercado de Dinero o Monetario que se representa mediante la igualdad entre la oferta y la demanda, se puede graficar en el plano (M^s, i), bajo el supuesto de un nivel de ingreso "*Y*" dado. Estamos suponiendo que el activo financiero dinero no paga intereses.

La demanda de dinero se grafica bajo el supuesto de un nivel de ingreso "*Y*" dado. Si este nivel de ingreso aumenta, la demanda de dinero aumenta; por lo tanto, la curva de demanda se desplaza hacia arriba. Lo contrario ocurre si disminuye el ingreso. Estos movimientos alteran la tasa de interés que equilibra el mercado monetario.

De otro lado, los cambios en la oferta nominal de dinero también producen cambios en la tasa de interés que equilibra el mercado monetario. El desequilibrio de exceso de oferta en el mercado monetario da lugar a una disminución de la tasa de interés que aumenta la demanda de dinero para restablecer el equilibrio en el mercado monetario.

La ecuación que representa el equilibrio en el mercado de dinero, es:

$$\frac{M^s}{P} = kY - ji$$

En términos nominales la ecuación de equilibrio es igual a:

$$M^s = P(kY - ji)$$

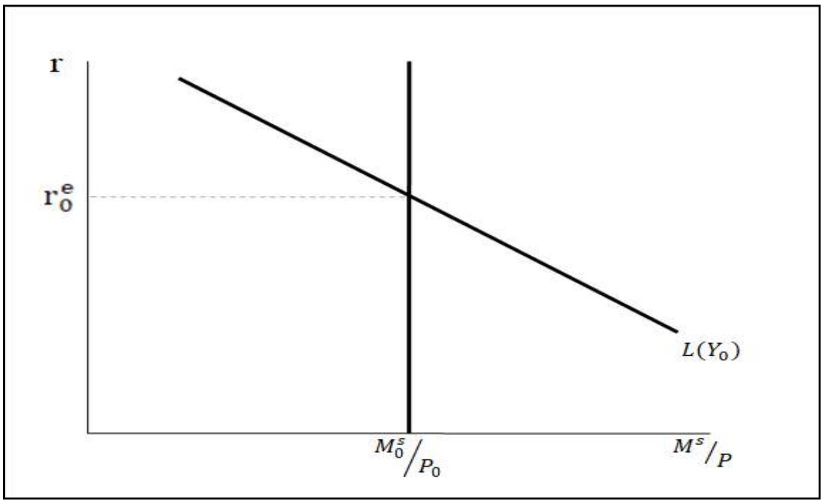
Cuando los precios son altos, la demanda de dinero también es alta debido a que las familias y empresas necesitan más dinero para realizar sus transacciones.

- *La relación entre las tasas de interés nominal y real*

El corto plazo está caracterizado por el supuesto de un nivel de precios fijo y exógeno. Por lo tanto, puede suponerse que la inflación esperada es igual a cero, lo implica que no hay diferencia entre la tasa de interés nominal y real, es decir, que son aproximadamente iguales: $i \approx r$

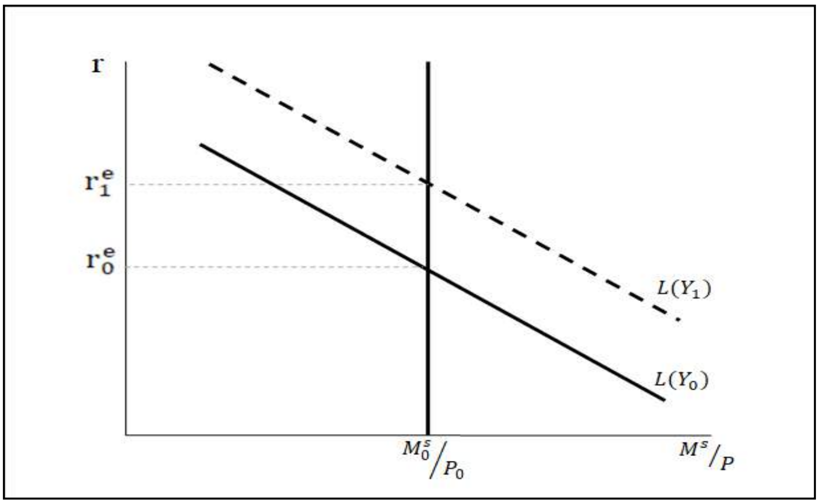
El Gráfico 5.2 ilustra la situación de equilibrio en el mercado monetario.

Gráfico 5.2
Equilibrio en el mercado de Dinero



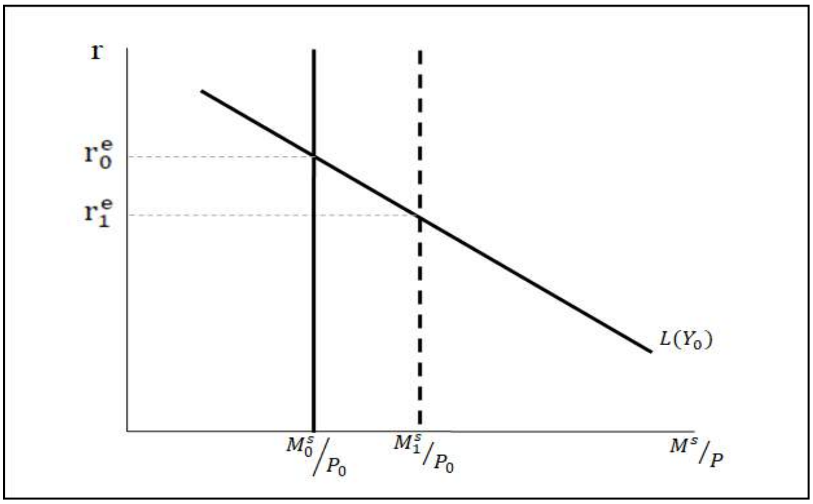
Cuando aumenta el ingreso "*Y*", la demanda de dinero también aumenta. Si el mercado estaba en equilibrio, este aumento del ingreso genera un exceso de demanda en el mercado. El equilibrio debe restablecerse con un incremento de la tasa de interés. La curva de demanda de dinero se desplaza hacia arriba. Véase el Gráfico 5.3.

Gráfico 5.3
Efecto de un aumento en el Ingreso en el Mercado Dinero



También se puede ilustrar lo que ocurre cuando aumenta la oferta monetaria. El exceso de oferta que se produce en el mercado debe dar lugar a una disminución de la tasa de interés para que aumenta la demanda y se restablezca el equilibrio en el mercado. Al aumentar la *cantidad de dinero aumenta de* M_0^s *a* M_1^s*, la recta de la oferta real de dinero se* desplaza hacia la derecha. Recuérdese que los precios y el ingreso, están fijos. Con este desplazamiento, dada la función de demanda, la tasa de interés de equilibrio disminuye de r_0^e a r_1^e.

Gráfico 5.4
Efecto de un incremento de la oferta en el Mercado de Dinero



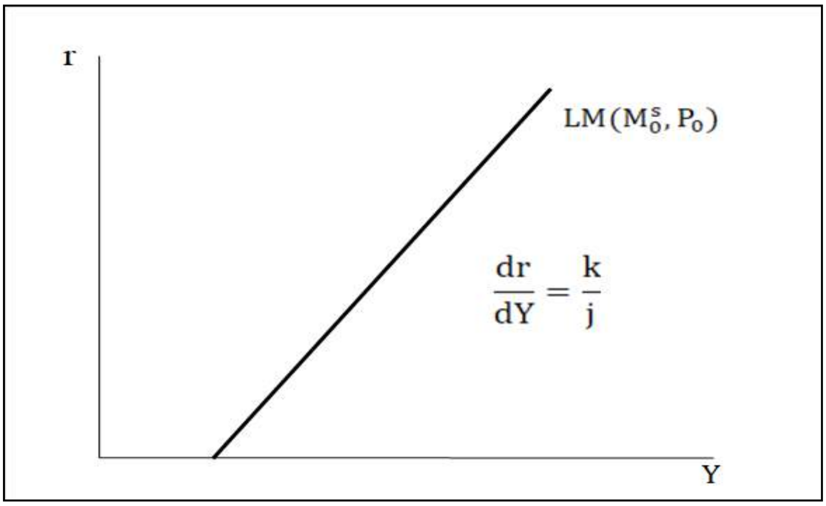
5.4 La Curva LM de equilibrio en el Mercado de Dinero

La tasa de interés que equilibra el mercado monetario será igual a:

$$r = -\frac{1}{j}\frac{M_0^s}{P_0} + \frac{k}{j}Y$$

Esta es una función de una curva con pendiente positiva, $\frac{\partial r}{\partial Y} = \frac{k}{j}$. Puede graficarse en el plano (Y, r). La curva representa un *locus* de puntos (Y, r) que equilibran el mercado monetario. A esta curva se le conoce con el nombre de LM. Si el ingreso aumenta, entonces la demanda de dinero también aumentará dando lugar a un exceso de demanda en el mercado de dinero debido a que la oferta está fija. Para restablecer el equilibrio entre la oferta y la demanda, la tasa de interés tiene que aumentar, con lo cual se reduce la demanda y consecuentemente se elimina dicho exceso.

Gráfico 5.5
La curva LM de equilibrio en el Mercado de Dinero



Cambios en la oferta nominal de dinero provocan desplazamientos paralelos de la curva LM. También producen desplazamientos paralelos los cambios en el nivel de precios, que aquí hemos supuesto exógeno y fijo. Mientras que cambios en "*r*" y "*Y*" generan movimientos a lo largo de la curva LM.

Nótese que el intercepto de la curva LM (cuando *Y=0*) es:

$$r = -\frac{1}{j}\frac{M_0^s}{P_0}$$

De otro lado, el empinamiento de la curva LM depende de los valores de los parámetros "*k*" y "*j*". Esta curva será más empinada si el parámetro "*k*" es grande o si el parámetro "*j*" es pequeño.

Con una magnitud de "*k*" elevada, un aumento del ingreso requiere de un gran aumento de la tasa de interés para que el mercado monetario se equilibre. Análogamente, con una magnitud de "*j*" pequeña o cercana a cero, un aumento de la demanda de dinero provocada por un aumento del ingreso debe dar lugar a un significativo incremento de la tasa de interés para restaurar el equilibrio.

Como la tasa de interés y el ingreso no pueden ser negativos, la curva LM no puede traspasar el eje de la abscisa.

Si la tasa de interés es cero, es decir, cuando la demanda de dinero es insensible a la tasa de interés, entonces la LM será vertical e igual:

$$Y = \frac{1}{k}\frac{M_0^s}{P_0}$$

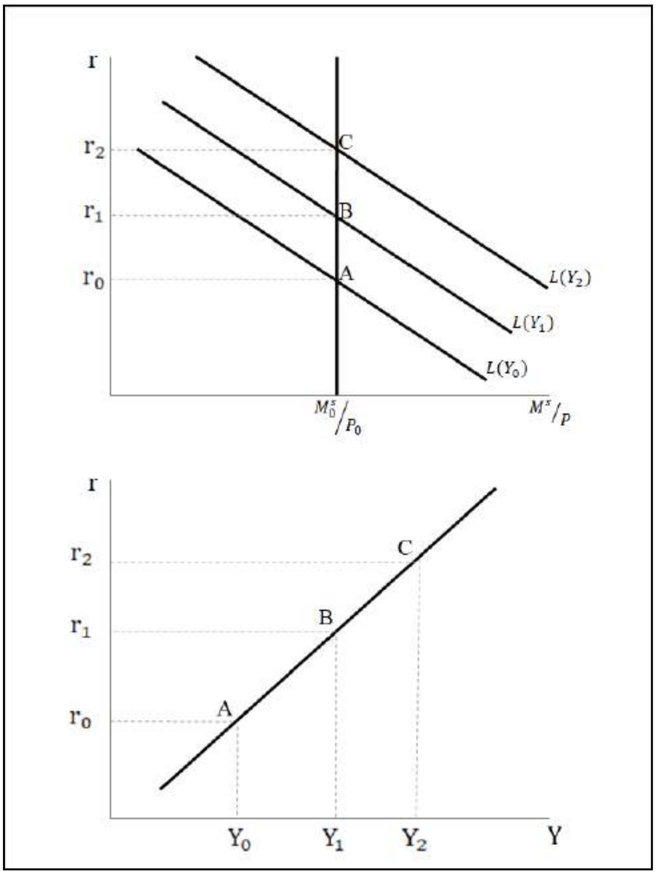
❖ *La derivación gráfica de la Curva LM*

Partiendo de los equilibrios en el mercado monetario correspondientes a distintos valores de ingreso en el plano (M^s, r), se puede obtener gráficamente la curva LM en el plano (Y, r) uniendo los puntos de ingreso y tasa de interés que equilibran el mercado monetario. Como puede observarse en la parte (a) del Gráfico 5.6, los pares de valores de ingreso y tasa de interés que equilibran el mercado monetario son: A=(Y_0, r_0), B=(Y_1, r_1) y C=(Y_2, r_2). Nótese que cuando el ingreso aumenta la tasa de interés también aumenta; por lo tanto, hay una relación positiva o directa entre estas variables.

Estos puntos se pueden identificar en el plano (Y, r) como puede verse en la parte inferior del Gráfico 5.6. Al unir los puntos A, B y C, se obtiene la curva LM con pendiente positiva. En otras palabras, los puntos correspondientes a estos pares de valores en el plano (Y, r) constituyen la curva denominada LM: cuando aumenta el ingreso “Y”, aumenta la demanda de dinero; y, como la oferta está fija, para restaurar el equilibrio en el mercado debe subir la tasa de interés, “r”.

Gráfico 5.6

Derivación de la curva LM de equilibrio del Mercado de Dinero

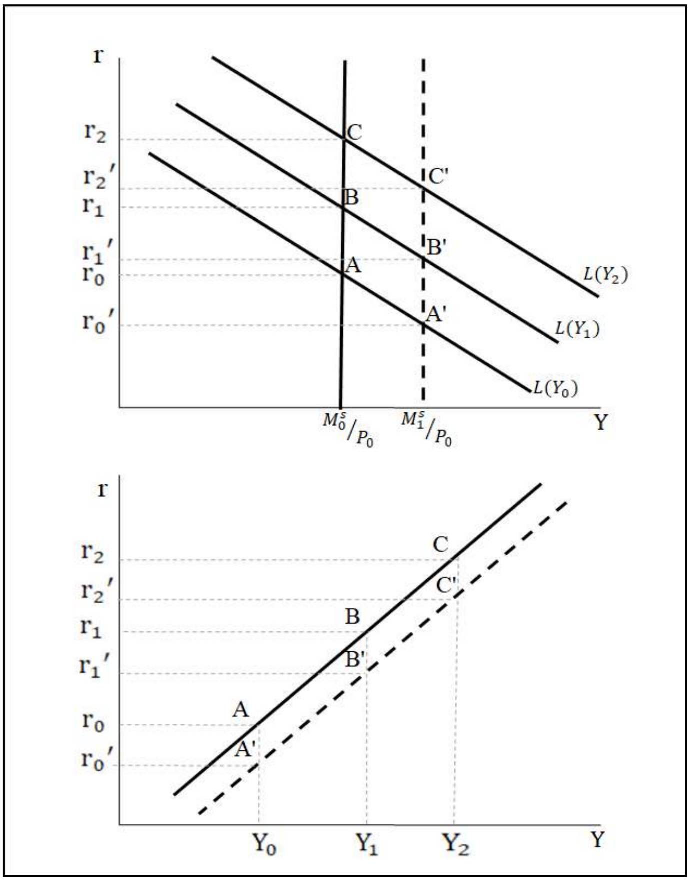


❖ *Los efectos sobre la curva LM de un cambio en la oferta monetaria para distintos tipos de ingreso dados: ilustración gráfica*

Cambios en la oferta nominal de dinero también producen cambios en la tasa de interés para equilibrar el mercado monetario; por lo tanto, también afecta la posición de la curva LM.

Por ejemplo, si el Banco Central hace política monetaria expansiva con un aumento de la cantidad de dinero, la curva LM se desplaza hacia la derecha. Lo contrario ocurrirá cuando la política monetaria es restrictiva. (El aumento de la cantidad de dinero es expansivo, porque hace bajar la tasa de interés para que aumente la demanda de dinero y se elimine el exceso de oferta en el mercado. Como veremos más adelante, la tasa de interés más baja estimula inversión y, por lo tanto, la demanda agregada y el producto).

Gráfico 5.7
Efecto de un aumento de la cantidad de dinero en la curva LM

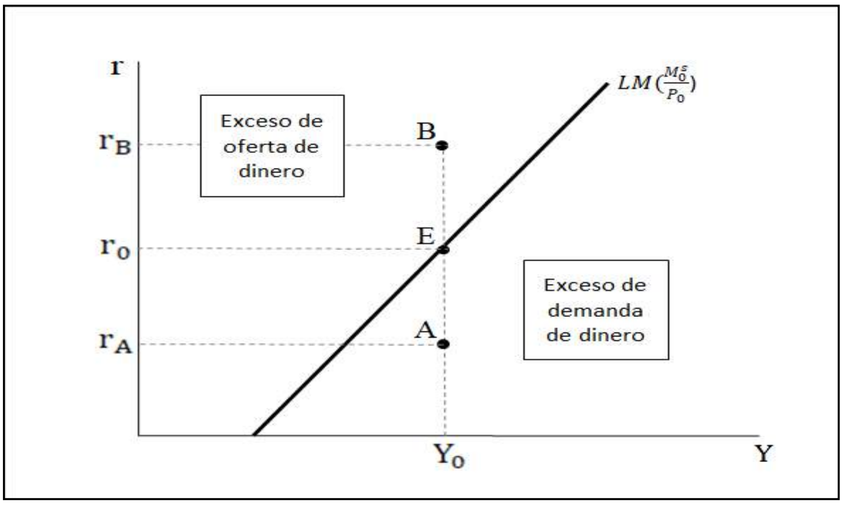


En la parte superior del Gráfico 5.7 se aprecia que el aumento de la oferta monetaria provoca disminuciones de la tasa de interés para los diferentes tipos de ingreso dados, supuestos anteriormente. En otras palabras, para un mismo nivel de ingreso, cuando aumenta la oferta de dinero, la tasa de interés debe bajar para que se restaure el equilibrio en el mercado monetario. Los nuevos puntos de equilibrio son: A'= ($\mathbf{Y_0}, \mathbf{r_0'}$), B'= ($\mathbf{Y_1}, \mathbf{r_1'}$) y C'= ($\mathbf{Y_2}, \mathbf{r_2'}$). Las nuevas tasas de interés son menores que las anteriores: $\mathbf{r_0'} < \mathbf{r_0},\ \mathbf{r_1'} < \mathbf{r_1},\ \mathbf{r_2'} < \mathbf{r_2}$.

❖ *La curva LM y los desequilibrios en el mercado de dinero*

La curva LM es un locus de puntos (Y, r) que equilibran el mercado monetario. Esto implica que todos aquellos puntos que no se encuentran a lo largo de esta curva, son puntos de desequilibrio en el mercado. Es importante saber qué tipo de desequilibro hay a la derecha e izquierda de esta curva, para saber la dirección de sus desplazamientos cuando, en el análisis de estática comparativa, cambian los valores de las variables exógenas, sobre todo los instrumentos de política.

Gráfico 5.8
Equilibrio y desequilibrio en el Mercado de Dinero



En el Gráfico 5.8 se puede observar los siguientes tres puntos: E=($\boldsymbol{Y_0}, \boldsymbol{r_0}$), A=($\boldsymbol{Y_0}, \boldsymbol{r_A}$) y B=($\boldsymbol{Y_0}, \boldsymbol{r_B}$). El primero es de equilibrio en el mercado porque está en la misma curva LM. Los siguientes dos puntos que están fuera de la curva LM, se diferencian del anterior solo porque tienen distintas tasas de interés y por lo tanto son puntos de desequilibrio. El punto A que tiene una tasa de interés menor que la de equilibrio corresponde a una demanda de dinero mayor que la de equilibrio. Por lo tanto, el punto A representa un desequilibrio caracterizado por un exceso de demanda. La oferta de dinero está fija en este análisis. En general, entonces, en el lado derecho de la curva LM el desequilibrio es de exceso de demanda.

Lo contrario ocurre al lado izquierdo de la curva LM donde se encuentra el punto B. En este el ingreso es el mismo, pero la tasa de interés es mayor que la que equilibra el mercado. En consecuencia, la demanda es menor que la oferta de dinero, hay exceso de oferta de dinero. Por consiguiente, en el lado izquierdo de la curva LM el desequilibrio es de exceso de oferta.

La identificación de estos subespacios de desequilibrio es importante para saber hacia dónde se desplaza la curva LM, cuando, por ejemplo, hay cambios en la oferta de dinero. Al aumentar la oferta de dinero se genera un exceso de oferta en el mercado, por lo tanto, la curva LM se debe desplazar hacia la derecha porque en este subespacio hay exceso de demanda

CAPÍTULO 6
EL MODELO MACROECONÓMICO IS-LM

6.1 Modelo Macroeconómico IS-LM

El modelo IS-LM es un modelo de corto plazo de determinación del producto y de la tasa de interés. Involucra dos mercados: el de bienes y el de dinero, pero en realidad es un modelo que contiene implícitamente el mercado de bonos. No se considera este mercado, por la *Ley de Walras*: si de *n* mercados, hay *n-1* mercados en equilibrio, el enésimo mercado también estará en equilibrio. Tanto la IS como la LM son locus de puntos de equilibrio.

La curva IS muestra los pares de niveles de ingreso y tasas de interés para los cuales el *mercado de bienes* se encuentra en equilibrio. Puede tener pendiente negativa o positiva. Si la inversión sólo depende de la tasa de interés, su pendiente será negativa. Si además depende del ingreso, puede tener pendiente positiva.

Por su parte, la curva LM muestra los pares de ingreso y de tasa de interés para los cuales el *mercado del dinero* está en equilibrio. Se considera que cuanto mayor es el nivel de producción e ingreso, mayor es la demanda de dinero; y cuanto mayor es la demanda de dinero, mayor tiende a ser el tipo de interés. De ahí que la LM tenga una pendiente positiva. La oferta monetaria está dada.

El modelo IS-LM muestra cómo se determinan los valores de ingreso y de tasa de interés que equilibran simultáneamente ambos mercados. Asimismo, este modelo permite analizar los cambios en el equilibrio simultáneo cuando se producen shocks de política fiscal o monetaria.

❖ *El equilibrio en el modelo IS-LM*

La función que representa la Curva IS (véase Capítulo 4) es:

$$\mathbf{r} = \frac{\boldsymbol{\beta}_0}{\mathbf{h}} - \frac{\boldsymbol{\beta}_1}{\mathbf{h}}\mathbf{Y}$$

Donde: $\boldsymbol{\beta}_0 = \mathbf{C}_0 + \mathbf{I}_0 + \mathbf{G}_0 + \mathbf{X}_0$ y $\boldsymbol{\beta}_1 = \mathbf{1} - (\mathbf{b} - \mathbf{m})(\mathbf{1} - \mathbf{t})$.

De otro lado, la función que representa la Curva LM (véase Capítulo 5) es:

$$\boldsymbol{r = -\frac{1}{j}\frac{M_0^s}{P_0} + \frac{k}{j}Y}$$

Son dos ecuaciones simultáneas. Todos los parámetros son positivos. La propensión marginal a consumir está entre cero y uno: $\boldsymbol{0 < b < 1}$.

Resolviendo por cualquiera de los tres métodos (reducción, igualación o sustitución), se obtiene los valores del ingreso y de la tasa de interés que equilibran ambos mercados.

$$\boldsymbol{r^e = \frac{k\beta_0}{kh + j\beta_1} - \left(\frac{\beta_1}{kh + j\beta_1}\right)\frac{M_0^s}{P_0}}$$

$$\boldsymbol{Y^e = \frac{j\beta_0}{kh + j\beta_1} + \left(\frac{h}{kh + j\beta_1}\right)\frac{M_0^s}{P_0}}$$

Para graficar las curvas IS y LM en el plano (Y, r), antes se debe verificar si tienen una pendiente menor o mayor que cero.

La pendiente de la curva IS es negativa:

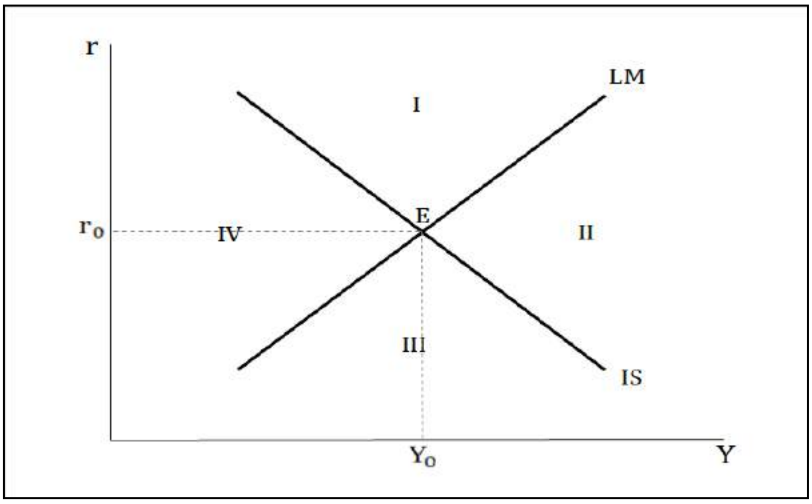
$$\boldsymbol{\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = -\frac{[1 - (b - m)(1 - t)]}{h} < 0}$$

Mientras que la pendiente de la LM, es positiva:

$$\boldsymbol{\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = \frac{k}{j} > 0}$$

En el Gráfico 6.1 se observa que el equilibrio simultáneo en ambos mercados ocurre en la intersección de las curvas IS y LM. Este punto de intersección es E=($\boldsymbol{Y_0, r_0}$). En los sub-espacios I, II, III y IV, ambos mercados están en desequilibrio. Por ejemplo, en el subespacio II hay exceso de demanda en el mercado de dinero y exceso de oferta en el mercado de bienes; en el subespacio III, los desequilibrios son de exceso de demanda en el mercado de dinero y exceso de demanda en el mercado de bienes.

Gráfico 6.1
Equilibrio simultáneo en los mercados de bienes y de dinero



6.2 Equilibrio en el modelo IS-LM: Solución mediante el uso de matrices

Las ecuaciones de las curvas IS y LM, en términos de excesos de demanda, son:

IS: $$[(b-m)(1-t)-1]Y - rh + \beta_0 = 0$$

LM: $$kY - rj - \frac{M_0^S}{P_0} = 0$$

Ordenando matricialmente:

$$\begin{bmatrix} -[\mathbf{1}-(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{m})(\mathbf{1}-\boldsymbol{t})] & -\boldsymbol{h} \\ \boldsymbol{k} & -\boldsymbol{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\beta}_0 \\ \dfrac{\boldsymbol{M}_0^S}{\boldsymbol{P}_0} \end{bmatrix}$$

La matriz relevante para el análisis de estabilidad de este modelo es:

$$\begin{bmatrix} -[\mathbf{1}-(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{m})(\mathbf{1}-\boldsymbol{t})] & -\boldsymbol{h} \\ \boldsymbol{k} & -\boldsymbol{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\beta}_1 & -\boldsymbol{h} \\ \boldsymbol{k} & -\boldsymbol{j} \end{bmatrix}$$

El sistema adopta, entonces, la forma que sigue:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_0 \\ \dfrac{M_0^s}{P_0} \end{bmatrix}$$

Despejando el vector de las variables endógenas, se encuentra la solución del modelo.

$$\begin{bmatrix} Y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\beta_0 \\ \dfrac{M_0^s}{P_0} \end{bmatrix}$$

La matriz inversa es igual a:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{j\beta_1 + hk} \begin{bmatrix} -j & h \\ -k & -\beta_1 \end{bmatrix}$$

Repaso de matemáticas
El cálculo de la inversa de una matriz

Si A es una matriz cuadrada de orden "n", su inversa será tal que $A^{-1}A = AA^{-1} = I$, donde I es la matriz identidad de orden "n". La condición para que la matriz A sea invertible es que sus filas y sus columnas sean linealmente independientes, es decir, el determinante de A tiene que ser diferente de cero: $|A| \neq 0$. La matriz inversa de A se halla como sigue:

$$\mathrm{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathrm{A})}\mathrm{adj}(\mathrm{A})$$

La matriz adjunta de A, $adj(A)$, es la matriz transpuesta de la matriz de sus cofactores, $cof(A)$.

$$\mathrm{adj}(\mathrm{A}) = [\mathrm{cof}(\mathrm{A})]^{\mathrm{T}}$$

Como ejemplo, calculemos la inversa de la matriz A de 2x2 siguiente:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

El determinante de esta matriz es igual a:

$$|A| = (1)(2) - (4)(3) = 2 - 12 = -10$$

Para encontrar la adjunta de A, primero, se calculan los cofactores de la matriz.

$$\mathrm{C}_{11} = (-1)^{1+1} * |2| \rightarrow \mathrm{C}_{11} = 2$$
$$\mathrm{C}_{12} = (-1)^{1+2} * |4| \rightarrow \mathrm{C}_{12} = -4$$

$$\mathrm{C}_{21} = (-1)^{2+1} * |3| \rightarrow \mathrm{C}_{21} = -3$$
$$\mathrm{C}_{22} = (-1)^{2+2} * |1| \rightarrow \mathrm{C}_{22} = 1$$

La matriz de los cofactores, será:

$$\mathrm{cof}(\mathrm{A}) = \begin{bmatrix} \mathrm{C}_{11} & \mathrm{C}_{12} \\ \mathrm{C}_{21} & \mathrm{C}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \quad \mathrm{adj}(\mathrm{A}) = [\mathrm{cof}(\mathrm{A})]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

La inversa de la matriz A, será:

$$\mathrm{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathrm{A})}\mathrm{adj}(\mathrm{A}) = \frac{1}{-10}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.3 \\ 0.4 & -0.1 \end{bmatrix}$$

Como $AA^{-1} = I$, es decir, el ,producto de la matriz por su inversa debe ser igual a la matriz identidad, entonces:

$$\mathrm{AA}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0.2 & 0.3 \\ 0.4 & -0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 + 1.2 & 0.3 - 0.3 \\ -0.8 + 0.8 & 1.2 - 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando:

$$\begin{bmatrix} Y \\ r \end{bmatrix} = \frac{1}{j\beta_1 + hk}\begin{bmatrix} -j & h \\ -k & -\beta_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\beta_0 \\ \dfrac{M_0^s}{P_0} \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, los valores de ingreso y tasa de interés de equilibrio serán:

$$Y^e = \frac{j\beta_0}{j\beta_1 + kh} + \left(\frac{h}{j\beta_1 + kh}\right)\frac{M_0^s}{P_0}$$

$$r^e = \frac{k\beta_0}{kh + j\beta_1} - \left(\frac{\beta_1}{kh + j\beta_1}\right)\frac{M_0^s}{P_0}$$

6.3 Estática comparativa: Las políticas fiscal y monetaria

El análisis de estática comparativa tiene sentido solo si el modelo es estable. Por estabilidad se entiende convergencia al equilibrio. En otras palabras, si partiendo de una situación de equilibrio, se produce un shock de política que altera dicho equilibrio, el modelo será estable si converge a una nueva situación de equilibrio. Por lo tanto, el análisis de estática comparativa tendrá sentido solo si el modelo es estable. Hay que mostrar matemáticamente las condiciones que el modelo debe cumplir para ser estable. Pero, esta demostración la haremos en el capítulo que sigue. Por el momento, supondremos que el modelo cumple las condiciones de estabilidad.

- *Política Fiscal Expansiva mediante el aumento del gasto del Gobierno (ΔG)*

Cuando aumenta el gasto fiscal, aumenta la demanda agregada; por lo tanto, en el mercado de bienes se genera un desequilibrio de exceso de demanda. La curva IS debe desplazarse entonces hacia la derecha donde hay exceso de oferta. El aumento de la demanda agregada y consecuentemente del ingreso provoca un exceso de demanda en el mercado de dinero. Como la oferta de dinero esta fija, la tasa de interés debe aumentar para mantener el equilibrio en el mercado monetario. El ingreso y la tasa de interés aumentarán hasta que se equilibren simultáneamente ambos mercados.

En resumen, el ΔG genera un aumento del ingreso como de la tasa de interés (véase Gráfico 6.2). De acuerdo con el modelo de ingreso-gasto keynesiano (véase Capítulo 3), el incremento del ingreso habría sido de:

$$\boldsymbol{\Delta Y = \frac{\Delta G}{1-(b-m)(1-t)}}$$

Pero en el modelo IS-LM, el ingreso aumenta en menor magnitud:

$$\boldsymbol{\Delta Y = \frac{\Delta G}{\beta_1 + \frac{kh}{j}}}$$

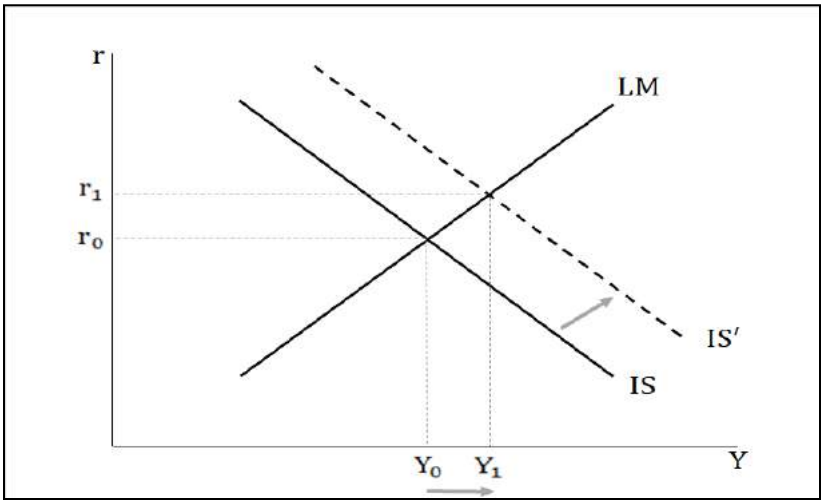
$$\boldsymbol{\Delta Y = \frac{\Delta G}{[1-(b-m)(1-t)] + \frac{kh}{j}} > 0}$$

En término $\boldsymbol{\frac{kh}{j}}$, conocido como *realimentación monetaria*, reduce el tamaño del multiplicador. El aumento del gasto del gobierno incrementa la demanda agregada y el ingreso; pero, ahora la demanda de dinero se eleva generando un exceso de demanda en el mercado de dinero que presiona al alza de la tasa de interés que afecta negativamente a la inversión, con lo cual se reduce el tamaño del multiplicador.

El incremento del gasto del gobierno al elevar la tasa de interés reduce la inversión privada. A este fenómeno de desplazamiento se le conoce con el nombre de *crowding out*. Cuanto mayor es la sensibilidad de la demanda de dinero con respecto al ingreso (cuanto mayor es "k"), la curva LM se vuelve más empinada o inelástica. Esto significa que el incremento de la tasa de interés debido al aumento del gasto del gobierno tendrá un mayor impacto negativo sobre la inversión: el efecto *crowding out* será, por lo tanto, mayor. De otro lado, cuanto mayor es la sensibilidad de la demanda de dinero a la tasa de interés (cuanto mayor es "j"), la curva LM se hace más elástica. En este caso el efecto del gasto del gobierno sobre la tasa de interés será menor y, en consecuencia, el efecto *crowding out* del gasto del gobierno sobre la inversión también será menor. Finalmente, cuando mayor es la sensibilidad de la inversión a la tasa de interés (cuando mayor es "h"), la curva IS se hará más elástica, con lo cual el efecto *crowding out* del gasto sobre la inversión será mayor (véase Jiménez, 2006).

Gráfico 6.2

Efecto de un aumento del Gasto del Gobierno



El término $\frac{kh}{j}$ de *realimentación monetaria* por su impacto reductor de la magnitud del multiplicador, desempeña el papel de un *estabilizador monetario automático*. En efecto si, por ejemplo, se reduce la inversión autónoma porque aumenta el riesgo país, su efecto depresivo en el ingreso, genera un exceso de oferta en el mercado de dinero que hace caer la tasa de interés al impactar negativamente en la demanda de dinero. Como la inversión depende inversamente de esta tasa, el consecuente aumento de la inversión compensa parcialmente el efecto contractivo de la inversión autónoma. El ingreso o producto disminuirá menos ante la presencia del estabilizador monetario automático. La *realimentación monetaria*, entonces, morigera la fluctuación del producto (véase Jiménez, 2006).

Por último, como ya se ha señalado, el aumento del gasto del gobierno eleva la tasa de interés. Este incremento será igual a:

$$\Delta r = \frac{k\Delta G_0}{kh + j\beta_1}$$

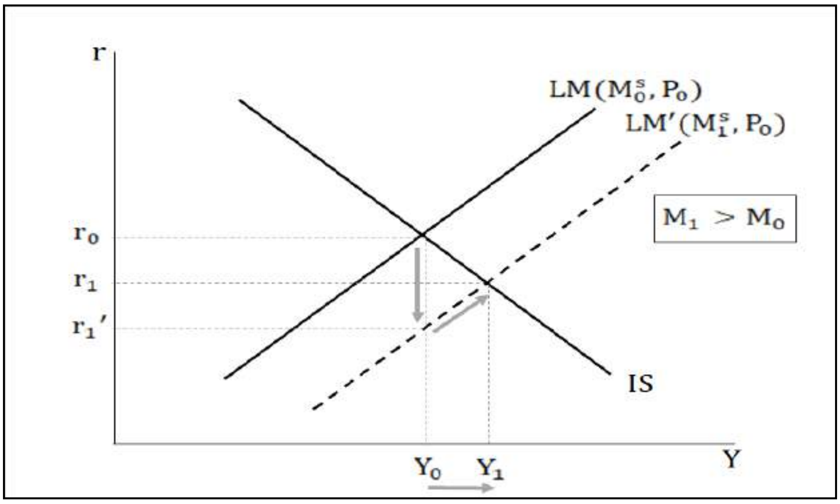
$$\Delta r = \frac{\frac{k}{j}\Delta G_0}{[1-(\mathrm{b}-\mathrm{m})(1-\mathrm{t})] + \frac{kh}{j}} > 0$$

❖ *Política Monetaria Expansiva: Efecto de un aumento en la cantidad de Dinero*

El aumento de la cantidad de dinero genera un exceso de oferta en el mercado monetario; por lo tanto, la curva LM se debe desplazar hacia la zona de derecha donde hay exceso de demanda. De acuerdo con la teoría el ajuste en el mercado monetario (o financiero, en general), es instantáneo. El exceso de oferta hace bajar la tasa de interés hasta un nivel que, junto al ingreso de equilibrio inicial, equilibren el mercado monetario. En el Gráfico 6.3, el equilibrio instantáneo ocurre en el punto $(\boldsymbol{Y_0}, \boldsymbol{r_1'})$. Esta disminución de la tasa de interés aumenta la inversión y, por lo tanto, el ingreso, generando un exceso de demanda de dinero que es neutralizado con el consecuente aumento de la tasa de interés. Como el modelo es estable, converge al nuevo equilibrio. La nueva situación de equilibrio se da en el punto $(\boldsymbol{Y_1}, \boldsymbol{r_1})$. El ΔM^s incrementa el ingreso y disminuye la tasa de interés. Con esta tasa más baja, en el equilibrio final aumenta la inversión situándose en un nivel mayor al existente en el equilibrio inicial.

Gráfico 6.3

Efecto de un aumento en la cantidad de dinero



Las magnitudes de los efectos en el ingreso y en la tasa de interés de un aumento en la oferta monetaria, son:

$$\Delta \boldsymbol{Y} = \left(\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{kh} + \boldsymbol{j\beta_1}}\right)\frac{\Delta \boldsymbol{M_0^s}}{\boldsymbol{P_0}} > \boldsymbol{0}$$

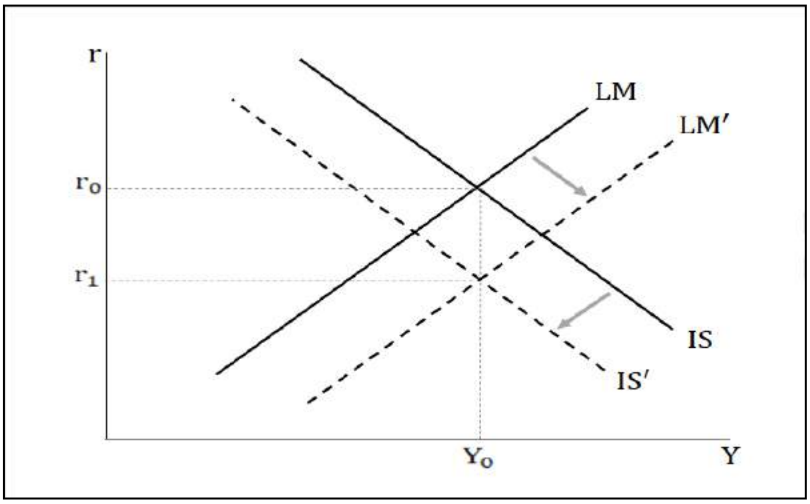
$$\Delta \boldsymbol{r} = -\left(\frac{\boldsymbol{\beta_1}}{\boldsymbol{kh} + \boldsymbol{j\beta_1}}\right)\frac{\Delta \boldsymbol{M_0^s}}{\boldsymbol{P_0}} < \boldsymbol{0}$$

La autoridad monetaria puede aplicar una política monetaria contractiva, reduciendo la oferta de dinero. En este caso, aumentará la tasa de interés y se reducirá el producto o ingreso.

❖ *Mezcla de Políticas Monetaria y Fiscal*

Teóricamente se puede realizar una mezcla de políticas fiscal y monetaria con el objetivo de reducir la tasa de interés, manteniendo constante el ingreso o producto. La mezcla puede ser de una política monetaria expansiva y de una política fiscal restrictiva, como se ilustra en el Gráfico 6.4. La curva LM a la derecha y la curva IS a la izquierda. La disminución de la tasa de interés, incrementa la inversión privada. Como el ingreso no cambia, el consumo, la recaudación y las importaciones permanecen constantes. El balance fiscal mejora, porque ha disminuido el gasto del gobierno.

Gráfico 6.4
Efectos de una Política Monetaria expansiva y Fiscal restrictiva

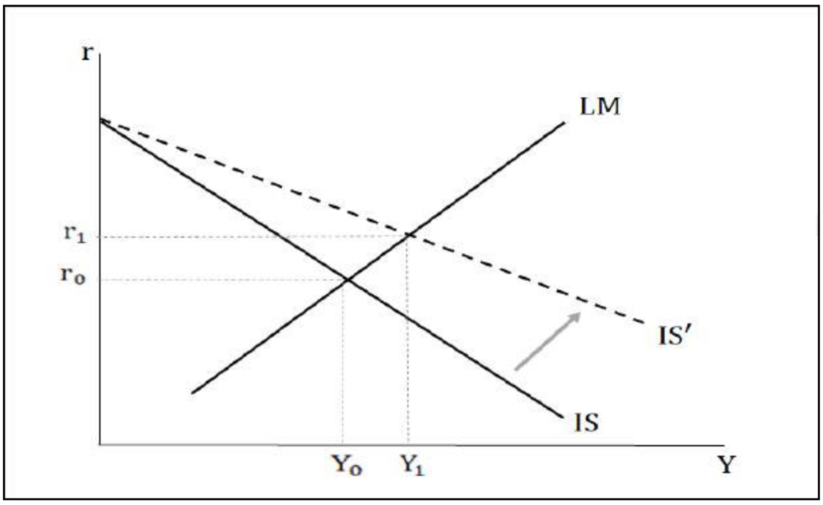


❖ *Política Fiscal Expansiva: Reducción de la tasa de impuestos*

Como se recordará, la reducción de la tasa de impuestos, aumenta el tamaño del multiplicador o disminuye la pendiente de la curva IS. Gráficamente, con esta política la curva IS gira en el sentido contrario a las agujas del reloj (véase Gráfico 6.5).

La reducción de la tasa de impuestos aumenta el ingreso o producto porque, al aumentar el ingreso disponible, la gente tiene más dinero para gastar en bienes y servicios. El otro efecto de esta política es el incremento de la tasa de interés y la consecuente reducción de la inversión.

Gráfico 6.5
Efectos de una reducción de la tasa impositiva



6.4 La estabilidad del equilibrio en el modelo IS-LM

❖ *Caso simple: cuando la inversión solo depende de la tasa de interés*

El modelo IS-LM será estable, si la matriz que pre multiplica al vector de las variables endógenas tiene una traza negativa y un determinante mayor que cero.

En el siguiente modelo en su forma matricial, analizado anteriormente:

$$\begin{bmatrix} -[1-(b-m)(1-t)] & -h \\ k & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_0 \\ \dfrac{M_0^s}{P_0} \end{bmatrix}$$

La matriz que pre multiplica al vector de las variables endógenas ingreso y tasa de interés, que denominaremos A, es:

$$A = \begin{bmatrix} -[1-(b-m)(1-t)] & -h \\ k & -j \end{bmatrix}$$

Las condiciones de estabilidad son:

Traza de A:

$$T\ de\ A = -[1-(b-m)(1-t)] - j < 0$$

Determinante de A:

$$|A| = j[1-(b-m)(1-t)] + kh > 0$$

En efecto, dados los signos de los parámetros, el modelo IS-LM cumple con las condiciones de estabilidad.

- *Caso General: cuando la inversión depende de la tasa de interés y del ingreso*

En el siguiente es un modelo IS-LM de una economía cerrada con gobierno, donde las ecuaciones están en forma implícita. En este caso la inversión depende no solo de la tasa de interés, sino también del ingreso.

Mercado de Bienes

Identidad Ingreso-Gasto: $\mathrm{Y} = \mathrm{C}(\mathrm{Y^d}) + \mathrm{I} + \mathrm{G_0}$

Tributación: $\mathrm{T} = \mathrm{T(Y)}$

Función Consumo: $\mathrm{C} = \mathrm{C}(\mathrm{Y}^{\mathrm{d}})$

Función Inversión: $\mathrm{I} = \mathrm{I}(\mathrm{Y}, \mathrm{r})$

Mercado de dinero

Oferta= Demanda: $\frac{M_0^S}{\mathrm{P}_0} = \mathrm{L}(\mathrm{Y}, \mathrm{r})$

Diferenciando la ecuación de equilibrio del mercado de bienes (curva IS), luego de hacer los respectivos remplazos, y ordenando por exceso de demanda, se obtiene:

$$\left[C_{Y^d}\,(1 - T_Y) - 1\right]dY + I_Y dY + I_r dr = -dG$$

Diferenciando la ecuación de equilibrio del mercado de dinero (curva LM) y ordenando por exceso de demanda, se obtiene:

$$L_y dY + L_r dr = dm_0^s$$

Donde $m_0^s = \frac{M_0^S}{\mathrm{P}_0}$

Estas dos ecuaciones pueden representarse matricialmente como sigue:

$$-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]dY + I_r dr = -1dG + 0dm_0^s$$

$$L_y dY + L_r dr = 0dG + dm_0^s$$

$$\begin{bmatrix} -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] & I_r \\ L_y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

La matriz relevante para el análisis de las condiciones de estabilidad, que llamaremos en este caso matriz B, es:

$$B = \begin{bmatrix} -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] & I_r \\ L_y & L_r \end{bmatrix}$$

Las condiciones de estabilidad son:

$$Traza\ de\ B = -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] + L_r < 0$$

$$|B| = -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]L_r - I_r L_y > 0$$

Todos los signos de las derivadas son conocidos. La tributación y las demandas de consumo, de inversión y de dinero, dependen positivamente del ingreso. Y, la demanda de dinero y la demanda de inversión dependen negativamente de la tasa de interés.

El cumplimiento de las condiciones de estabilidad, en este caso a diferencia del anterior, no es evidente. Por ejemplo, $\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]$puede ser mayor o menor que cero, dependiendo de si $\left[C_{Y^d}(1 - T_Y) + I_Y\right]$ es menor o mayor que la unidad. Si es menor que la unidad, estamos en el caso simple anterior donde las condiciones de estabilidad se cumplen claramente.

Si suponemos que $\left[C_{Y^d}(1 - T_Y) + I_Y\right] > 1$, entonces $\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]$ será menor que cero. Por lo tanto, $-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]$ será mayor que cero, es decir un número positivo y $-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]L_r$ será menor que cero, o un número negativo. Ahora bien, como $-I_r L_y > 0$, entonces el determinante será mayor que cero, si y solo si, $-I_r L_y$ es mayor que el valor absoluto de $-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]L_r$. En este caso se cumplirá la condición de que el determinante de la matriz relevante sea mayor que cero.

$$-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]L_r - I_r L_y > 0$$

De aquí se puede obtener la siguiente desigualdad:

$$\frac{\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]}{I_r} < -\frac{L_Y}{L_r}$$

Suponiendo que los diferenciales de las variables exógenas de las curvas IS y LM, son iguales a cero, se obtiene:

IS: $\quad -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]dY + I_r dr = 0$

LM: $\quad L_y dY + L_r dr = 0$

De estas dos ecuaciones se obtiene las pendientes de las curvas IS y LM:

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = \frac{\left[1 - C_{Y^d}\,(1 - T_Y) - I_Y\right]}{I_r}$$

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_r}$$

Comparando los valores de estas pendientes con la desigualdad anterior, se concluye que el modelo será estable, si se cumple que:

$$\frac{\left[1 - C_{Y^d}\,(1 - T_Y) - I_Y\right]}{I_r} < -\frac{L_Y}{L_r}$$

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} < \left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM}$$

El modelo es estable, entonces, cuando la pendiente de la curva LM es mayor que la pendiente de la curva IS. Esta condición de estabilidad es general, pues incorpora el caso simple, es decir, cuando la pendiente de la IS es negativa, pues la pendiente de la LM es siempre positiva.

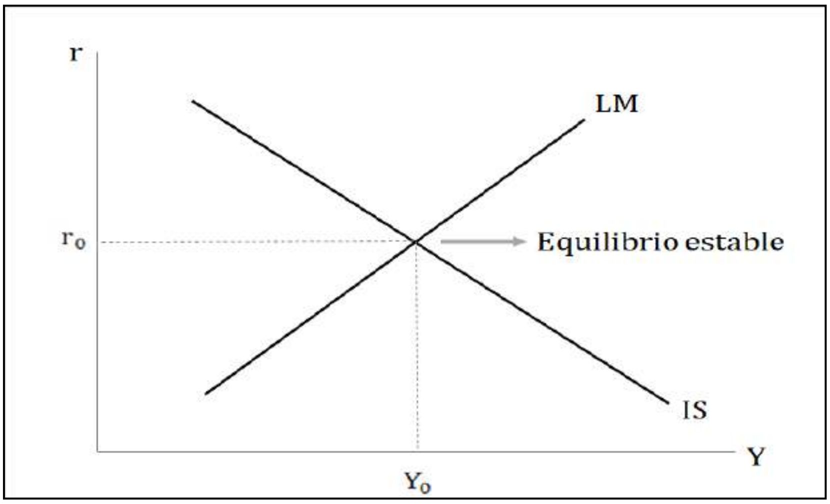
❖ *Los gráficos de la estabilidad e inestabilidad del modelo IS-LM*

- **Curva IS con pendiente negativa**

De acuerdo al resultado anterior, habría dos casos de estabilidad en el modelo IS-LM, y uno tercero de inestabilidad.

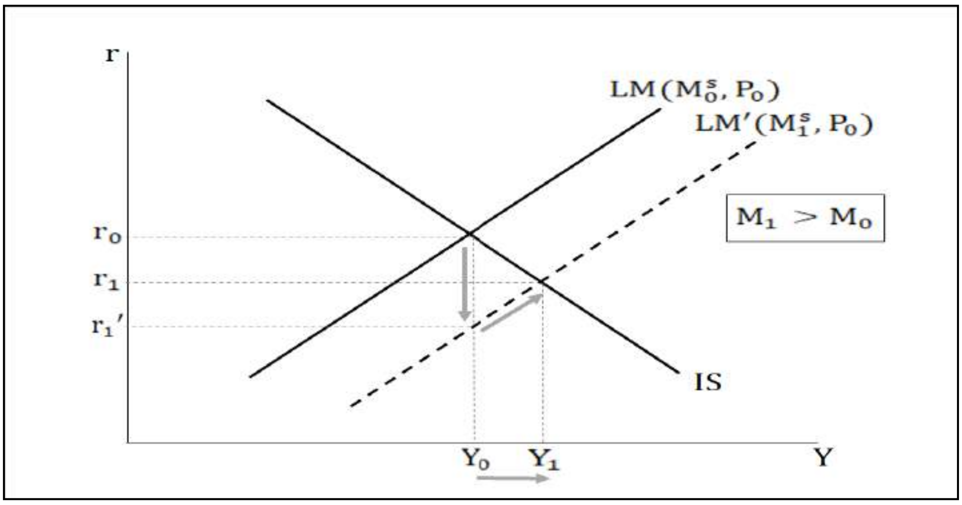
El primero es el más conocido, pues corresponde a una curva IS con pendiente negativa. Es un caso trivial, porque la pendiente de la curva LM es siempre positiva (véase Gráfico 6.6).

Gráfico 6.6
Caso de equilibrio estable cuando la IS tiene pendiente negativa



Gráficamente se puede describir el proceso de convergencia al equilibrio luego de alterarse este con un shock, por ejemplo, de política monetaria expansiva (Véase Gráfico 6.7). Al producirse el shock, el mercado monetario se ajusta instantáneamente logrando equilibrarse en el punto (Y_0, r_1'). Con esta tasa de interés más baja, aumenta la inversión y, por lo tanto, el ingreso. En el mercado monetario se produce un exceso de demanda que da lugar a un aumento de la tasa de interés hasta que se restaura el equilibrio en el punto (Y_1, r_1). El modelo es estable porque converge al equilibrio.

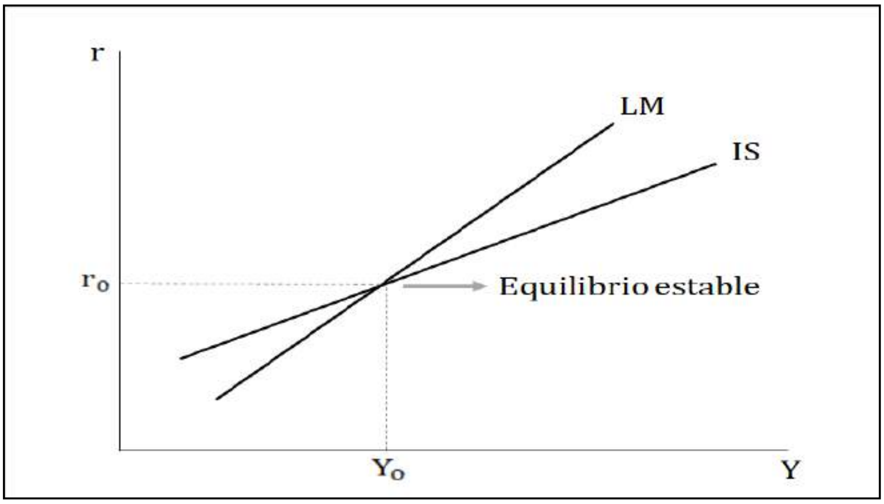
Gráfico 6.7
Modelo IS-LM: la convergencia al equilibrio (1)



- **El caso de la curva IS con pendiente positiva menor que la pendiente de la curva LM**

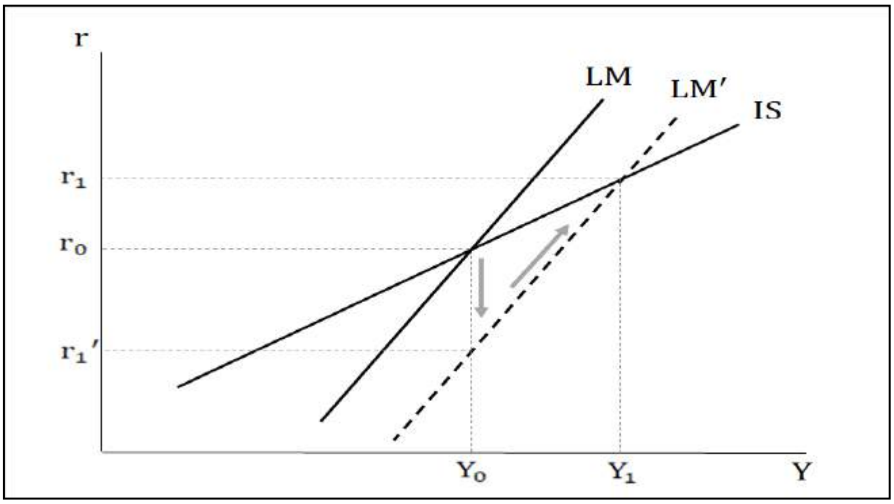
El segundo caso de estabilidad corresponde a una curva IS con pendiente positiva, solo que menor que la pendiente de la curva LM (véase Gráfico 6.8).

Gráfico 6.8
Caso de un equilibrio estable cuando la IS tiene pendiente positiva



Nuevamente, al producirse el shock de política monetaria expansiva, el mercado de dinero se ajusta instantáneamente logrando equilibrarse en el punto (Y_0, r_1'). La caída de la tasa de interés (efecto liquidez), provocará un aumento de la inversión con lo cual aumentará el ingreso o producto. Este aumento del ingreso elevará la demanda de dinero que dará lugar a una subida de la tasa de interés para mantener el equilibrio en el mercado monetario. La economía se moverá a lo largo de la curva LM', como se ilustra en el Gráfico 6.9, hasta alcanzar el equilibrio en el punto (Y_1, r_1). También en este caso el modelo es estable porque converge al equilibrio.

Gráfico 6.9
Modelo IS-LM: la convergencia al equilibrio (2)



- **El caso de la curva IS con pendiente positiva mayor que la pendiente de la curva LM**

Este caso es de un equilibrio es inestable (véase Gráfico 6.10). El shock de política monetaria expansiva, igual que en el caso anterior, provoca una disminución de la tasa de interés.

El mercado de dinero que se ajusta de forma instantánea, se equilibra en el punto (Y_0, r_1'). Como consecuencia de la disminución de la tasa de interés, aumenta la inversión, generando así un exceso de demanda en el mercado de dinero. La tasa de interés debe empezar a subir para equilibrar el mercado de dinero. La economía se moverá, entonces, hacia la derecha y a lo largo de la curva LM', en sentido opuesto a la nueva intersección de las curvas IS y LM. La economía no llegará nunca al equilibrio que corresponde al punto (Y_1, r_1). El modelo no converge al equilibrio (véase Gráfico 6.11).

Gráfico 6.10
Caso de un equilibrio estable cuando la IS tiene pendiente positiva

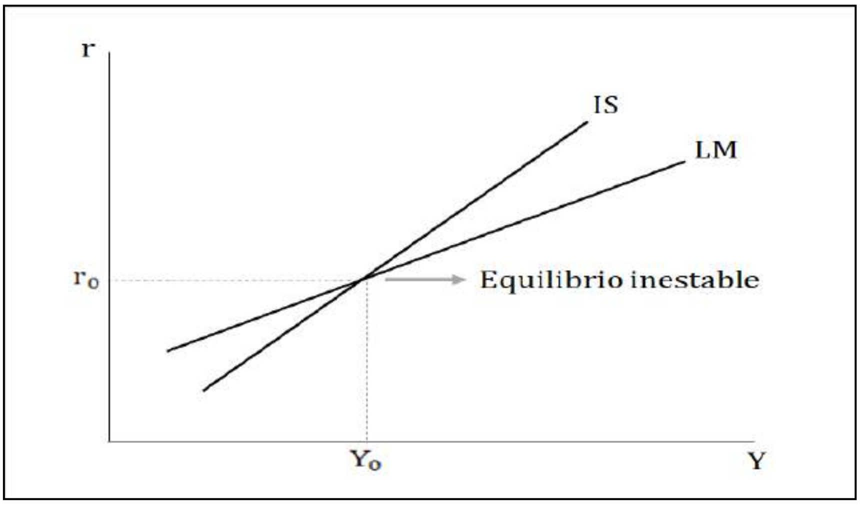
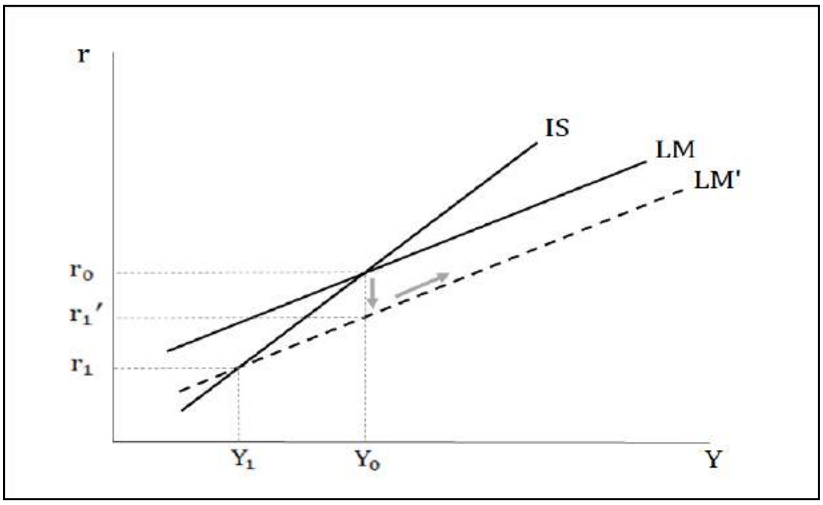


Gráfico 6.11
Modelo IS-LM: la ausencia de convergencia al equilibrio



6.5 Modelo IS-LM: Estática comparativa con la curva IS con pendiente positiva.

Partimos del mismo modelo de la sección anterior cuya representación matricial es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] & I_r \\ L_y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

Para el análisis de estática comparativa, cuando aumenta o disminuye el gasto fiscal o la cantidad de dinero, se debe, primero, encontrar los respectivos multiplicadores.

La inversa de la matriz relevante que pre multiplica al vector de las variables endógenas, es:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] & I_r \\ L_y & L_r \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} L_r & -I_r \\ -L_y & -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} L_r & -I_r \\ -L_y & -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} -L_r & -I_r \\ L_Y & -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

La matriz de los multiplicadores es:

$$\frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} -L_r & -I_r \\ L_Y & -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] \end{bmatrix}$$

En lo que sigue se supondrá que el determinante de la matriz relevante es mayor que cero, $|B| > 0$.

Estática Comparativa:

- **Efectos de una política fiscal expansiva: aumento del gasto del gobierno (dG_0>0)**

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} -L_r dG_0 \\ L_y dG_0 \end{bmatrix}$$

La teoría dice que cuando aumenta el gasto del gobierno, aumenta la demanda agregada y, por lo tanto, también aumenta el ingreso o producto. Hay una relación directa. De acuerdo con este resultado, el multiplicador siempre es positivo.

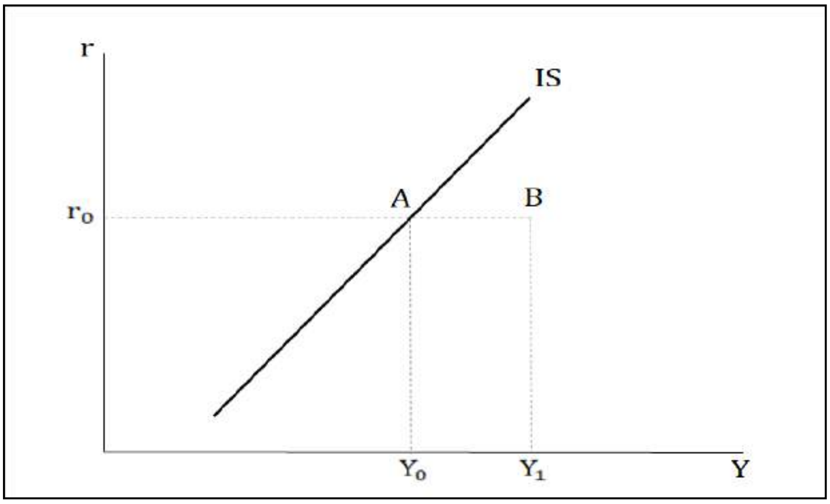
$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-L_r}{|B|} > 0$$

De otro lado, la teoría dice que cuando aumenta el gasto del gobierno, dada la tributación, aumenta la demanda de endeudamiento y, por lo tanto, se incrementa la tasa de interés. Hay una relación directa. De acuerdo con este resultado el multiplicador de la tasa de interés siempre será positivo.

$$\frac{dr}{dG} = \frac{L_y}{|B|} > 0$$

Estos resultados son claros gráficamente cuando la pendiente de la IS es negativa, pero no son tan claros cuando la pendiente de la IS es positiva. ¿Cómo explicarlos, entonces, cuando la pendiente de la curva IS es positiva? Tenemos que analizar qué tipo de desequilibrio en el mercado de bienes hay a la derecha e izquierda de la curva IS. Veamos:

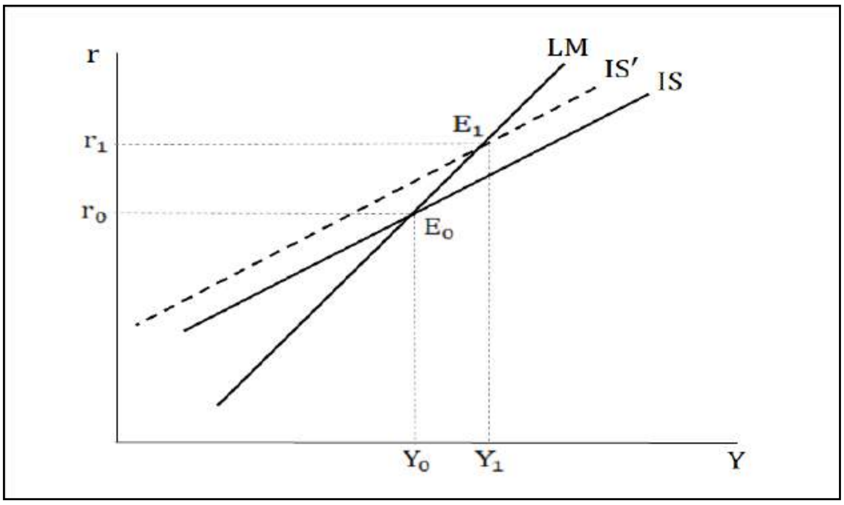
Gráfico 6.12
Desequilibrios en el mercado de bienes cuando la IS tiene pendiente positiva



En el punto A hay equilibrio en el mercado de bienes para el ingreso Y_0 y la tasa de interés r_0. Pero en el punto B (donde la tasa de interés sigue siendo la misma y el ingreso Y_1 es mayor que Y_0) la inversión, que en este caso también depende del ingreso, es mayor que el ahorro (recuerde que la propensión a ahorrar es menor que la unidad). Por lo tanto, en el punto B hay exceso de demanda en el mercado de bienes (véase Gráfico 6.12).

Por consiguiente, cuando aumenta el gasto del gobierno, la curva IS debe desplazarse hacia la izquierda (y no a la derecha, como en el caso trivial) como se muestra en el Gráfico 6.13. El resultado es que aumenta la tasa de interés y el ingreso. Se pasa del punto de equilibrio E_0 al punto de equilibrio E_1.

Gráfico 6.13
Política fiscal expansiva cuando la IS tiene pendiente positiva



- **Política monetaria expansiva con un aumento en la cantidad de dinero ($\mathbf{dm^s > 0}$)**

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} -L_r & -I_r \\ L_Y & -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|}\begin{bmatrix} -I_r dm^s \\ -[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y]dm_0^s \end{bmatrix}$$

De acuerdo con la teoría, una política monetaria expansiva, aumenta la demanda agregada y, por lo tanto, aumenta el ingreso o producto. Hay una relación directa. El multiplicador es positivo (véase Gráfico 6.14). En efecto:

$$\frac{dY}{dm^s} = \frac{-I_r}{|B|} > 0$$

Por lo aprendido hasta aquí, una política monetaria expansiva reduce la tasa de interés. Esta reducción de la tasa de interés aumenta la demanda agregada porque aumenta la demanda de inversión. Por lo tanto, al aumentar la demanda agregada, también aumenta el ingreso o producto. Habría una relación inversa entre la tasa de interés y el incremento de la cantidad de dinero. El multiplicador sería negativo. Pero este el caso trivial cuando la IS tiene pendiente negativa. Es decir:

$$\frac{dr}{dm^s} = \frac{-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]}{|B|} < 0$$

Si y solo si: $\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] > 0$

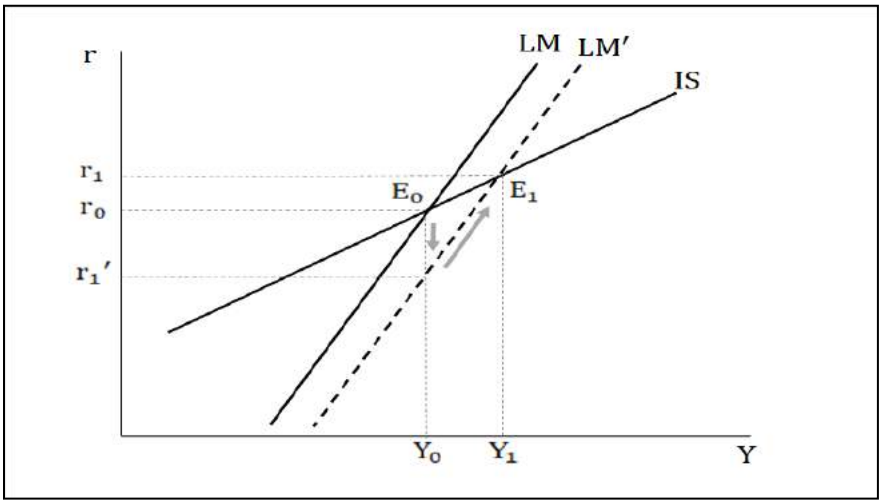
Pero, cuando la IS tiene pendiente positiva, el efecto de la política monetaria expansiva sobre la tasa de interés es positivo:

$$\frac{dr}{dm^s} = \frac{-\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right]}{|B|} > 0$$

Debido a que: $\left[1 - C_{Y^d}(1 - T_Y) - I_Y\right] < 0$. Entonces, el efecto de un aumento en la cantidad de dinero aumenta la tasa de interés. El multiplicador es positivo (véase Gráfico 6.14).

¿Como se explica este hecho? Al producirse el shock de política monetaria expansiva, la tasa de interés baja (el ajuste es instantáneo en el mercado de dinero) hasta el punto de equilibrio (Y_0, r_1'). Esta disminución de la tasa de interés aumenta la inversión que da lugar al aumento del ingreso. Como la inversión depende positivamente del ingreso, el incremento de la inversión continúa generando una interacción recíproca de aumento del ingreso y aumento de la inversión, sucesivamente. El exceso de demanda de dinero provocados por el aumento del ingreso, deben ser neutralizados con aumentos de la tasa de interés. El proceso continúa hasta que se logra el equilibrio en el punto (Y_1, r_1).

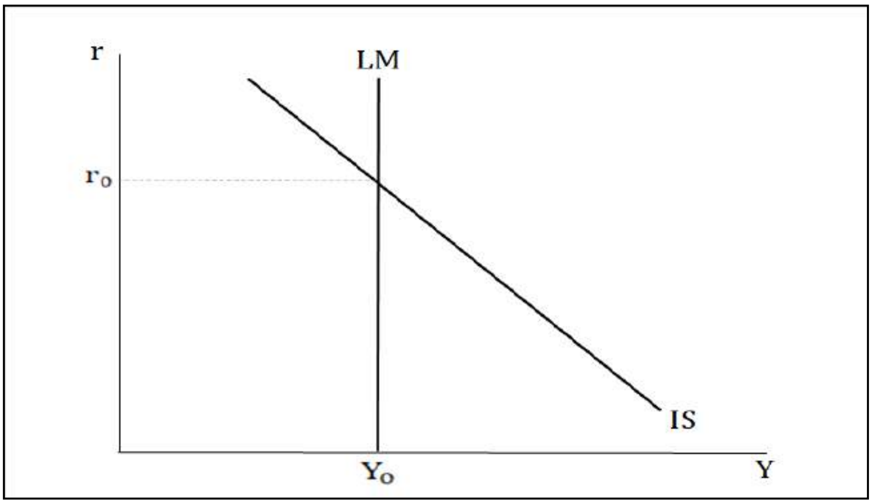
Gráfico 6.14
Política monetaria expansiva cuando la IS tiene pendiente positiva



6.6 El Modelo IS-LM y los enfoques Neoclásico y Keynesiano

El modelo IS-LM puede permitir ilustrar las proposiciones teóricas sobre la demanda de dinero del enfoque neoclásico y del enfoque keynesiano.

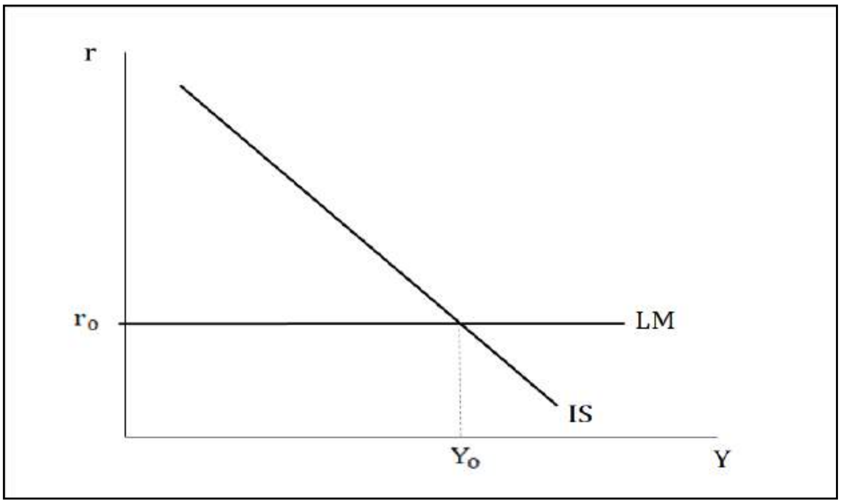
Gráfico 6.15
Caso Neoclásico (o "Clásico", según la literatura)



Según el *enfoque neoclásico* el dinero se demanda solo por el motivo *transacción* debido a que tiene la función de ser un medio de intercambio. Esto quiere decir que la pendiente de la LM es infinita en el plano (Y, r).

De otro lado, según el *enfoque keynesiano* el dinero también se demanda por el motivo *especulación* porque el dinero es reserva de valor. En esta función compite con activos financieros no monetarios como el *bono*, por esta razón la demanda de dinero por el motivo especulación depende de la tasa de interés. Su pendiente es positiva y puede también ser igual a cero en el plano (Y, r), cuando. a un nivel reducido de tasa de interés, la demanda de dinero es infinitamente elástica. A este caso extremo keynesiano se le denomina *trampa de la liquidez*.

Gráfico 6.16
Caso Keynesiano extremo, denominado trampa de la liquidez



Este fenómeno de *trampa de la liquidez* se registró en Japón en la década de 1990 (la tasa de interés disminuyó hasta niveles cercanos a cero) y en USA cuando luego de la crisis del 2008-2009 la tasa de interés se redujo hasta 0.25. La política monetaria deja de ser efectiva y se recurre a la política fiscal expansiva para reactivar la economía.

Estática comparativa

Veamos los efectos de la política fiscal y monetaria en estos dos casos, mediante un modelo IS-LM para una economía cerrada y con gobierno.

Ecuación de la IS

$$Y = C(C_0, Y^d) + I(I_0, r) + G_0 \text{ con } T = tY$$

Ecuación de la LM

$m_0^s = \mathrm{L(Y, r)}$ donde $m_0^s = \dfrac{\mathrm{M_0^s}}{\mathrm{P_0}}$

Diferenciando totalmente ambas ecuaciones, se tiene:

$$dY = dC_0 + C_{Y^d} dY^d + dI_0 + I_r dr + dG_0$$

$$dm_0^s = L_Y dY + L_r dr$$

Las ecuaciones ordenadas por exceso de demanda, son:

$$\left[C_{Y^d}(1-t) - 1\right] dY + I_r dr = -dC_0 - dI_0 - dG_0$$

$$L_Y dY + L_r dr = dm_0^s$$

La expresión matricial de este sistema de ecuaciones será igual a:

$$\begin{bmatrix} C_{Y^d}(1-t) - 1 & I_r \\ L_Y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema, previamente hallando la inversa de la matriz relevante, se obtiene:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} -[1 - C_{Y^d}(1-t)] & I_r \\ L_Y & L_r \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|C|} \begin{bmatrix} L_r & -I_r \\ -L_y & -\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|C|} \begin{bmatrix} L_r & -I_r \\ -L_Y & -\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

Como se supone que el modelo es estable, el determinante de la matriz relevante es mayor que cero. El sistema, con la matriz de multiplicadores, es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|C|}\begin{bmatrix} -L_r & -L_r & -L_r & -I_r \\ L_Y & L_Y & L_Y & -\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dm_0^s \end{bmatrix}$$

- **Estática comparativa en el caso neoclásico**

En este caso las pendientes de las curvas IS y LM, son:

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = \frac{\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{I_r} < 0$$

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_r} = \frac{L_Y}{0} = \infty$$

Según el enfoque neoclásico (“clásico”) la demanda de dinero no responde a los cambios en la tasa de interés. La derivada de la demanda con respecto a la tasa de interés es: $L_r = 0$

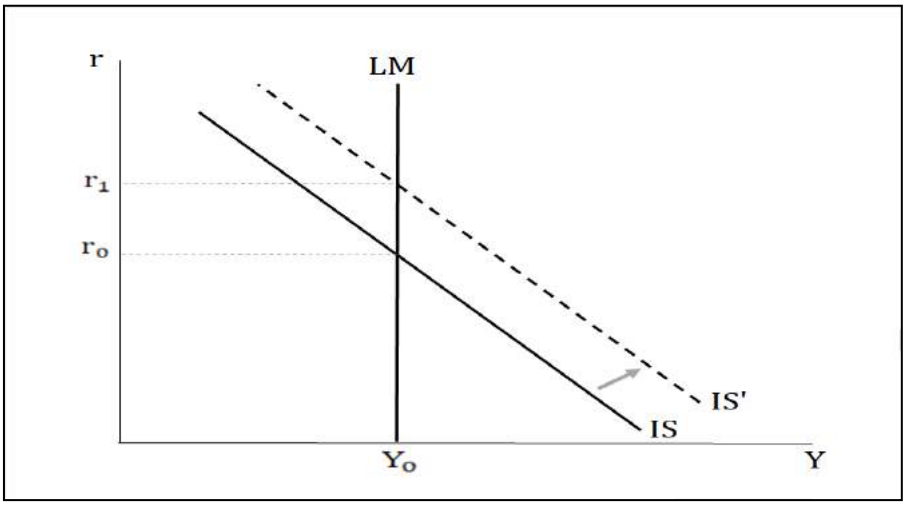
$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = \frac{L_Y}{0} = \infty$$

Según este enfoque los efectos de un aumento en gasto público, son:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-L_r}{|C|} = \frac{0}{|C|} = 0$$

$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{L_Y}{|C|} > 0$$

Gráfico 6.17
Los efectos de la política fiscal en el caso neoclásico

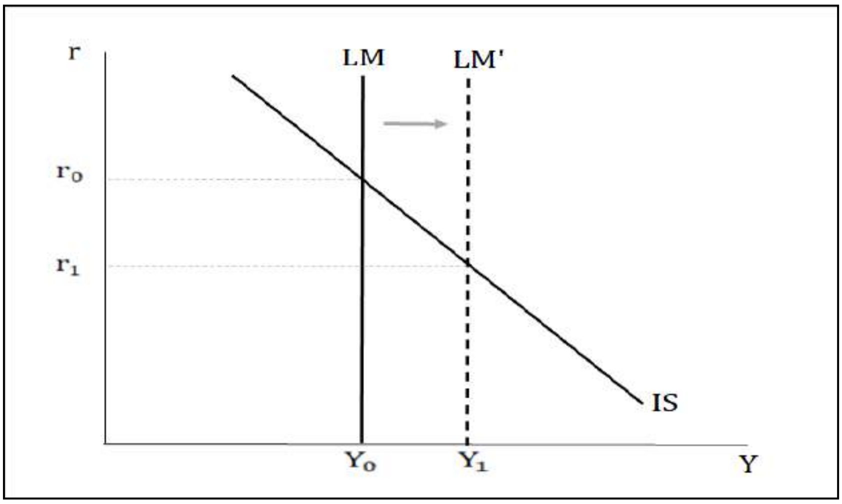


De otro lado, los efectos de un aumento en la cantidad de dinero, son:

$$\frac{dY}{dm_0^s} = \frac{-I_r}{|C|} > 0$$

$$\frac{dr}{dm_0^s} = \frac{-\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{|C|} < 0$$

Gráfico 6.18
Los efectos de la política monetaria expansiva en el caso neoclásico



- **Estática comparativa en el caso keynesiano extremo**

Las pendientes de las curvas IS y LM, son

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = \frac{\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{I_r} < 0$$

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_r} = \frac{L_Y}{\infty} = 0$$

La demanda de dinero es infinitamente elástica a la tasa de interés: $\mathrm{L_r} = \infty$

Los efectos de un aumento en gasto del gobierno, son:

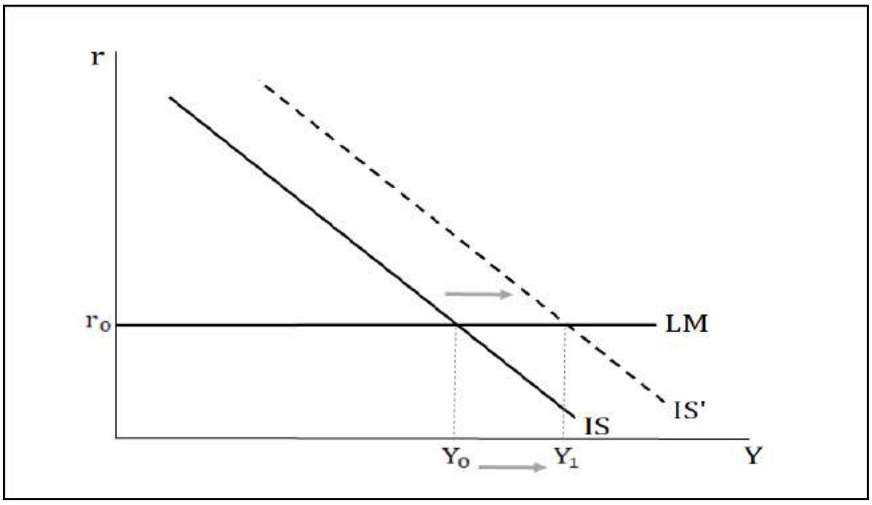
$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-L_r}{|C|} = \frac{-L_r}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r - I_r L_Y} = \frac{1}{[1 - C_{Y^d}(1-t)] + \frac{I_r L_Y}{L_r}}$$

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{1}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]} > 0$$

$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{L_Y}{|C|} = \frac{L_Y}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r - I_r L_Y} = 0$$

La política fiscal no tiene efecto sobre la tasa de interés, pero es efectiva para aumentar el ingreso o producto.

Gráfico 6.19
Los efectos de la política fiscal expansiva en el caso keynesiano extremo



Finalmente, los efectos de una política monetaria expansiva, serán nulos:

$$\frac{dY}{dm_0^s} = \frac{-I_r}{|C|} = \frac{-I_r}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r - I_r L_Y} = \frac{-I_r}{\infty} = 0$$

$$\frac{dr}{dm_0^s} = \frac{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]}{|C|} = \frac{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r - I_r L_Y} = \frac{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]}{\infty} = 0$$

A diferencia del caso anterior, aquí esta política no sería efectiva para aumentar el ingreso o producto. Tampoco se afecta la tasa de interés. No hay movimientos en la LM. La única manera de incrementar el ingreso o producto Y es mediante una política fiscal expansiva.

- **El caso especial de la inversión que no depende de la tasa de interés.**

En este caso la pendiente de la curva IS es infinita, pues la inversión es perfectamente inelástica a la tasa de interés: $I_r = 0$

$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{IS} = \frac{|1 - C_{Y^d}(1-t)|}{0} = \infty$$

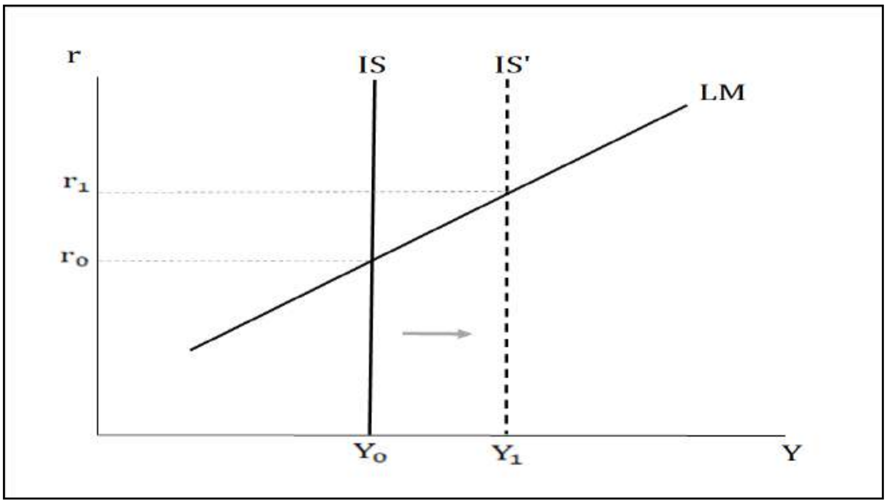
$$\left.\frac{dr}{dY}\right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_r} > 0$$

Cuando la inversión no depende de la tasa de interés, ya no hay realimentación monetaria ($\frac{I_r L_Y}{L_r}$=0). En este caso, los efectos del aumento del gasto sobre las variables endógenas, ingreso y tasa de interés, son:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-L_r}{|C|} = \frac{-L_r}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r - I_r L_Y} = \frac{1}{[1 - C_{Y^d}(1-t)]} > 0$$

$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{L_Y}{|C|} = \frac{L_Y}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r} > 0$$

Gráfico 6.20
Política fiscal expansiva cuando la inversión no depende de la tasa de interés



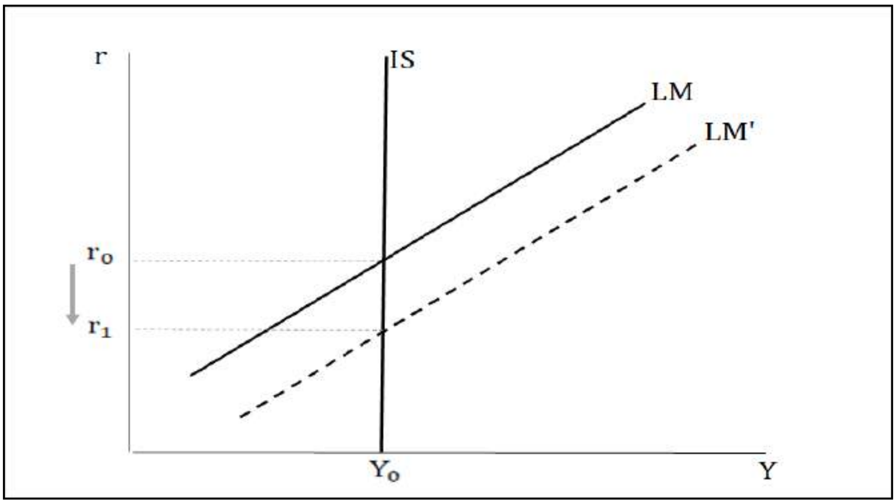
El aumento del ingreso da lugar a un exceso de demanda en el mercado de dinero. El mercado de dinero se equilibra con el aumento de la tasa de interés.

De otro lado, una política monetaria expansiva no afecta el nivel de ingreso o producto. Pero reduce la tasa de interés. El exceso de oferta que genera el incremento de la cantidad de dinero, se neutraliza o desaparecerá con la disminución de la tasa de interés.

$$\frac{dY}{dm_0^s} = \frac{-I_r}{|C|} = \frac{0}{|C|} = 0$$

$$\frac{dr}{dm_0^s} = \frac{-\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{|C|} = \frac{-\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]L_r} = \frac{1}{L_r} < 0$$

Gráfico 6.21
Política monetaria expansiva cuando la inversión no depende de la tasa de interés



6.7 *Modelo IS-LM: Los efectos de la variación del nivel de precios y de la inflación esperada*

En el análisis de corto plazo, tanto el nivel de precios como la inflación esperada se ha supuesto que permanecen fijos. Son variables exógenas en el análisis de corto plazo. Sin embargo, se puede analizar qué ocurre en los mercados de bienes y de dinero, cuando estas variables cambian. Para ilustrar los efectos de estos cambios, partamos de un modelo IS-LM para una economía cerrada y con gobierno.

Mercado de Bienes: la ecuación de la IS

Función Consumo:	$\mathrm{C = C_0 + bY_d}$
Función Inversión:	$\mathrm{I = I_0 - hr}$
Gasto del Gobierno:	$\mathrm{G = G_0}$
Tributación:	$\mathrm{T = tY}$
Tasa de interés real:	$\mathrm{r = i - \pi^e}$
Identidad Ingreso-Gasto:	$\mathrm{Y = C + I + G}$

Mercado de dinero: la ecuación de la LM

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - j(r + \pi^e)$$

Hay que recordar que la tasa de interés real es igual a la diferencia entre la tasa de interés nominal y la tasa de inflación esperada ($\mathrm{r} = \mathrm{i} - \pi^{\mathrm{e}}$). Esta es la conocida definición de Irving Fisher. De aquí se infiere que la tasa de interés nominal es igual a: $i = \mathrm{r} + \pi^{\mathrm{e}}$.

Diferenciando la ecuación de la IS y ordenando por exceso de demanda, se obtiene:

$$[1 - b(1 - t)]dY - hdr = -dC_0 - dI_0 - dG_0$$

Diferenciando la ecuación de la LM y ordenando por exceso de demanda, se obtiene:

$$kdY - jdr = \frac{1}{P_0}dM^s - \frac{M_0^s}{P_0^2}dP_0 + jd\pi^e$$

Estas dos ecuaciones se pueden representar matricialmente como sigue:

$$\begin{bmatrix} -[1 - b(1 - t)] & -h \\ k & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & -\frac{M_0^s}{P_0^2} & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP_0 \\ d\pi^e \end{bmatrix}$$

Para hallar los multiplicadores pre-multiplicamos el lado derecho de la igualdad por la inversa de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} -[1 - b(1 - t)] & -h \\ k & -j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[1 - b(1 - t)] & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & -\frac{M_0^s}{P_0^2} & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP_0 \\ d\pi^e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -j & h \\ -k & -[1-b(1-t)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & -\frac{M_0^s}{P_0^2} & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP_0 \\ d\pi^e \end{bmatrix}$$

Donde el determinante es: $|\mathrm{A}| = [1 - \mathrm{b}(1 - \mathrm{t})]\mathrm{j} + \mathrm{kh}$

La matriz de los multiplicadores será, entonces, como sigue:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} j & j & j & \frac{h}{P_0} & -\frac{hM_0^s}{P_0^2} & jh \\ k & k & k & -\frac{[1-b(1-t)]}{P_0} & \frac{hM_0^s[1-b(1-t)]}{P_0^2} & -j[1-b(1-t)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP_0 \\ d\pi^e \end{bmatrix}$$

Estática Comparativa:

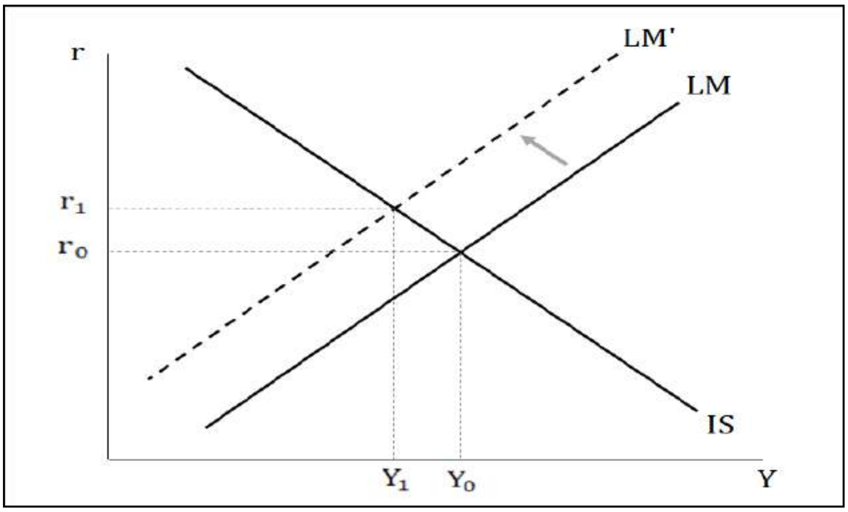
- **El efecto de un aumento en los precios:**

El incremento de P, de P_0 a P_1, genera una reducción de la oferta de dinero o de saldos reales. A la tasa de interés r_0, hay un exceso de demanda en el mercado de dinero. También se puede decir que el aumento de P, incrementa la demanda nominal de dinero, dando lugar a un exceso de demanda en el mercado. Este exceso se elimina con el aumento de la tasa de interés. Se restaurará el equilibrio en el mercado con un aumento de la tasa de interés de r_0 a r_1 y la disminución del ingreso. El aumento de la tasa de interés tiene un efecto negativo en la inversión y, por lo tanto, en la demanda agregada.

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{dP_0}} = -\frac{hM_0^s}{|\mathrm{A}|\mathrm{P}_0^2} < 0$$

$$\frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{dP_0}} = \frac{hM_0^s[1 - \mathrm{b}(1 - \mathrm{t})]}{|\mathrm{A}|\mathrm{P}_0^2} > 0$$

Gráfico 6.22
Efectos de un aumento exógeno en el nivel de precios



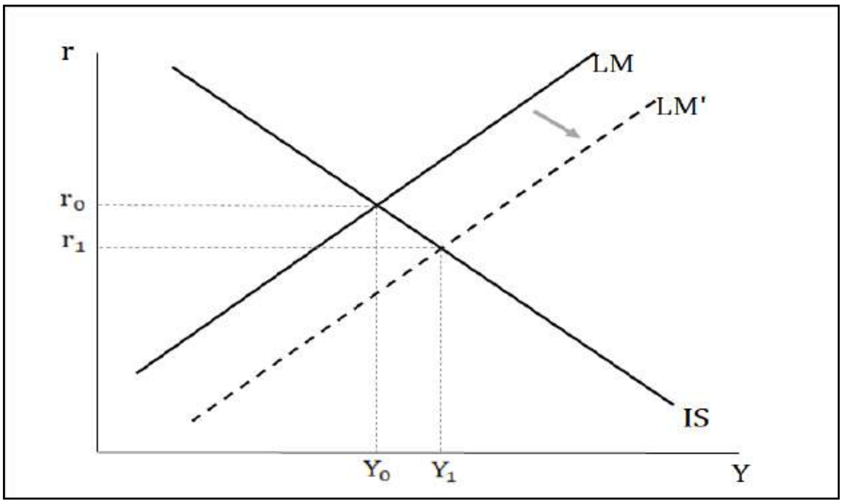
- **El efecto de un aumento en la inflación esperada**

El incremento de la inflación esperada, incrementa la tasa de interés nominal, ($i = \mathrm{r} + \pi^{\mathrm{e}}$). Esto reduce la demanda de dinero, generando un exceso de oferta en el mercado monetario. La curva de LM se desplaza hacia la derecha. Este exceso de oferta se elimina con una disminución de la tasa de interés real de r_0 a r_1. La reducción de la tasa real de interés, provoca un aumento de la inversión y, por lo tanto, de la demanda agregada. El resultado final es un aumento del ingreso (producto).

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}\pi^{\mathrm{e}}} = \frac{\mathrm{jh}}{|\mathrm{A}|} > 0$$

$$\frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{d}\pi^{\mathrm{e}}} = \frac{-\mathrm{j}[1 - \mathrm{b}(1 - \mathrm{t})]}{|\mathrm{A}|} < 0$$

Gráfico 6.23
Efectos de un aumento exógeno en la inflación esperada



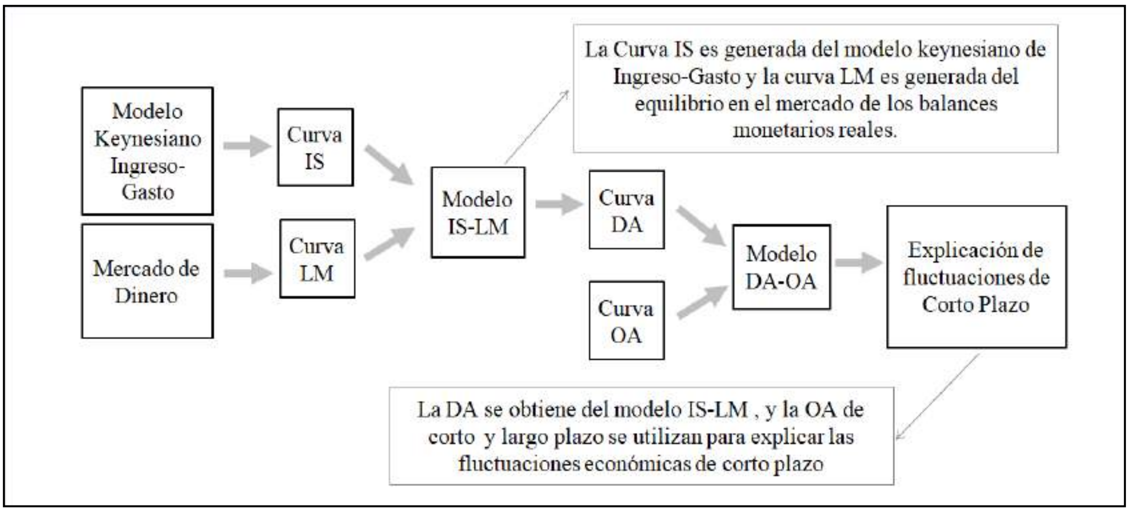
CAPÍTULO 7
EL MODELO IS-LM, Y EL MODELO DE DEMANDA Y OFERTA AGREGADA

7.1 El modelo de Demanda y Oferta Agregada: Conceptos básicos

El modelo IS-LM utilizado hasta aquí para analizar los efectos de las políticas macroeconómicas, básicamente fiscal y monetaria, es de corto plazo porque supone que los precios están dados y exógenos. En consecuencia, no permite analizar las causas del incremento de los precios y de la inflación. Para analizar los ajustes de precios y las causas de su variación, se tiene que levantar el supuesto del nivel de precios dado exógenamente. Esto significa que del corto plazo hay que pasar al plazo medio, pues el largo plazo corresponde a la teoría del crecimiento económico.

El siguiente Gráfico 7.1 ilustra la relación de modelo Ingreso-Gasto, el modelo IS-LM, y la curva de OA, con el modelo de OA-DA.

Gráfico 7.1
Modelo de Oferta y Demanda Agregada



❖ *La función de Demanda Agregada*

La Demanda agregada (DA) es un locus de puntos de equilibrio que relaciona inversamente el nivel de precios con las cantidades demandas.

La demanda agregada puede definirse como el total de compras de productos y servicios de una economía realizada por consumidores, gobierno, empresas y el resto del mundo a un determinado nivel de precios. Es lo que se ha definido como el gasto agregado, es decir, la suma de las demandas de consumo, inversión, gasto público y exportaciones netas de importaciones, a un nivel de precios dado. Si los precios varían, este gasto agregado también varía, pero en sentido contrario: si el nivel de precios aumenta, la cantidad demanda de bienes y servicios, disminuye.

Esta relación inversa entre cantidad demandada y nivel de precios, se obtiene del modelo IS-LM. Es importante recordar que, en el corto plazo, bajo el supuesto de un nivel de precios dado, la oferta agregada implícita es infinitamente elástica. La cantidad producida está, entonces, determinada por la demanda. La oferta de producción se ajusta a la demanda, la misma que está determinada por el modelo IS-LM. Los cambios en el nivel de precios alteran el equilibrio en la economía, pues provocan variaciones, tanto en la tasa de interés como en el nivel de ingreso o demanda agregada.

▪ **Derivación de la curva de Demanda Agregada**

Supongamos que la economía se encuentra en equilibrio simultáneo en el mercado de bienes y de dinero (punto A en el gráfico siguiente). Si los precios disminuyen por ejemplo de P_0 a P_1, se produce un exceso de oferta real de dinero que da lugar a un desplazamiento de la curva LM. En el nuevo equilibrio (punto B) la tasa de interés es menor (ha bajado de r_0 a r_1), pero el gasto agregado o demanda agregada de equilibrio ha subido de Y_0 a Y_1. Si los precios siguen bajando (por ejemplo, de P_1 a P_2), la nueva demanda agregada de equilibrio (punto C) habrá aumentado esta vez de Y_1 a Y_2.

Los puntos de equilibrio A, B y C corresponden a pares ordenados de (Y_0, P_0), (Y_1, P_1) y (Y_2, P_2) que pueden identificarse en el plano *(Y, P)*, como se observa en el Gráfico 7.2. Uniendo lo puntos A, B, y C, se obtiene el *locus* de puntos de equilibrio que representa la demanda agregada y que muestran la relación negativa entre *Y* y *P*.

Matemáticamente, la forma de la función de demanda agregada se puede obtener de las ecuaciones de la IS y la LM, eliminando “r” y despejando P. Para efectuar esta operación se supondrá que P no está dado.

Ecuación de la IS: $$r = \frac{\beta_0}{h} - \frac{\beta_1}{h}Y$$

Ecuación de la LM: $r = -\frac{1}{j}\frac{M_0^s}{\boldsymbol{P}} + \frac{k}{j}Y$

Eliminando "r" y despejando P, se obtiene:

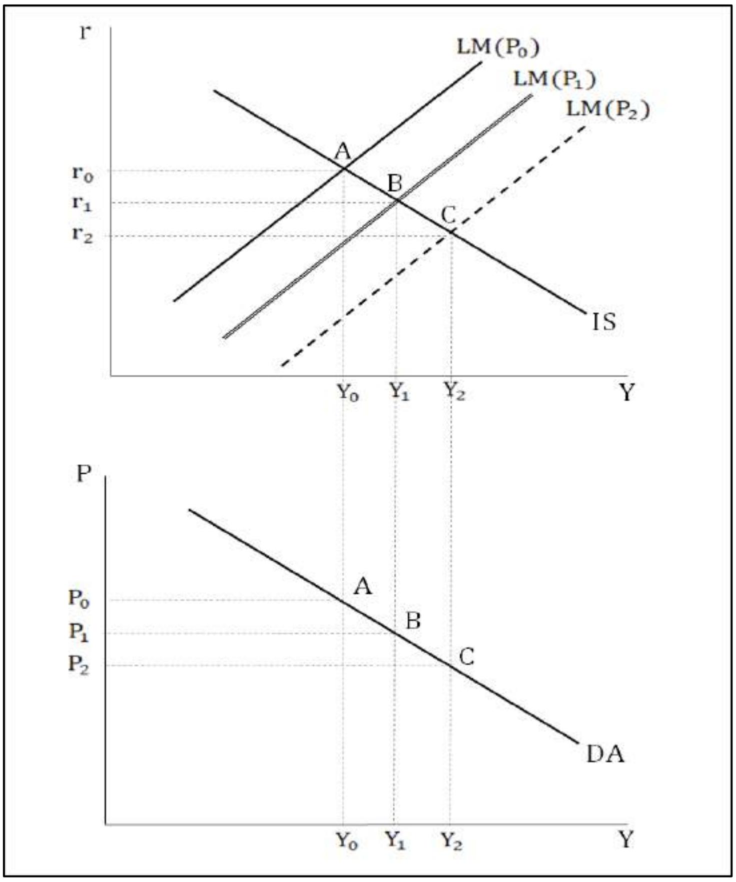
$$P = \frac{hM_0^s}{-j\beta_0 + (j\beta_1 + hk)Y}$$

O, también se puede escribir la ecuación de la demanda agregada, como sigue:

$$Y = \frac{j\beta_0}{j\beta_1 + hk} + \left(\frac{hM_0^s}{j\beta_1 + hk}\right)\frac{1}{P}$$

Esta función, con la forma de una hipérbola, relaciona inversamente el nivel de precios con la demanda de equilibrio o ingreso Y, o viceversa.

Gráfico 7.2
Derivación de la Curva de Demanda Agregada



Si aumenta un componente de β_0, como el gasto fiscal, por ejemplo, la curva de demanda se desplaza a la derecha. Y, si aumenta la cantidad de dinero con la aplicación de una política monetaria expansiva aumentan las pendientes de la curva de DA.

El Gráfico 7.2 representa una relación lineal que puede provenir de una ecuación del equilibrio del mercado monetario como el siguiente:

$$M_0^s - P = kY - jr$$

Despejando "r", se obtiene:

$$\boldsymbol{P = \frac{hM_0^s + j\beta_0}{h} - \frac{j\beta_1 + hk}{h}Y}$$

Claramente, esta función es de una recta con pendiente positiva. En este caso, es claro que la política monetaria o fiscal solo afecta el intercepto de la curva de DA, dando lugar a desplazamientos de esta curva, a la derecha o a la izquierda, según sea el caso.

❖ *La función de Oferta Agregada, OA*

La oferta agregada, OA, es la cantidad de bienes y servicios que el conjunto de empresas de la economía de un determinado país, están dispuestas a ofrecer, en un período dado, a un precio determinado. La oferta agregada puede ser de corto y de largo.

- **OA de pleno empleo o de Largo Plazo:**

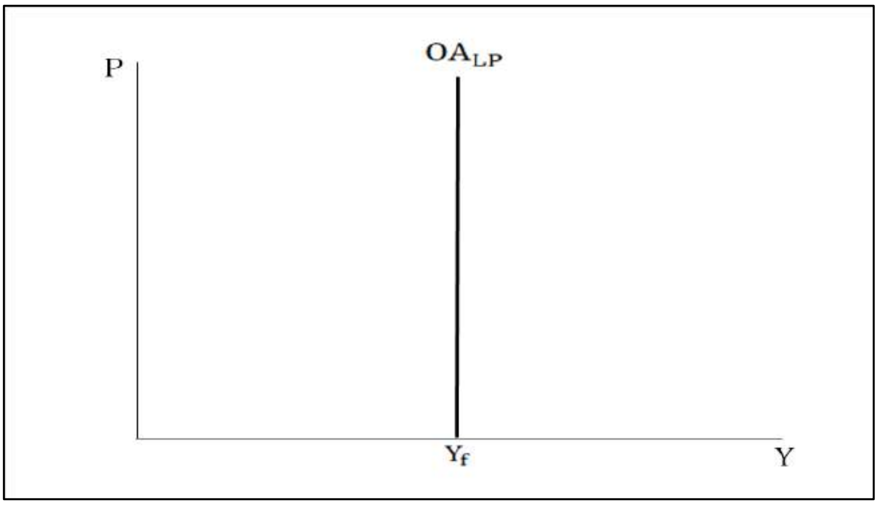
Está determinada por la Función de producción de la economía que supone que el producto varía con el nivel de empleo suponiendo el stock de capital constante, $Y_f = F(N, \bar{K})$, y el nivel de empleo que corresponde al equilibrio del mercado de trabajo, (N_f). Con ambos se determina el producto de pleno empleo (Y_f) u oferta agregada de pleno empleo.

La función de producción describe cómo los factores de producción capital, "K", y trabajo, "L", se combinan con una tecnología, "T", para generar una cantidad de producto "Y". Lo que quiere decir que "Y" es producido utilizando estos tres factores.

- *Trabajo (L):* Se mide por el número de horas-hombre de trabajo, y comprende el conjunto de personas cuyas edades están entre los 14-65 años según la OIT (las que están fuera del rango no se consideran parte de la fuerza laboral).

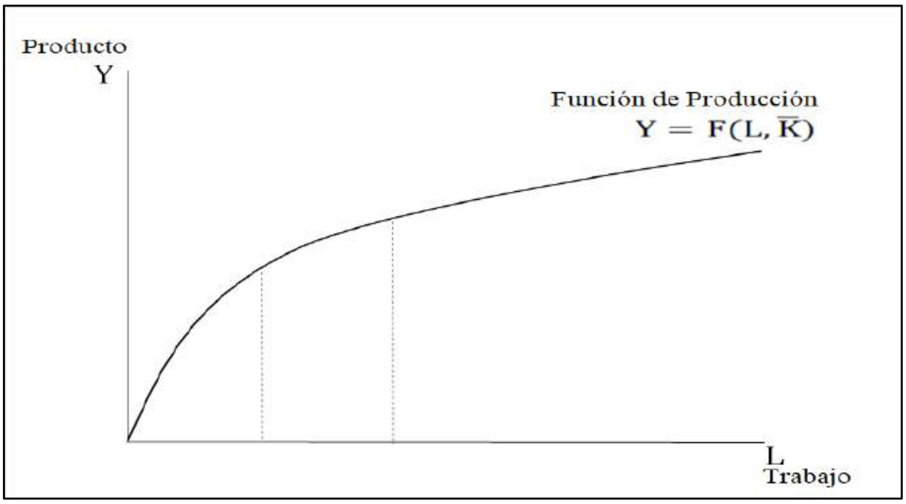
- *Capital (K):* Es una variable de stock formada por inversiones periódicas en maquinarias, equipos, estructura de la planta, etc. Es un indicador del grado de desarrollo de un país.
- *Tecnología (T):* Es la forma de combinar los factores de capital y trabajo, que comprende conocimientos y procedimientos para producir bienes y servicios.

Gráfico 7.3
Curva de oferta agregada a Largo Plazo



La versión neoclásica de esta función, que es la que se utiliza aquí, aparte de suponer que los factores de producción deben ser sustitutos perfectos, debe tener las siguientes características: a) rendimientos constantes a escala; b) rendimientos marginales positivos y decrecientes de los factores; c) debe satisfacer las condiciones de INADA; y, d) cumplir con el teorema de Euler. El gráfico que sigue representa a esta función en el corto plazo, porque se supone que el único factor que varía es el trabajo.

Gráfico 7.4
Función de Producción Neoclásica



El factor capital se supone que permanece constante. A largo plazo, cuando varían los dos factores capital y trabajo, la función de producción utilizada en teoría del crecimiento se expresa en su forma intensiva: el producto per cápita depende del capital per cápita (conocida también como intensidad de capital), $y = f(k)$.

Características de una función de producción neoclásica bien comportada

La siguiente función de producción $\mathrm{Y} = \mathrm{F}(\mathrm{K}, \mathrm{L})$, para ser neoclásica debe tener las siguientes características:

1) Rendimientos constantes a escala o función homogénea de grado 1

$$Y = F(K, L) \rightarrow \; t^n Y = F(tK, tL), n = 1$$

2) Productividades marginales positivos y decrecientes de los factores K y L:

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{K}} > 0 \, , \frac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial \mathrm{K}^2} < 0, \; \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{L}} > 0 \, , \frac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial \mathrm{L}^2} < 0$$

Cuando K y L aumentan, también el producto el producto, pero cada vez en menor proporción.

3) Condiciones de INADA:

- $\lim\limits_{K \to 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \infty \qquad \lim\limits_{L \to 0} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty$

Cuando los factores son escasos su rendimiento marginal es muy alto.

- $\lim\limits_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = 0, \quad \lim\limits_{L \to \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = 0$

Cuando los factores son abundantes su remuneración se aproximará a cero.

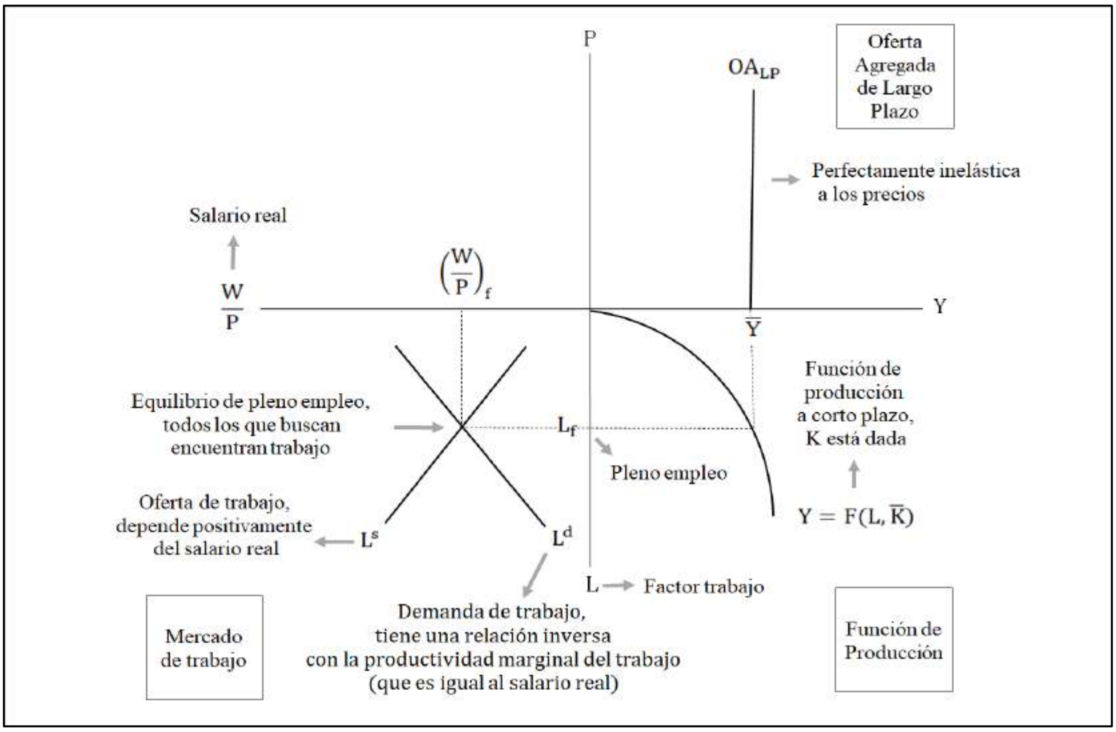
4) Cumplimiento del Teorema de Euler: El producto se agota si los factores K y L reciben como remuneración su producto marginal.

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{K}} \mathrm{K} + \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \mathrm{L}} \mathrm{L} = \mathrm{F}(\mathrm{K}, \mathrm{L}) = \mathrm{Y} \rightarrow (\mathrm{rK} + \mathrm{wL} = \mathrm{Y})$$

Esta es la función de producción neoclásica que se utiliza en la determinación de la Oferta Agregada de largo plazo. Muestra rendimientos o productividades marginales del trabajo, positivos y decrecientes. En el largo plazo, el producto Y es igual a su nivel Potencial o de pleno empleo.

El Gráfico 7.5 describe cómo se determina la OA a largo plazo. Todos los ejes son positivos. En el mercado de trabajo se determina el salario real y el empleo de equilibrio. Todos los que buscan trabajo encuentran trabajo. La oferta es igual a la demanda, por lo tanto, hay pleno empleo. Con este empleo de equilibrio y la función de producción se determina la oferta agregada de pleno empleo que es perfectamente inelástica a los precios.

Gráfico 7.5
Determinación de la Oferta Agregada de Largo plazo



La Función de producción Cobb-Douglas es neoclásica: $Y = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$

1) Es homogénea de grado 1:

$$tY = (tK)^{\alpha}(tL)^{1-\alpha}$$

$$tY = t^{\alpha}K^{\alpha}t^{1-\alpha}L^{1-\alpha} \quad \Rightarrow \quad tY = tK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

2) Los factores de producción K y L tienen productividades marginales positivas y decrecientes:

$$\frac{\partial F}{\partial L} = (1-\alpha)K^{\alpha}L^{-\alpha} = (1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} = -\alpha(1-\alpha)K^{\alpha}L^{-(\alpha+1)} < 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = \alpha\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} = \alpha(\alpha-1)K^{\alpha-2}L^{1-\alpha} < 0$$

3) Satisface las condiciones de Inada:

$$\lim_{L\to 0}\left[(1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\right] = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{L\to\infty}\left[(1-\alpha)\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\right] = 0$$

$$\lim_{K\to 0}\left[\alpha\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}\right] = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{K\to\infty}\left[\alpha\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}\right] = 0$$

4) Satisface el Teorema de Euler:

$$\frac{\partial F}{\partial K}K + \frac{\partial F}{\partial L}L = Y$$

$$(\alpha)K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}(K) + (1-\alpha)L^{-\alpha}K^{\alpha}(L) = \alpha K^{\alpha}L^{1-\alpha} + L^{1-\alpha}K^{\alpha} - \alpha K^{\alpha}L^{1-\alpha} = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

$$K^{\alpha}L^{1-\alpha} = Y$$

- **OA de corto plazo a nivel de precios dado:**

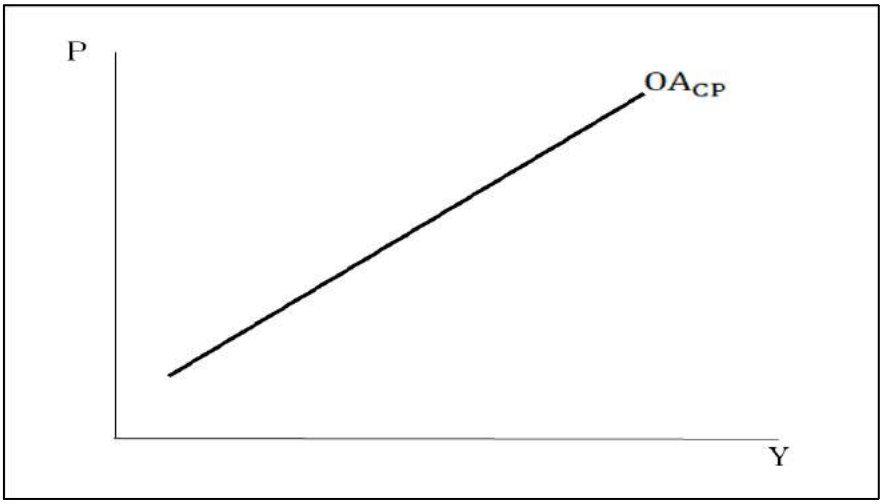
La oferta agregada de corto plazo es infinitamente elástica a un nivel de precios dado. También la denominan oferta agregada de cortísimo plazo. Este tipo de oferta supone que, al nivel de precios dado, las empresas están dispuestas a producir y ofertar cualquier nivel de producción. Por el lado del mercado de trabajo, eso significa que, a corto plazo, la demanda es también infinitamente elástica a un nivel de salario real, puesto que los precios y salarios están fijos.

Gráfico 7.6
Oferta Agregada de corto plazo a un nivel de precios dado

- **OA de corto plazo con pendiente positiva**

Esta es la oferta que se define como una función que relaciona directamente el nivel de precios, P, con el nivel de oferta, Y. Tiene, por lo tanto, pendiente positiva. El salario nominal, los precios de otros recursos y el PBI potencial permanecen constantes o están dados.

Gráfico 7.7
Oferta Agregada de corto plazo con pendiente positiva



El corto plazo es un periodo en el cual el producto (Y) se ubica por debajo o por encima de su nivel de largo plazo, llamado Producto Potencial o de pleno empleo ($\overline{Y}$ o Y_f), y cuando la tasa de desempleo se encuentra por encima o por debajo de la tasa natural de desempleo (μ_n). Esta curva de OA de corto plazo se puede representar con la siguiente ecuación:

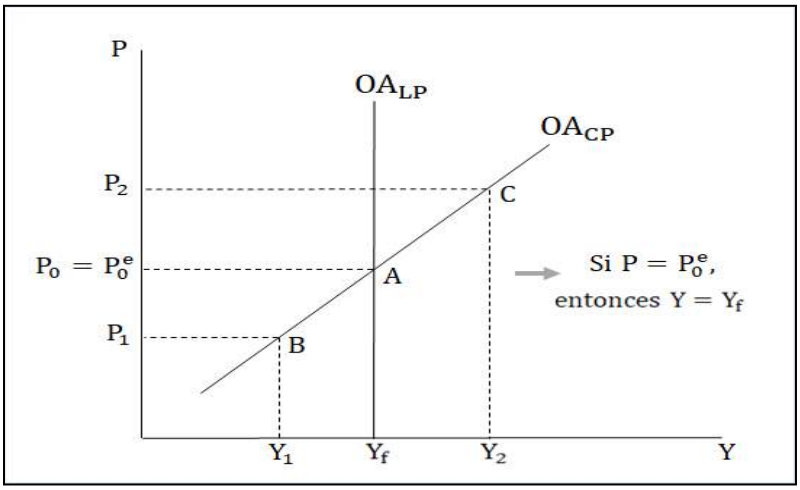
$$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$$

Donde $P^e - \theta\overline{Y}$ es el intercepto y θ la pendiente (que indica cómo reaccionan los precios ante el desvío del producto respecto del producto del pleno empleo. A esta diferencia se le conoce con el nombre de brecha del producto). La variable P^e es el nivel esperado de los precios.

Cuando $P = P^e$, entonces el producto está en su nivel de pleno empleo o en su nivel potencial de largo plazo; es decir, $Y - \overline{Y} = 0$. A corto plazo el nivel de precios P puede ubicarse por encima o por debajo de su nivel esperado; por siguiente a corto plazo, dadas las expectativas, habrá una relación directa entre los niveles de precios y los niveles de producción ofertados (véase Gráfico 7.8).

En el punto A: $P_0 = P_0^e$, por lo tanto, el nivel de producción está en su nivel de pleno empleo, $Y = Y_f$. En el punto B, el precio está por debajo de su nivel esperado, $P_1 < P_0^e$, y consecuentemente el producto está por debajo de su nivel de pleno empleo o de largo plazo, $Y_1 < Y_f$. Finalmente, en el punto C el precio está por encima de su nivel esperado, $P_2 > P_0^e$, y, por lo tanto, el producto está por encima de su nivel potencial o de largo plazo, $Y_2 > Y_f$.

Gráfico 7.8
Curvas de Oferta Agregada de largo plazo y de corto plazo



Cuando la brecha del producto es cero, y el nivel de precios es igual a su nivel esperado, la Oferta Agregada es igual el producto de pleno empleo. Esta oferta agregada es de largo plazo y es totalmente inelástica a los precios (vertical al eje del producto). Supone perfecta flexibilidad de precios. Entre esta oferta agregada y la de cortísimo plazo (paralelo al eje del producto) que supone perfecta rigidez de precios, está la curva de oferta agregada de corto plazo con pendiente positiva, que presupone la existencia de un trade-off entre inflación y desempleo. Cuando la brecha del producto es positiva, cae la tasa de desempleo hasta situarse por debajo de la tasa natural y suben los precios. Lo contrario ocurre cuando la brecha del producto es negativa: aumenta la tasa de desempleo hasta situarse por encima de la tasa natural y caen los precios.

Hay tres teorías que explican la Oferta Agregada de corto plazo con pendiente positiva. Se puede reescribir la ecuación de esta oferta como sigue:

$$\mathrm{Y} = \overline{\mathrm{Y}} + \alpha(\mathrm{P} - \mathrm{P^e})$$

Donde $\alpha > 0$, Y es el producto, $\overline{\mathrm{Y}}$ el producto de pleno empleo o natural, P es el nivel de precios y $\mathrm{P^e}$ es nivel de precios esperado. Esta ecuación indica que el producto se desvía de su nivel natural o de pleno empleo cuando el nivel de precios se desvía del nivel de precios esperado. El coeficiente "α" expresa cuánto responde el producto al cambio inesperado en los precios, *su inversa es la pendiente de la curva de oferta agregada de corto plazo "OA".*

La oferta agregada de corto plazo, en las tres teorías, tiene la misma forma funcional, pero cada teoría destaca una razón diferente de *por qué los movimientos inesperados en el nivel de precios están asociados con las fluctuaciones del producto agregado.*

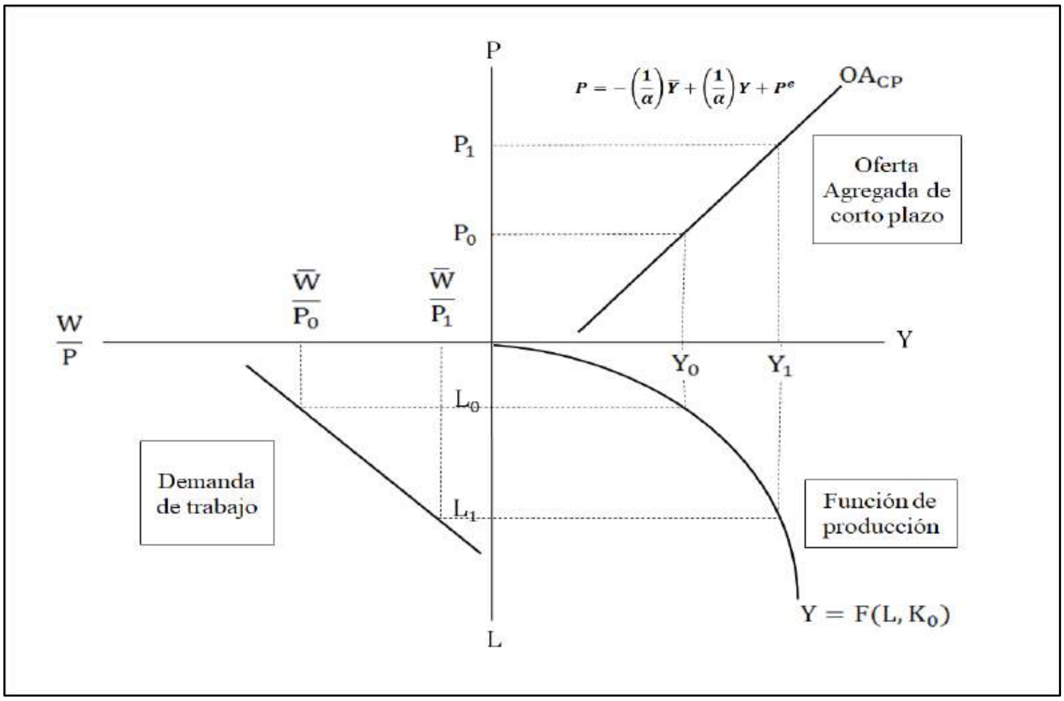
I. La teoría que supone salarios nominales rígidos a corto plazo

Si los salarios nominales están rígidos, un aumento inesperado del nivel de precios de P_0 a P_1, reduce el salario real abaratando el trabajo. Recuérdese que la demanda de trabajo depende inversamente del salario real.

Un salario real más bajo induce a las empresas a demandar y contratar más trabajadores y, por lo tanto, a producir una mayor cantidad de bienes y servicios. Esto muestra que existe una relación positiva entre el nivel de precios, P, y la oferta de producción, Y, que describe precisamente a una curva de oferta agregada, OA, con pendiente positiva: a mayores precios se ofrece mayores cantidades de producción.

Es importante señalar que, de acuerdo con esta teoría, hay una relación contracíclica entre el salario real y el producto: cuando el salario real disminuye el producto aumenta. Sin embargo, los datos reales sugieren la existencia de una relación procíclica.

Gráfico 7.9
La Oferta Agregada con Salarios Nominales rígidos a corto plazo



I La teoría que supone rigidez de precios

Según esta teoría, existen empresas que no ajustan sus precios ante variaciones en la demanda, por alguna de las siguientes razones: a) tienen contratos a largo plazo con los clientes; b) mantienen sus precios rígidos para no incomodar a sus clientes con frecuentes cambios de precios; o, c) porque es costoso alterar los precios ya que han impreso y distribuido un catálogo de precios. Estas empresas que no ajustan sus precios, anuncian sus precios por adelantado en base a lo que esperan sobre lo que serán las condiciones económicas:

$$p = P^e + a(Y^e - \bar{Y})$$

Si se supone que estas empresas esperan que la producción esté en su tasa natural, el último término de la ecuación será igual a cero. Estas empresas fijan su precio basándose en lo que esperan que otras empresas cobren.

$$p_A = P^e$$

Pero hay un *segundo tipo* de otras empresas que si pueden variar sus precios inmediatamente. Estas fijan sus precios de acuerdo con la siguiente ecuación

$$p_B = P + a(Y - \overline{Y})$$

El precio deseado "p" de la empresa depende de dos variables macroeconómicas: a) del nivel general de precios "P", donde un nivel de precios más alto implica que los costos de la empresa son más altos, por lo que la empresa quiere cobrar más por su propio producto; y, b) del nivel de ingreso agregado "Y", donde un nivel de ingresos más alto eleva la demanda del producto de la firma, por lo que las empresas aumentan los precios para cubrir los mayores costos marginales. El parámetro "a" mide cuánto responde el precio deseado de la empresa al nivel de producción agregada.

Con las reglas de estos dos tipos de empresas (que no operan en competencia perfecta), obtiene la ecuación de la oferta agregada con pendiente positiva.

El nivel general de precios en la economía, será el promedio ponderado de los precios fijados por los dos tipos de empresas. Si "f" es la fracción de firmas con precios rígidos y “1-f" la fracción con precios flexibles, entonces el nivel de precios general será:

$$P = fp_A + (1 - f)p_B$$

$$P = fP^e + (1 - f)[P + a(Y - \overline{Y})]$$

Restando “$(1 - f)P$” de ambos lados de la ecuación anterior se obtiene:

$$fP = fP^e + (1 - f)[a(Y - \overline{Y})]$$

Dividiendo ambos lados por "f" nos da:

$$P = P^e + \left[\frac{a(1 - f)}{f}\right](Y - \overline{Y})$$

Reordenando la ecuación se obtiene la curva de OA de corto plazo:

$$\mathrm{Y} = \overline{\mathrm{Y}} + \alpha(\mathrm{P} - \mathrm{P^e}) \ \text{ donde } \ \alpha = \frac{\mathrm{f}}{[(1 - \mathrm{f})\mathrm{a}]}$$

Al igual que los otros modelos, este dice que la desviación del producto de su tasa natural se asocia positivamente con la desviación del nivel de precios con respecto de su nivel esperado.

II La teoría que supone información imperfecta

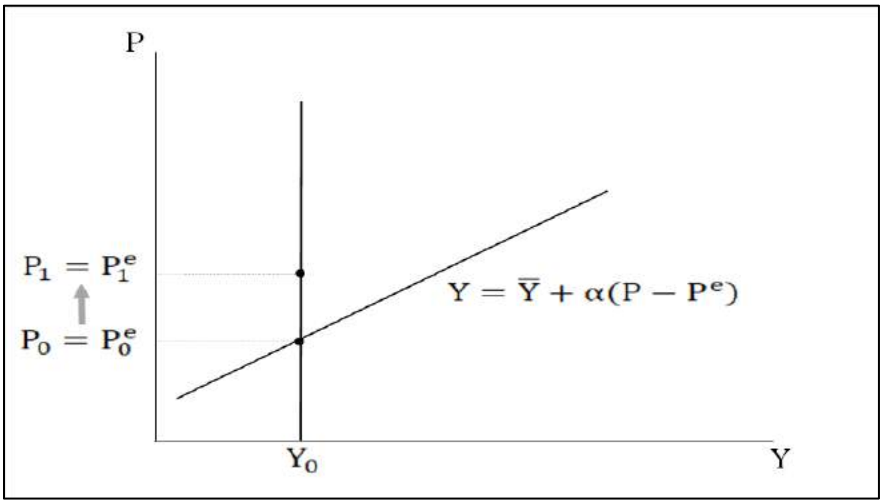
A diferencia de la teoría salarios nominales rígidos, esta nueva teoría supone información imperfecta, que los salarios y los precios son libres de ajustarse y que el mercado de trabajo se equilibra. La curva OA tiene pendiente positiva debido a las percepciones erróneas temporales sobre los precios.

Cada empresa individual observa su propio precio de cerca, pero debe adivinar el nivel general de precios y formarse una expectativa.

a. Si todos los precios de la economía (no observados) aumentan incluyendo el propio precio de la empresa proveedora (observado), tal como la empresa individual lo espera, entonces $P = P^e$ y la producción permanece sin cambios. *La percepción es tal que el precio relativo para la empresa individual no ha cambiado.*

Gráfico 7.10

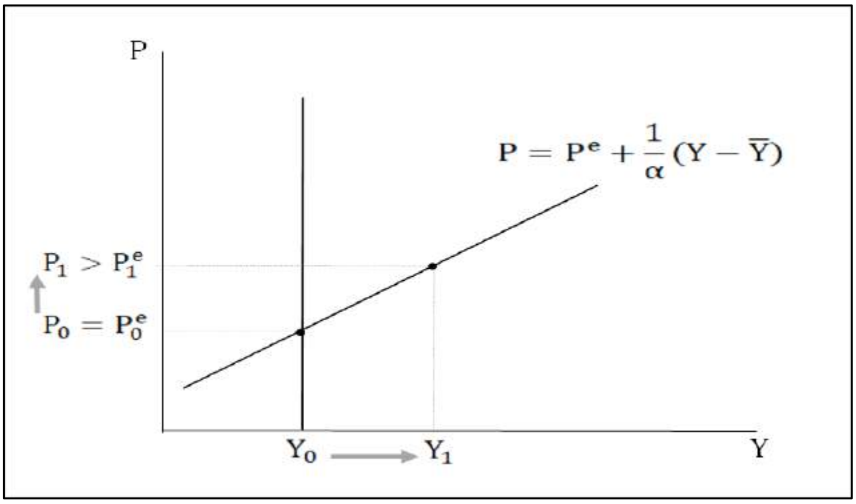
Curva de Oferta Agregada: Cuando $\mathrm{P} = \mathrm{P^e}$



b. Si todos los precios de la economía (no observados) aumentan incluyendo el precio de la empresa individual (observado), pero esta empresa no lo esperaba, entonces la empresa individual tiene una percepción errónea de que el precio relativo de su propio producto ha aumentado ($P > P^e$). La empresa produce entonces una mayor cantidad de producto.

Gráfico 7.11

Curva de Oferta Agregada: Cuando $P > P^e$



De la ecuación anterior se obtiene:

$$P = P^e + \frac{1}{\alpha}(Y - \overline{Y})$$

Por lo tanto, cuando los precios reales superan los precios esperados, los proveedores aumentan su producción. La relación positiva entre P e Y significa que la curva de OA tiene pendiente positiva. Un inesperado nivel de precios alto provoca que algunos oferentes piensen que sus precios relativos han subido, lo que induce un aumento de la producción.

En resumen, las tres teorías explican por qué la curva de OA tiene pendiente positiva en el corto plazo: sea porque los salarios nominales son rígidos, o porque los precios son rígidos, o porque la información sobre los precios es imperfecta. En la economía pueden existir cualesquiera de estas tres de estas imperfecciones del mercado, y todas explican por qué la curva de OA de corto plazo tiene pendiente positiva. Los tres casos pueden ser resumidos por la ecuación:

$$Y = \overline{Y} + \alpha(P - P^e)$$

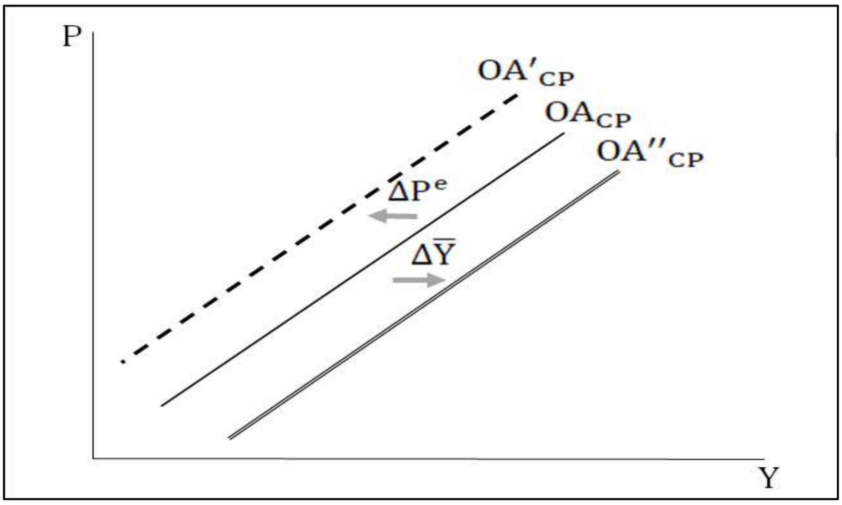
O por la ecuación que se utiliza en los gráficos de estática comparativa:

$$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$$

Cambios en P y en Y, dan lugar a cambios a lo largo de la curva. Las variables de desplazamiento son el nivel de precios esperado y el producto de pleno empleo.

Gráfico 7.12

Desplazamiento de la curva de OA a Corto Plazo con pendiente positiva



Por ejemplo, si aumenta el precio esperado, la curva de Oferta Agregada se desplazará hacia la izquierda. Para todos los niveles de producción, los precios serán mayores. De otro lado, un aumento del producto de pleno empleo desplazará la curva de OA hacia la derecha. Para todos los niveles de producción, los precios serán menores.

7.2 El Modelo de OA-DA: La Oferta Agregada infinitamente elástica a un nivel de precios dado

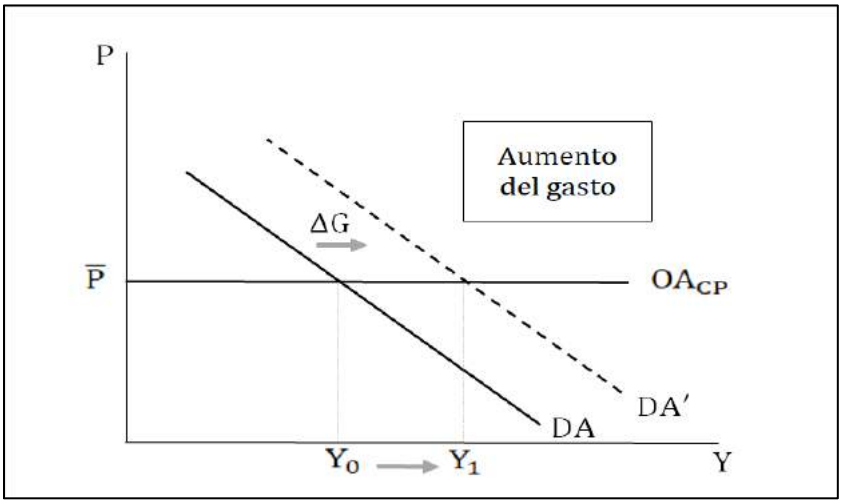
En lo que sigue, para la realización de los gráficos, supondremos que la Demanda Agregada es lineal con una pendiente negativa. La Oferta Agregada infinitamente elástica a un nivel de precios dado y la Demanda Agregada, constituyen un modelo de corto plazo o cortísimo plazo.

Si se diera un aumento exógeno del nivel de precios, $\overline{P}$, en ese caso la recta OA_{CP} se desplazaría hacia arriba, lo contrario ocurriría con una disminución exógena del nivel de precios.

❖ *Política fiscal expansiva (Aumento en el gasto de gobierno)*

Un incremento del Gasto del gobierno, aumenta la demanda agregada. La curva de DA se desplaza hacia la derecha (véase gráfico). El exceso de demanda que se genera en el mercado, se elimina con el aumento del producto y del ingreso. El ajuste en el mercado es por cantidades y no por precios.

Gráfico 7.13
Política fiscal expansiva a muy corto plazo



DA inicial: $P = \frac{hM_0^S}{-j\beta_0+(j\beta_1+hk)Y}$

OA: $\overline{P}$

Con la política fiscal expansiva, aumenta β_0 a β'_0. Por lo tanto, aumentará el valor del ingreso de equilibrio. Cuando la OA=DA, el ingreso o producto de equilibrio será igual a:

$$Y_1 = \frac{j\beta'_0}{j\beta_1 + hk} + \left(\frac{hM_0^s}{j\beta_1 + hk}\right)\frac{1}{\overline{P}}$$

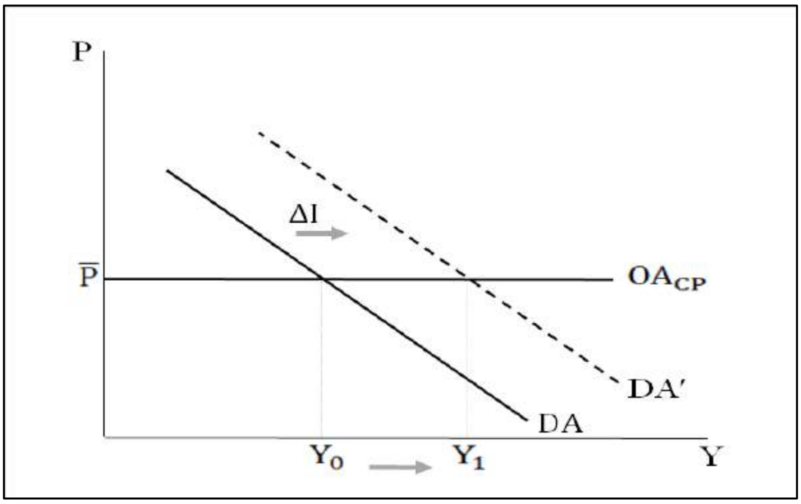
Donde $Y_0 < Y_1$. El ingreso en el equilibrio inicial es Y_0

❖ *Política monetaria expansiva (Aumento en la oferta de dinero)*

El aumento de la oferta de dinero al dar lugar a una disminución de la tasa de interés, incrementa la inversión y, por lo tanto, la Demanda Agregada. (Nota: como veremos en el siguiente capítulo, la reducción de la tasa de interés también puede incrementar el tipo de cambio; con lo cual aumentan las exportaciones netas de importaciones, NX. En este caso la demanda agregada aumentaría en: $\Delta I + \Delta NX$).

Gráfico 7.14

Análisis de una política monetaria expansiva a muy corto plazo



DA inicial: $P = \frac{hM_0^s}{-j\beta_0 + (j\beta_1 + hk)Y}$ o $Y = \frac{j\beta_0}{j\beta_1 + hk} + \left(\frac{hM_0^s}{j\beta_1 + hk}\right)\frac{1}{P}$

OA: $\overline{P}$

El valor de equilibrio del ingreso o producto (cuando OA=DA), será:

$$Y_1 = \frac{j\beta_0}{j\beta_1 + hk} + \left(\frac{hM_1^s}{j\beta_1 + hk}\right)\frac{1}{\overline{P}}$$

Donde: $M_0^s < M_1^s$. Cambió la posición de la curva de DA; y, $Y_0 < Y_1$. El ingreso en el equilibrio inicial es Y_0.

Los mismos resultados los podemos obtener desarrollando el modelo de economía cerrada, con matrices. El modelo es:

Demanda Agregada:

$Y = C_0 + b(1-t)Y + I_0 - hr + G_0$

IS: $[1 - b(1-t)]Y = C_0 + I_0 + G_0 - hr$

LM: $\dfrac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$

Oferta Agregada:

$P = \overline{P}$

Diferenciamos totalmente las ecuaciones de la IS y de la LM y las reordenamos por exceso de demanda:

$$d\beta_0 - \beta_1 dY - hdr = 0$$

$$kdY - jdr - \frac{1}{P_0}dM_0^s + \frac{M_0^s}{P_0^2}dP = 0$$

Donde: $d\beta_0 = (dC_0 + dI_0 + dG_0)$ y $\beta_1 = [1 - b(1-t)]$

De acuerdo con la ecuación de la oferta agregada, el nivel de los precios está dado; por lo tanto, $dP = d\overline{P} = 0$. La ecuación de la LM se puede reescribir de la siguiente manera:

$$kdY - jdr - \frac{1}{P_0}dM_0^s = 0$$

Reordenando las variables endógenas en términos de las variables exógenas:

$$-\beta_1 dY - hdr = -d\beta_0$$

$$kdY - jdr = \frac{1}{P_0} dM_0^s$$

La expresión matricial de estas dos ecuaciones sería la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Se puede demostrar que el sistema es estable, evaluando si la matriz que pre-multiplica al vector de las variables endógenas cumple las condiciones de estabilidad:

- *Traza:* $\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix} = -j - \beta_1 < 0$
- *Determinante:* $\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix} = j\beta_1 - (-hk) > 0$

Como el sistema es estable, se puede despejar el vector de las variables endógenas y encontrar la matriz de multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

La inversa de la matriz que pre-multiplica al vector de las endógenas será la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(j\beta_1 + hk)} \operatorname{cof} \begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{T}$$

Hallando la matriz de cofactores:

$$c_{11} = (-j)(-1)^2 = -j$$

$$c_{12} = (k)(-1)^3 = -k$$

$$c_{21} = (-h)(-1)^3 = h$$

$$c_{22} = (-\beta_1)(-1)^4 = -\beta_1$$

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(j\beta_1 + hk)} \begin{bmatrix} -j & -k \\ h & -\beta_1 \end{bmatrix}^T$$

La inversa de la matriz será, entonces, la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1 & -h \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(j\beta_1 + hk)} \begin{bmatrix} -j & h \\ -k & -\beta_1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando la inversa de la matriz en el sistema anterior:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{(j\beta_1 + hk)} \begin{bmatrix} -j & h \\ -k & -\beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Finalmente se obtendrá la matriz de los multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{(j\beta_1 + hk)} \begin{bmatrix} j & \frac{h}{P_0} \\ k & -\frac{\beta_1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Los efectos en el producto de un aumento en el gasto público y de un aumento en la cantidad de dinero, serán:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{j}{hk + j\beta_1} > 0$$

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{h}{P_0(hk + j\beta_1)} > 0$$

Al mismo resultado se llega resolviendo el modelo de DA-OA. De las ecuaciones de la IS y la LM se obtiene la demanda agregada, Despejamos el "*dr*" en cada una de las ecuaciones y luego igualamos para obtener la ecuación de la DA.

IS: $\mathrm{dr} = \frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} - \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\mathrm{dY}$

LM: $\mathrm{dr} = -\frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s} + \frac{\mathrm{M_0^s}}{\mathrm{jP_0^2}}\mathrm{dP} + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}}\mathrm{dY}$

La ecuación de la demanda agregada (DA) resulta de igualar ambas ecuaciones:

$$\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} - \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\mathrm{dY} = -\frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s} + \frac{\mathrm{M_0^s}}{\mathrm{jP_0^2}}\mathrm{dP} + \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}}\mathrm{dY}$$

Demanda Agregada: $\mathrm{dP} = \frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} + \frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s}\right) - \frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}} + \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\right)\mathrm{dY}$

Oferta Agregada: $\mathrm{P} = \overline{\mathrm{P}}$,

De estas dos ecuaciones, como el nivel de precios está dado (Oferta Agregada de cortísimo plazo), entonces $\mathrm{dP} = 0$. En consecuencia:

$$0 = \frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} + \frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s}\right) - \frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}} + \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\right)\mathrm{dY}$$

$$\frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}} + \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\right)\mathrm{dY} = \frac{\mathrm{jP_0^2}}{\mathrm{M_0^s}}\left(\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} + \frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s}\right)$$

$$\left(\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{j}} + \frac{\beta_1}{\mathrm{h}}\right)\mathrm{dY} = \left(\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{h}} + \frac{1}{\mathrm{jP_0}}\mathrm{dM_0^s}\right)$$

El incremento del producto cuando por unidad de aumento del gasto del gobierno, dG_0, es igual a:

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{dG_0}} = \frac{\mathrm{j}}{\mathrm{hk} + \mathrm{j}\beta_1} > 0$$

Análogamente, el incremento del producto por unidad de aumento de la oferta de dinero, dM_0, es:

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{h}{P_0(hk + j\beta_1)} > 0$$

7.3 El modelo de OA-DA. La determinación del equilibrio y las condiciones de estabilidad: Análisis matricial con el sistema de tres ecuaciones

El modelo de oferta y demanda agregadas, OA-DA, incorpora las ecuaciones del modelo IS-LM (con el que se determina la demanda agregada) y la ecuación de la Oferta agregada.

Demanda Agregada:

IS: $[1 - b(1 - t)]Y = C_0 + I_0 + G_0 - hr$

LM: $\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$

Oferta Agregada:

$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$ donde $\overline{Y} = Y_f$

Diferenciando totalmente las tres ecuaciones:

$$[1 - b(1 - t)]dY = dC_0 + dI_0 + dG_0 - hdr$$

$$\frac{1}{P_0}dM_0^s - \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = kdY - jdr$$

$$dP = dP^e + \theta dY - \theta d\overline{Y}$$

Ordenando por exceso de demanda:

$$-[1 - b(1 - t)]dY - hdr + dC_0 + dI_0 + dG_0 = 0$$

$$kdY - jdr + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP - \frac{1}{P_0}dM_0^s = 0$$

Finalmente reordenamos las ecuaciones para expresarlas matricialmente:

$$-[1-b(1-t)]dY - hdr = -dC_0 - dI_0 - dG_0$$

$$kdY - jdr + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = \frac{1}{P_0}dM_0^s$$

$$\theta dY - dP = -dP^e + \theta d\overline{Y}$$

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & -h & 0 \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

❖ *Las condiciones de estabilidad*

Traza y determinante de la matriz que pre multiplica al vector de las endógenas deben ser menores que cero, y la suma de los menores de la diagonal principal debe ser mayor que cero. Se puede comprobar que se cumplen las condiciones de estabilidad.

Traza:

$$-[1-b(1-t)] - j - 1 < 0$$

Determinante:

$$-j[1-b(1-t)] - \frac{\theta h M_0^s}{{P_0}^2} - hk < 0$$

Suma de los menores de la diagonal principal:

$$\begin{vmatrix} -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 \\ \theta & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -[1-b(1-t)] & -h \\ k & -j \end{vmatrix} > 0$$

$$j + [1 - b(1 - t)] + [1 - b(1 - t)]j + hk > 0$$

❖ *La matriz de los multiplicadores*

El vector de las variables endógenas es igual a:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[1 - b(1 - t)] & -h & 0 \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

Ahora procederemos a obtener la inversa de la matriz relevante, que llamaremos “A”:

$$A = \begin{bmatrix} -[1 - b(1 - t)] & -h & 0 \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} j & -h & -h\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ k + \frac{\theta M_0^s}{{P_0}^2} & \gamma_0 & \gamma_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta j & -\theta h & \gamma_0 j + hk \end{bmatrix}$$

Donde $|A| = -j\gamma_0 - \frac{\theta h M_0^s}{{P_0}^2} - hk$, y $\gamma_0 = [1 - b(1 - t)]$

Reemplazando la matriz inversa en el sistema anterior, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} j & -h & -h\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ k + \frac{\theta M_0^s}{{P_0}^2} & \gamma_0 & \gamma_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta j & -\theta h & \gamma_0 j + hk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

Efectuando las operaciones de multiplicación respectivas, se obtiene la matriz de los multiplicadores, que es la matriz que premultiplica al vector de variables exógenas:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -j & -j & -j & -\frac{h}{P_0} & \frac{hM_0^s}{{P_0}^2} & -\frac{\theta hM_0^s}{{P_0}^2} \\ -\gamma_1 & -\gamma_1 & -\gamma_1 & \frac{\gamma_0}{P_0} & -\gamma_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \theta\gamma_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ -\theta j & -\theta j & -\theta j & \frac{-\theta h}{P_0} & -(\gamma_0 j + hk) & \theta(\gamma_0 j + hk) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

Donde: $\gamma_1 = \left(k + \frac{\theta M_0^s}{{P_0}^2}\right)$.

❖ *Estática comparativa en el modelo OA-DA en el Corto plazo*

En esta sección presentaremos los efectos de las política fiscal y monetaria en dos planos: en el plano del modelo IS-LM y en el plano de la OA-DA.

❖ **Política fiscal expansiva: efectos de un aumento en el gasto del gobierno** ($\mathbf{dG_0} > 0$)

Como ya sabemos, la política fiscal expansiva incrementa el producto y la tasa de interés, pero cuando la oferta agregada depende de los precios, entonces el incremento del gasto fiscal también aumenta el nivel de precios. Cuando aumenta el gasto del gobierno, aumenta la demanda, por lo tanto, la curva de demanda agregada se desplaza a la derecha. Las empresas responden elevando la producción y los precios, pues mayores niveles de producción implican costos de producción mayores. En otras palabras, el exceso de demanda que genera el aumento del gasto fiscal se elimina con aumentos de la producción y del nivel de precios.

Cuando el exceso de demanda en el mercado de bienes da lugar a un amento de los precios, la oferta real de dinero se reduce, lo que provoca un desplazamiento de la curva LM hacia la izquierda. El equilibrio se restaura con una tasa de interés más alta, con un mayor nivel de producción y con precios más altos (véase Gráfico 7.15).

Las expresiones matemáticas de estos efectos, obtenidos de la matriz de los multiplicadores, son:

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-j}{|A|} > 0$$

Efecto en la tasa de interés;

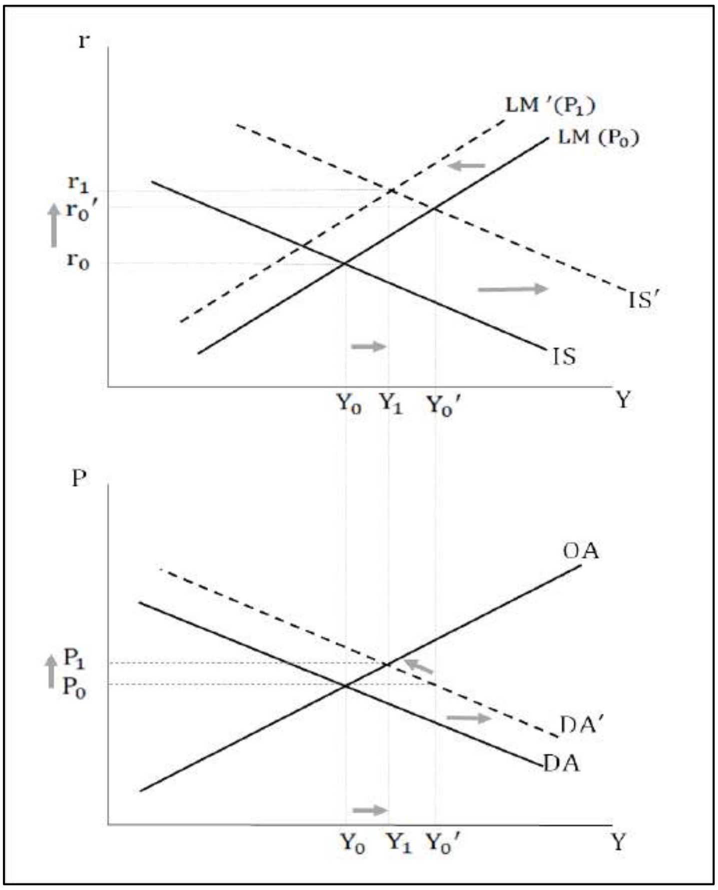
$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{-\left(k + \frac{\theta M_0^s}{{P_0}^2}\right)}{|A|} > 0$$

Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{dG_0} = \frac{-\theta j}{|A|} > 0$$

Gráfico 7.15

Modelo DA-OA: Efectos de una Política Fiscal Expansiva ($dG_0 > 0$)



El aumento de los precios que genera un aumento de la producción es igual a θ. Este resultado se obtiene reemplazando el efecto en el producto del incremento del gasto, en la ecuación que cuantifica su efecto en el nivel de precios.

$$\frac{dP}{dG_0} = \theta \frac{dY}{dG_0} > 0 \ \Rightarrow \ \frac{dP}{dY} = \theta > 0$$

Por último, el efecto en la tasa de interés de un aumento del gasto del gobierno tiene dos componentes: la tasa de interés sube porque al aumentar la demanda de dinero, la tasa de interés aumenta para equilibrar el mercado monetario; además, la tasa de interés aumenta porque al subir los precios, se reduce la oferta real de dinero y el exceso de demanda de dinero que genera se elimina con una nueva subida de la tasa de interés.

$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{-k}{|A|} + \frac{-\theta M_0^s}{P_0^2|A|} > 0$$

- **Política monetaria contractiva: efectos de la disminución en la oferta de dinero ($\mathbf{dM_0^s < 0}$)**

La reducción de la cantidad de dinero eleva la tasa de interés, esto reduce la inversión y consecuentemente la demanda agregada, con lo cual disminuye la producción. Además, el aumento de la demanda agregada da lugar a un aumento del nivel de precios. De la matriz de multiplicadores se obtiene la expresión matemática de estos efectos:

Efectos en el ingreso:

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{-h}{|A|P_0} > 0$$

Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{dr}{dM_0^s} = \frac{1 - b(1 - t)}{|A|P_0} < 0$$

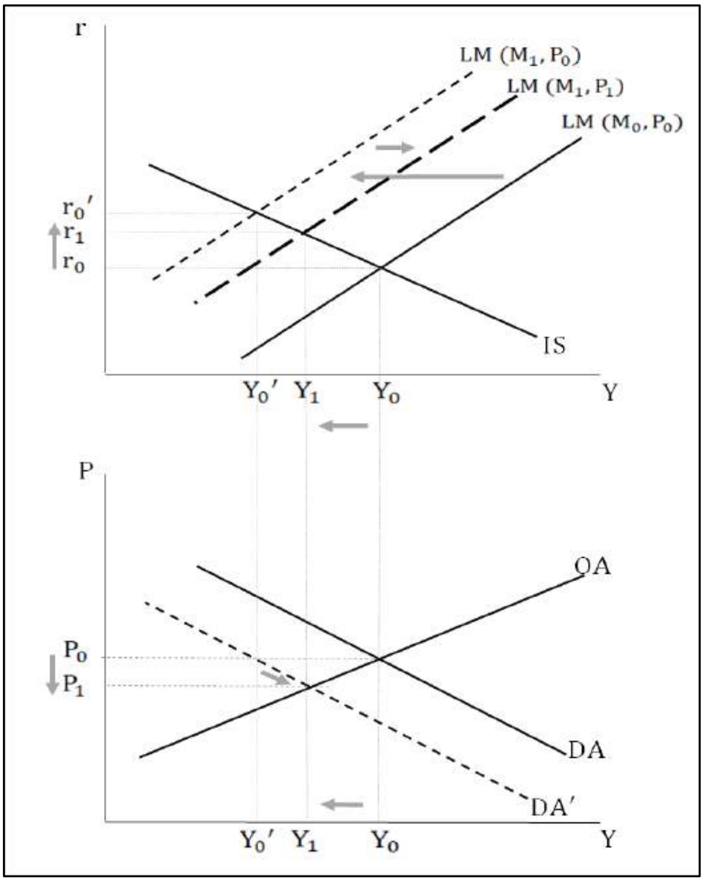
Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{dM_0^s} = \frac{-\theta h}{|A|P_0} > 0$$

La disminución de los precios que genera la disminución de la demanda agregada y del producto es igual a θ. Esto se obtiene reemplazando el efecto en el producto, en la ecuación que cuantifica el efecto en los precios de la disminución de la cantidad de dinero.

$$\frac{dP}{dY} = \theta > 0$$

Gráfico 7.16
Modelo OA-DA: efectos de una Política Monetaria Contractiva ($dM_0^s < 0$)

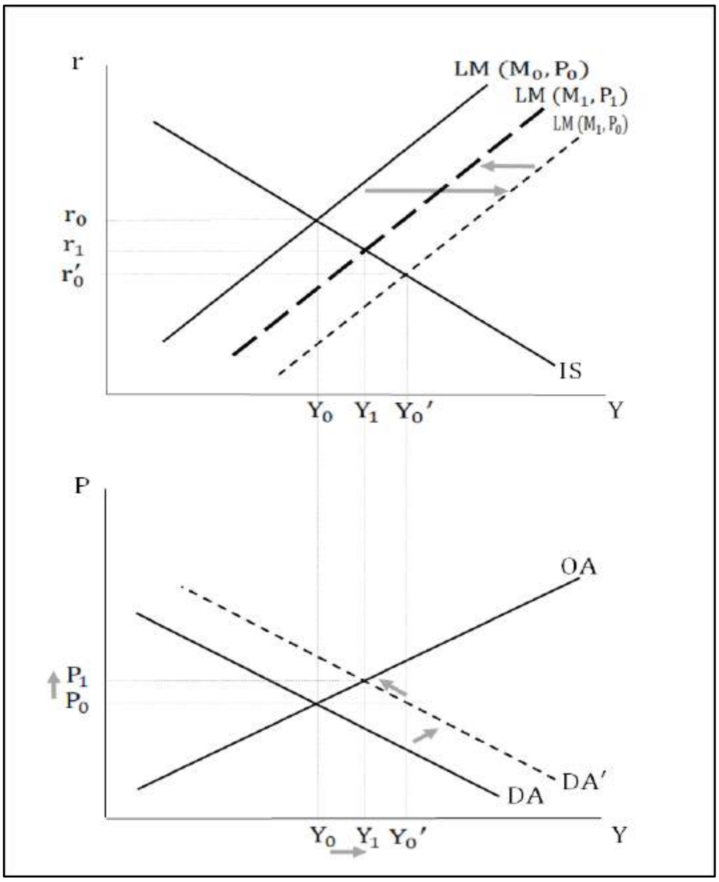


❖ **Política monetaria expansiva: efectos del aumento en la oferta de dinero ($dM_0^s > 0$)**

Esta es una política de signo contrario a la anterior. La política monetaria expansiva reduce la tasa de interés y, consecuentemente, aumenta la inversión y, por lo tanto, la demanda agregada. Esto genera un incremento en el ingreso o producto y un desplazamiento de la curva DA hacia la derecha. Para producir más se incurre en mayores costos, por ello los precios aumentan. El aumento de precios reduce la oferta real de dinero que contrarresta en parte el efecto en la tasa de interés del aumento en la cantidad de dinero. En el equilibrio final, baja la tasa de interés, aumenta el producto y aumentan los precios (véase Gráfico 7.16).

Gráfico 7.17

Modelo DA-OA: Efectos de la Política Monetaria Expansiva$(dM_0^s > 0)$



La política monetaria expansiva a diferencia de la política fiscal expansiva favorece la inversión porque baja la tasa de interés. No hay *crowding out* de la inversión.

De la matriz de los multiplicadores se obtiene los siguientes efectos:

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{-h}{|A|P_0} > 0$$

Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{dr}{dM_0^s} = \frac{1 - b(1 - t)}{|A|P_0} < 0$$

Efecto en el nivel de precios

$$\frac{dP}{dM_0^s} = \frac{-\theta h}{|A|P_0} > 0$$

El incremento en el nivel de los precios que genera el aumento de la demanda agregada y del producto, es igual a θ.

$$\frac{dP}{dY} = \theta > 0$$

- **Shock de expectativas: efectos de un aumento en el precio esperado ($\mathbf{dP^e > 0}$)**

Cuando aumenta el nivel de precio esperado la curva de oferta agregada se desplaza hacia arriba, generando una presión al alza de los precios y a una disminución de la producción: aumenta el nivel de precios y se reduce la producción. El aumento del nivel de precios reduce la oferta real de dinero, dando lugar a un exceso de demanda en el mercado. Este exceso de demanda desaparece con un aumento de la tasa de interés. La curva LM se desplaza hacia la izquierda o hacia arriba.

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dP^e} = \frac{hM_0^s}{|A|P_0^2} < 0$$

Efecto en la tasa de interés:

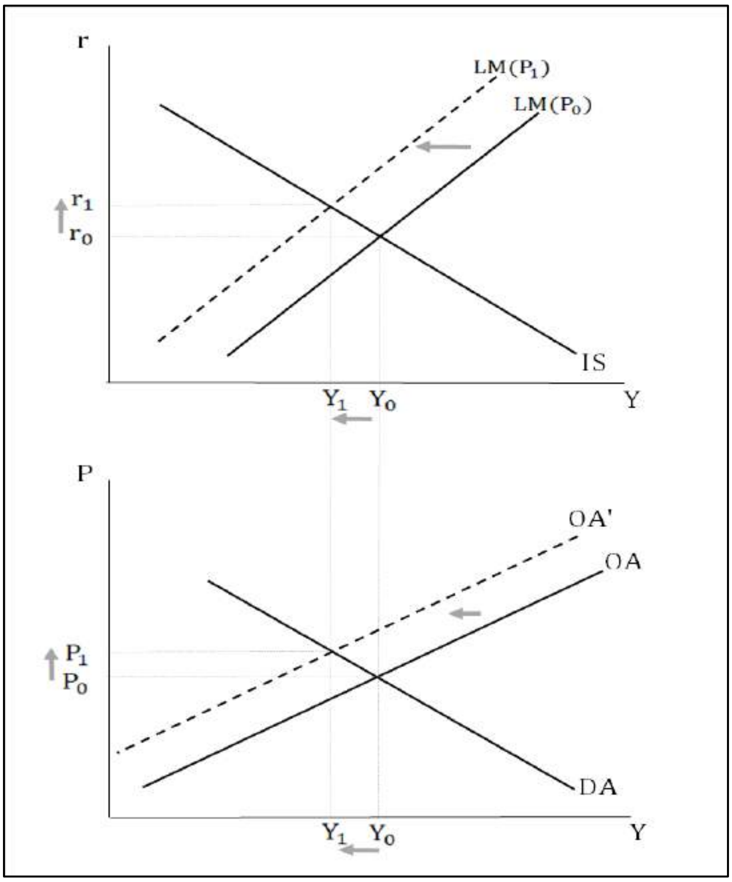
$$\frac{dr}{dP^e} = \frac{-[1 - b(1 - t)]M_0^s}{|A|P_0^2} > 0$$

Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{dP^e} = \frac{-j[1 - b(1 - t)] - hk}{|A|} > 0$$

Gráfico 7.18

Shock de Expectativas: Efectos de un aumento en el precio esperado $(dP^e > 0)$



En el equilibrio final, suben los precios y la tasa de interés, y baja la producción. Cae el nivel de producción porque el incremento de los precios ha dado lugar a un aumento de la tasa de interés que reduce la inversión. Combinando los dos primeros efectos se obtiene:

$$\frac{dr}{dP^e} = \frac{-[1 - b(1 - t)]}{h} \frac{dY}{dP^e}$$

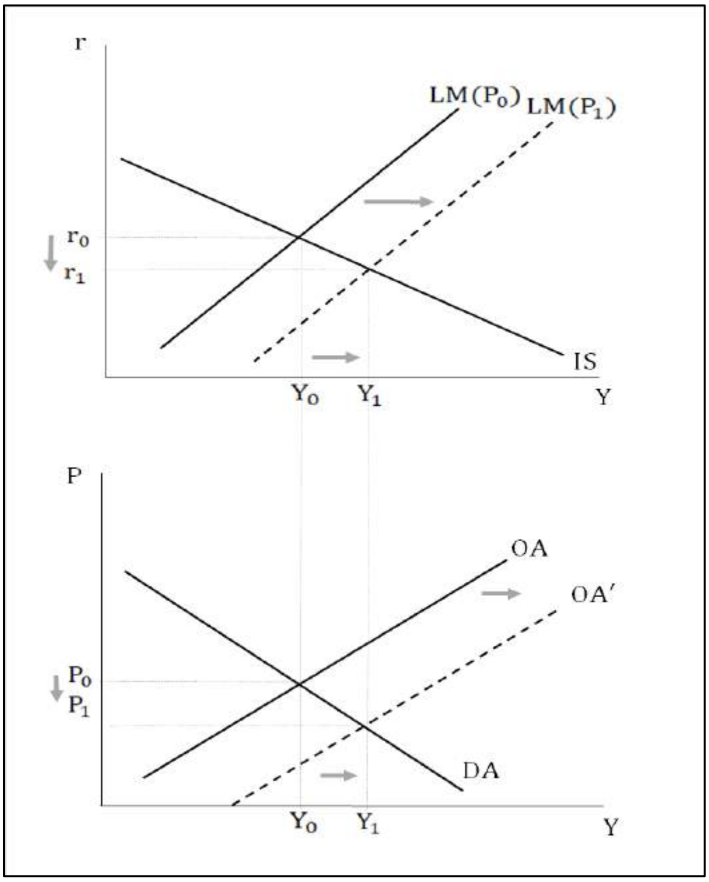
De aquí se deduce la existencia de una relación inversa entre el cambio del producto y el cambio en la tasa de interés.

$$\frac{dY}{dr} = \frac{-h}{[1 - b(1 - t)]} < 0$$

- **Shock de oferta tecnológico: efectos de un aumento en el producto de pleno empleo** $(\mathbf{d\overline{Y} > 0})$

Este es un shock de oferta positivo que desplaza la curva de oferta agregada hacia la derecha.

Gráfico 7.19
Shock de Oferta: efectos de un aumento en el producto potencial $(d\overline{Y} > 0)$



El aumento del producto potencial genera un exceso de oferta que debe eliminarse con la disminución del nivel de precios y la reducción de la tasa de interés. La disminución del nivel de precios aumenta la oferta real de dinero. El exceso de oferta se anula con la disminución de la demanda de dinero que ocurre tanto por la disminución de la tasa de interés como por el aumento del nivel de producción.

De la matriz de multiplicadores se obtiene la expresión matemática de los efectos del shock de oferta:

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{d\overline{Y}} = \frac{-\theta h M_0^s}{|A|P_0^2} > 0$$

Efecto en el nivel de precios

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \frac{\theta j[1 - b(1 - t)] + \theta hk}{|A|} < 0$$

Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{dr}{d\overline{Y}} = \frac{\theta[1 - b(1 - t)]M_0^s}{|A|P_0^2} < 0$$

7.4 El modelo OA-DA con pleno empleo

Hasta esta sección se ha supuesto que la economía se encuentra por debajo del pleno empleo de la fuerza laboral. Para concluir con este capítulo, se supondrá que la economía se encuentra en pleno empleo, es decir, que la oferta agregada está fija.

Partiendo del Modelo OA-DA visto anteriormente:

Demanda Agregada:

IS: $[1 - b(1 - t)]Y = C_0 + I_0 + G_0 - hr$

LM: $\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$

Oferta Agregada:

$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$ donde $\overline{Y} = Y_f$

Como se está suponiendo pleno empleo, lo que significa que el nivel de precios es igual al nivel de precios esperado, la ecuación de oferta agregada será la oferta agregada de largo plazo, es decir $OA_{LP}: Y = \overline{Y}$. Sustituyendo esta ecuación en las ecuaciones de la demanda agregada, el modelo queda reducido a un sistema de dos ecuaciones simultáneas donde las variables endógenas pasan a ser la tasa de interés "r" y el nivel de precios "P". El producto de pleno empleo está dado en el corto plazo y pasa a ser una variable exógena en el modelo.

Demanda Agregada:

IS: $[1 - b(1 - t)]\overline{Y} = C_0 + I_0 + G_0 - hr$

LM: $\frac{M_0^s}{P_0} = k\overline{Y} - jr$

Oferta Agregada:

$P = P^e$ debido a que $Y = \overline{Y}$

Diferenciando las ecuaciones y ordenando por exceso de demanda, se obtiene:

$$dC_0 + dI_0 + dG_0 - hdr - [1 - b(1 - t)]d\overline{Y} = 0$$

$$kd\overline{Y} - jdr - \frac{1}{P_0}dM_0^s + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = 0$$

Reordenando de tal forma que las variables endógenas sean expresadas en términos de las variables exógenas, se tiene:

$$-hdr = -dC_0 - dI_0 - dG_0 + [1 - b(1 - t)]d\overline{Y}$$

$$\frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP - jdr = -kd\overline{Y} + \frac{1}{P_0}dM_0^s$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} 0 & -h \\ \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dP \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & [1 - b(1 - t)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\overline{Y} \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

La matriz relevante que pre-multiplica al vector de las variables endógenas, satisface las condiciones de estabilidad:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -h \\ \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -j \end{bmatrix}$$

Traza de A : $-j < 0$

Determinante de A: $h\frac{M_0^s}{{P_0}^2} > 0$

Para encontrar los multiplicadores, se despeja vector de las variables endógenas. Entonces, el sistema matricial que representa la solución para las variables endógenas, será:

$$\begin{bmatrix} dP \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -h \\ \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & [1 - b(1-t)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\overline{Y} \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Se obtiene la inversa de la matriz relevante A:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -h \\ \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -j \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{h\frac{M_0^s}{{P_0}^2}} \begin{bmatrix} -j & h \\ -\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & 0 \end{bmatrix}$$

En consecuencia:

$$\begin{bmatrix} dP \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{h\frac{M_0^s}{{P_0}^2}} \begin{bmatrix} -j & h \\ -\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & [1 - b(1-t)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\overline{Y} \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Realizando la operación producto de matrices, se obtiene la matriz de los multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dP \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{h\frac{M_0^s}{P_0{}^2}} \begin{bmatrix} j & j & j & -j[1-b(1-t)]-hk & \frac{h}{P_0} \\ \frac{M_0^s}{P_0{}^2} & \frac{M_0^s}{P_0{}^2} & \frac{M_0^s}{P_0{}^2} & -\frac{M_0^s}{P_0{}^2}[1-b(1-t)] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\overline{Y} \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

❖ *Estática comparativa con la Oferta Agregada de largo plazo*

En esta sección el análisis de los efectos de las políticas fiscal y monetaria se harán en los planos (Y,r) y (Y,P). En el primero se presenta los efectos utilizando el modelo IS-LM y en el segundo se analiza dichos efectos, en forma relacionada, utilizando el modelo OA-DA.

❖ **Política fiscal expansiva (Aumento en el gasto de gobierno)**

La oferta agregada de largo plazo o de pleno empleo ($OA = Y_f$), es perfectamente inelástica a los precios. Cuando aumenta el gasto del gobierno se genera un exceso de demanda agregada, es decir, $(DA = Y_1) > (OA_{LP} = Y_f)$. Los precios empiezan a subir porque no puede aumentar la producción. Entonces, la curva LM se desplaza a la izquierda. El equilibrio inicial ocurre en el punto (Y_f, r_0) y el equilibrio final es(Y_f, r_1). Aumenta la tasa de interés, $r_1 > r_0$.

En el panel inferior se observa que el equilibrio inicial ocurre en el punto (Y_f, P_0) y el equilibrio final en (Y_f, P_1). Ha aumentado el nivel de precios, $P_1 > P_0$.

En conclusión, en el largo plazo en el modelo IS-LM, un aumento del gasto público eleva la tasa de interés (r) y también el nivel de precios (no ha aumenta el producto “Y” ni, por lo tanto, el empleo). Como aumenta la tasa de interés, el incremento del gasto del gobierno genera crowding out completo. El aumento de precios se observa claramente en el panel inferior donde se encuentra el modelo de OA-DA.

La expresión matemática de estos efectos extraída de la matriz de los multiplicadores, son:

$$\begin{bmatrix} dP \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{h\frac{M_0^s}{P_0{}^2}} \begin{bmatrix} j \\ \frac{M_0^s}{P_0{}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dG_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Efecto en la tasa de interés:

$$\mathrm{dr} = \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\left(\frac{1}{h\frac{M_0^s}{{P_0}^2}}\right)\mathrm{dG_0}$$

$$\frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{dG_0}} = \frac{1}{h} > 0$$

El aumento del gasto eleva la tasa de interés, con lo cual se reduce la inversión en la misma magnitud, $\mathrm{dG_0} = \mathrm{hdr} = |-\mathrm{dI}|$, dejando inalterado el nivel de la demanda agregada igual al producto de pleno empleo ($\overline{Y}$).

Efecto en el nivel de precios:

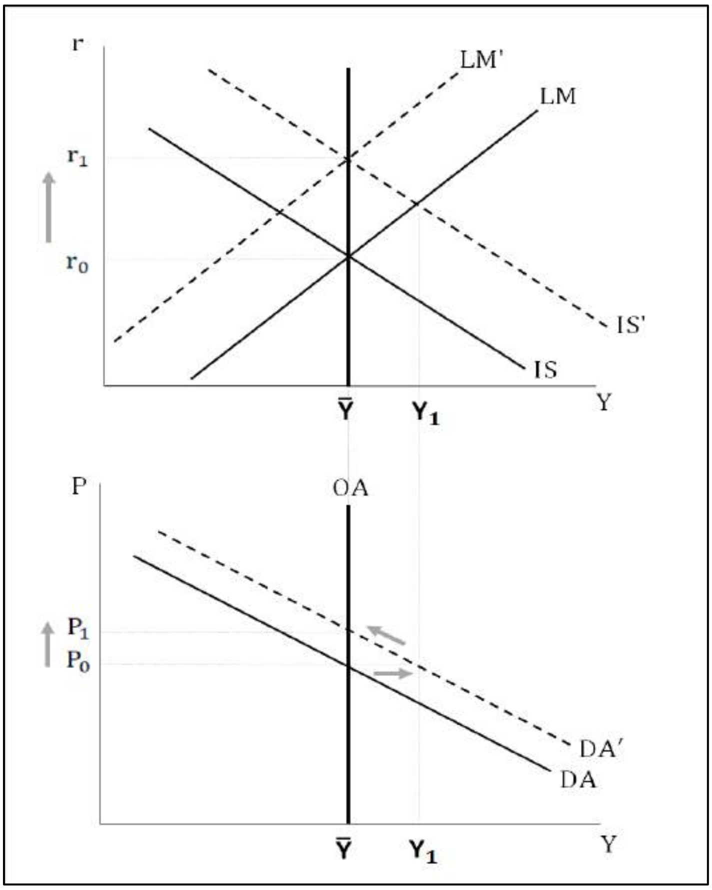
$$\mathrm{dP} = j\left(\frac{1}{h\frac{M_0^s}{{P_0}^2}}\right)\mathrm{dG_0}$$

$$\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{dG_0}} = \frac{j{P_0}^2}{hM_0^s} > 0$$

El alza de la tasa de interés genera un exceso de oferta en el mercado de dinero. El equilibrio se restaura con un aumento del nivel de precios (P).

Gráfico 7.20

Efectos del aumento del gasto del gobierno en el largo plazo



Gráficamente podemos observar que la IS se desplaza hacia la derecha al aumentar el gasto de gobierno. Ello genera un exceso de demanda agregada en el mercado de bienes, $Y_1 > \bar{Y}$. Este exceso de demanda se elimina con el aumento de precios. Como la oferta real de dinero se reduce, el exceso de demanda en el mercado de dinero se elimina con el incremento de la tasa de interés. Cuando aumenta el nivel de los precios la LM se desplaza hacia arriba, provocando un aumento en la tasa de interés.

La parte inferior del gráfico muestra un desplazamiento hacia la derecha de la demanda agregada cuando aumenta el gasto del gobierno. Al nivel de precios P_0, la demanda agregada excede a la oferta de pleno empleo, $Y_1 > \bar{Y}$. Este exceso de demanda presiona al alza de los precios. El equilibrio se logra con un nivel más alto de precios e igual a P_1.

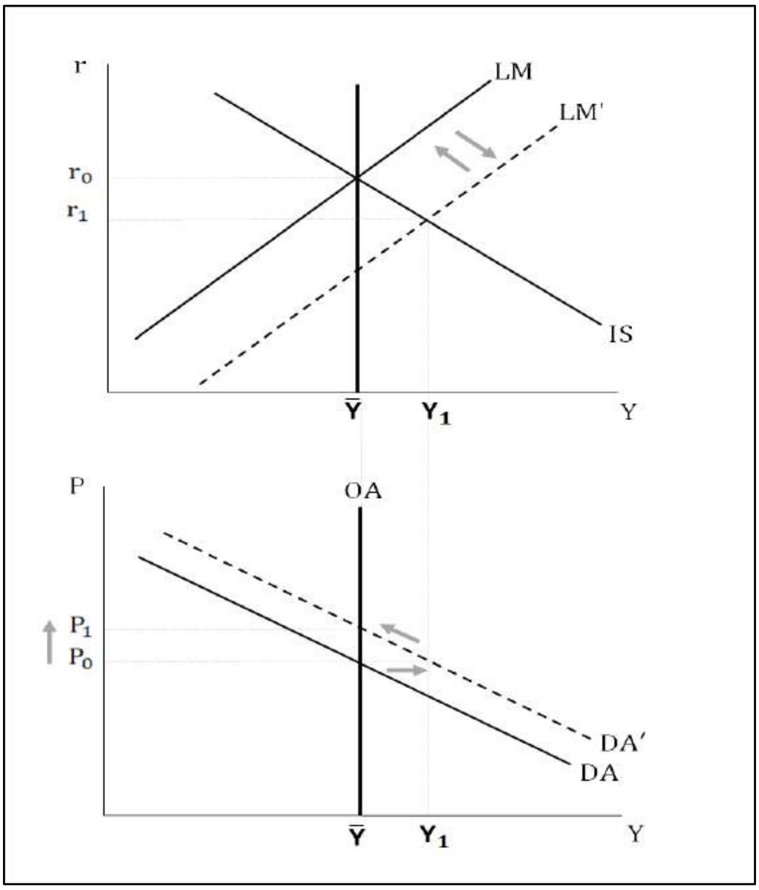
❖ **Política monetaria expansiva (Aumento en la oferta de dinero)**

Cuando la economía se encuentra en pleno empleo, la demanda se ajusta a la oferta agregada con variaciones en los precios. No hay cambios en la cantidad producida.

Al aumentar la oferta de dinero, disminuye la tasa de interés. La reducción de la tasa de interés aumenta la inversión y, por lo tanto, la demanda agregada. Dada la oferta agregada de largo plazo, $Y_0 = Y_f$, se genera un exceso de demanda $(DA = Y_1) > (OA_{LP} = Y_f)$. Este exceso se elimina con el aumento de precios. Como consecuencia del aumento de los precios, la oferta real de dinero se reduce provocando un desplazamiento de la curva LM hacia la izquierda. En el modelo IS-LM se vuelve al equilibrio inicial $(Y_0 = Y_f, r_0)$ que es igual al equilibrio final $(Y_0 = Y_f, r_0)$. No hay cambios en la tasa de interés. Solo ha cambiado el nivel de los precios.

En el panel inferior del gráfico, el equilibrio inicial corresponde al punto (Y_f, P_0) y el equilibrio final ocurre en el punto (Y_f, P_1). Ha aumentado el nivel de precios: $P_1 > P_0$.

Gráfico 7.21
Política monetaria expansiva en el largo plazo



En conclusión, en el largo plazo en el modelo IS-LM, la política monetaria expansiva sólo genera inflación (no aumenta el producto, Y, ni, por lo tanto, el empleo).

Los multiplicadores del aumento de la oferta de dinero son:

Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{\mathrm{dr}}{\mathrm{dM}_0^s} = \left(\frac{0}{\mathrm{h}\frac{\mathrm{M}_0^s}{\mathrm{P}_0{}^2}} \right) = 0$$

Efectos en el nivel de los precios:

$$\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{dM}_0^s} = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{P}_0}\left(\frac{1}{\mathrm{h}\frac{\mathrm{M}_0^s}{\mathrm{P}_0{}^2}} \right) = \frac{\mathrm{P}_0}{\mathrm{M}_0^s} > 0$$

El aumento de la cantidad de dinero solo causa un aumento en los precios. Pero lo interesante en este caso, es que la tasa de aumento en el nivel de precios es igual a la tasa de aumento de la cantidad de dinero.

$$\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{dM}_0^s} = \frac{\mathrm{P}_0}{\mathrm{M}_0^s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{dM}_0^s}{\mathrm{M}_0^s} = \frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{P}_0}$$

Las política fiscal y monetaria son inefectivas. En el caso de la política fiscal expansiva sus efectos son de crowding out completo de la inversión porque hace subir la tasa de interés hasta que el exceso de demanda se iguale a cero.

CAPÍTULO 8
EL MODELO IS-LM CON TASA DE INTERÉS EXÓGENA FIJADA POR EL BANCO CENTRAL

8.1 Del Modelo IS-LM al Modelo IS-PM: El nuevo esquema institucional de Política Monetaria

En la actualidad los bancos centrales de la gran mayoría de países del mundo utilizan la tasa de interés "r" como instrumento de política monetaria ($r = r_0$); por esta razón, el modelo IS-LM no representa bien esta realidad.

Desde las explicaciones de Keynes en su Teoría General, se sabe que la demanda de dinero es volátil. La aparición en las últimas décadas de diversos activos financieros que ofrecen una rentabilidad a sus poseedores, pero que al mismo tiempo son altamente líquidos (fácilmente convertibles en dinero), ha intensificado la volatilidad de la demanda dinero. En estas nuevas condiciones, la curva LM perdería algo utilidad, pues sería difícil gestionar la tasa de interés mediante la administración de la oferta monetaria.

Perú: el Nuevo esquema Institucional de la Política Monetaria

La política monetaria actual se caracteriza por trabajar bajo *metas explícitas de inflación* para anclar las expectativas inflacionarias de los agentes económicos. Este nuevo esquema tiene vigencia en el Perú desde el año 2003

Como parte de este esquema se encuentra la *regla monetaria de Taylor*; es decir, una función de reacción de la política monetaria (BCR) donde el instrumento de la tasa de interés es administrado ante los desvíos de la inflación con relación a su valor meta o ante la brecha del producto efectivo respecto al potencial.

También cuenta con un régimen de tipo de cambio relativamente flexible, bajo libre movilidad internacional de capitales; es decir, un régimen que incorpora las intervenciones esterilizadas de compra-venta de dólares para morigerar la volatilidad del tipo de cambio (significativas apreciaciones o devaluaciones monetarias).

Fuente: Jiménez (2012: 377)

La opción por la tasa de interés como instrumento de la política monetaria resulta mejor para estabilizar las fluctuaciones de corto del producto. El siguiente modelo IS-LM para una economía cerrada, se puede transformar introduciendo la tasa de interés como instrumento de política monetaria como una aproximación al nuevo esquema de política que siguen los bancos centrales.

Ecuación de la IS

$$\mathrm{Y} = \mathrm{C}\big(\mathrm{C}_0, \mathrm{Y}^{\mathrm{d}}\big) + \mathrm{I}(\mathrm{I}_0, r_0) + \mathrm{G}_0 \qquad \text{con } \mathrm{T} = \mathrm{tY}$$

Ecuación de la LM

$$\mathrm{m}^{\mathrm{s}} = \mathrm{L}(\mathrm{Y}, \mathrm{r}_0) \;\; \text{donde } \mathrm{m}^{\mathrm{s}} = \frac{M^S}{\mathrm{P}_0}$$

Tanto la tasa de interés “r” como el nivel de precios “P”, son variables exógenas dadas.

Diferenciando totalmente ambas ecuaciones y ordenando por exceso de demanda, se tiene:

$$\mathrm{dC}_0 + \mathrm{C}_{\mathrm{Y^d}}\mathrm{dY}^{\mathrm{d}} + \mathrm{dI}_0 + \mathrm{I}_{\mathrm{r}}\mathrm{dr}_0 + \mathrm{dG}_0 - \mathrm{dY} = 0$$

$$\mathrm{L}_{\mathrm{Y}}\mathrm{dY} + \mathrm{L}_{\mathrm{r}}\mathrm{dr}_0 - \mathrm{dm}^{\mathrm{s}} = 0$$

La tasa de interés como instrumento de política se vuelve una variable exógena y la cantidad de dinero pasa a ser una variable endógena. Es solo una aproximación al nuevo esquema de política monetaria donde el banco central fija la tasa de referencia en función de su meta de inflación.

El sistema de ecuaciones que sigue se le denominará Modelo IS-PM, donde la PM indica la regla de Política Monetaria que sigue el Banco Central, basada en la tasa de interés.

$$\big[\mathrm{C}_{\mathrm{Y^d}}(1-\mathrm{t}) - 1\big]\mathrm{dY} = -\mathrm{dC}_0 - \mathrm{dI}_0 - \mathrm{dG}_0 - \mathrm{I}_{\mathrm{r}}\mathrm{dr}_0$$

$$\mathrm{L}_{\mathrm{Y}}\mathrm{dY} - \mathrm{dm}^{\mathrm{s}} = -\mathrm{L}_{\mathrm{r}}\mathrm{dr}_0$$

$$\begin{bmatrix} \mathrm{C}_{\mathrm{Y^d}}(1-\mathrm{t}) - 1 & 0 \\ \mathrm{L}_{\mathrm{Y}} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{dY} \\ \mathrm{dm}^{\mathrm{s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\mathrm{I}_{\mathrm{r}} \\ 0 & 0 & 0 & -\mathrm{L}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{dC}_0 \\ \mathrm{dI}_0 \\ \mathrm{dG}_0 \\ \mathrm{dr}_0 \end{bmatrix}$$

La matriz que pre-multiplica al vector de las variables endógenas, debe tener una traza menor que cero y un determinante mayor que cero, para que el modelo sea estable. Se muestra que estas condiciones de estabilidad son satisfechas:

Traza: $-\big[1 - \mathrm{C}_{\mathrm{Y^d}}(1-\mathrm{t})\big] - 1 < 0$

Determinante: $\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] > 0$

Este modelo es estable. Para encontrar los multiplicadores de las variables endógenas, primero debe encontrarse la inversa de la matriz relevante (que pre multiplica al vector de las variables endógenas):

$$\begin{bmatrix} C_{Y^d}(1-t) - 1 & 0 \\ L_Y & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1 - C_{Y^d}(1-t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L_Y & -\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix}$$

Reemplazando esta matriz inversa en el sistema, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dm^s \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - C_{Y^d}(1-t)} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -L_Y & -\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -I_r \\ 0 & 0 & 0 & -L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dr_0 \end{bmatrix}$$

De aquí se obtiene la solución del sistema; es decir, la matriz de los respectivos multiplicadores (la matriz que pre-multiplica al vector de las variables exógenas):

$$\begin{bmatrix} dY \\ dm^s \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - C_{Y^d}(1-t)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & I_r \\ L_Y & L_Y & L_Y & L_Y I_r + L_r\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dr_0 \end{bmatrix}$$

El modelo tiene dos instrumentos de política: el gasto fiscal y la tasa de interés.

- *Estática comparativa*

- **Política fiscal expansiva: Incremento del gasto del gobierno**

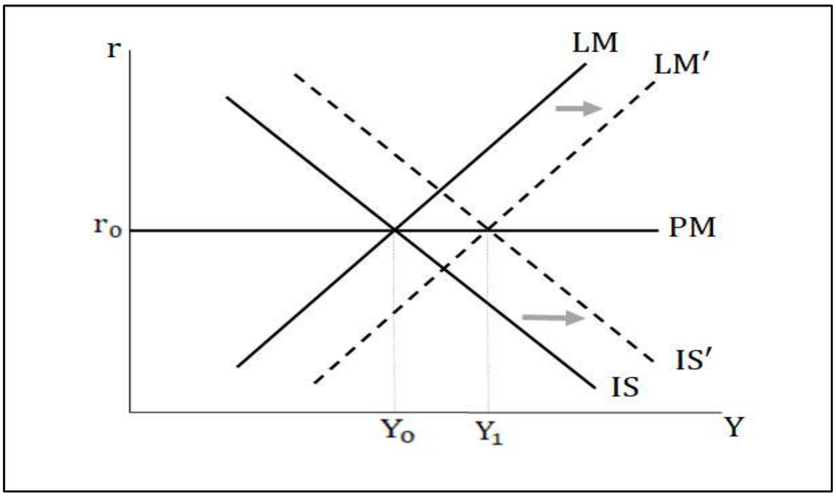
Los efectos en el producto y en la cantidad de dinero, son mayores que cero. Nótese que no hay el *efecto de realimentación monetaria.*

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{1}{1 - C_{Y^d}(1-t)} > 0$$

$$\frac{dm^s}{dG_0} = \frac{L_Y}{1 - C_{Y^d}(1-t)} > 0$$

Se puede observar en el Gráfico 8.1 que el equilibrio corresponde al punto de intersección de la nueva IS con la recta horizontal que parte de la tasa de interés dada o recta de Política Monetaria, PM. Cuando el ingreso aumenta, la demanda de dinero para transacciones también aumenta; por lo tanto, la oferta de dinero (cantidad de dinero) debe aumentar para equilibrar el mercado monetario.

Gráfico 8.1
Efectos de un incremento del gasto de gobierno



El efecto positivo en la cantidad de dinero no se ve explícitamente en el Gráfico 8.1. Como el ingreso alcanza el nivel Y_1, se podría decir, utilizando el modelo IS-LM, que este nivel se alcanzó mediante una mezcla de políticas fiscal y monetaria expansivas. Pero, el modelo no tiene la curva LM. La recta horizontal es la recta de política monetaria.

Estos resultados también los podemos graficar en el plano (Y, m). La curva IS en este plano tendrá una pendiente infinita (será una vertical al eje de la abscisa) y la denominaremos curva YY. La curva de equilibrio del mercado monetario, como se supone que la tasa de interés está dada, tendrá una pendiente positiva en el plano (Y, m) y la denominaremos MM.

Las curvas YY y MM son locus de puntos de equilibrio constituidos por pares ordenados de ingreso y cantidad de dinero. Dado que el nivel de precios está constante, la cantidad de dinero es nominal. Además, según este modelo con regla de tasa de interés, se demanda dinero solo para transacciones.

Pendiente de las curvas YY y MM

Siendo: $m^s = \frac{M^s}{P}$, .entonces $dm^s = d(\frac{M^s}{P})$

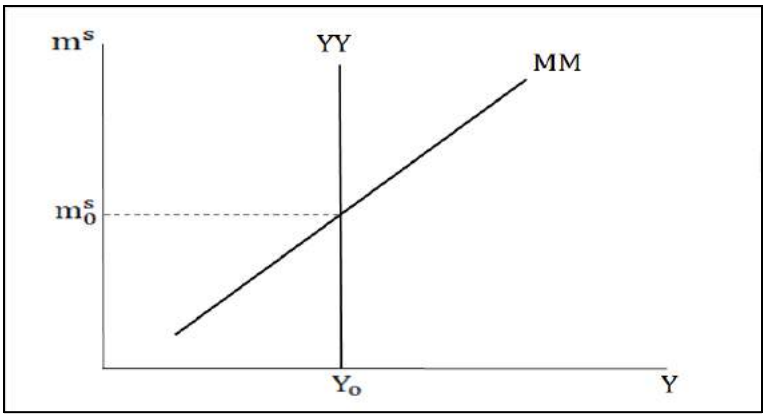
La pendiente de la curva YY en el plano (Y, m) será la siguiente:

$$-[1 - C_{Y^d}(1-t)]dY + 0dm^s = 0 \rightarrow \left.\frac{dm^s}{dY}\right|_{YY} = \frac{-[1 - C_{Y^d}(1-t)]}{0} = \infty$$

La pendiente de la curva MM en el plano (Y, m) será la siguiente:

$$L_Y dY = dm^s \rightarrow L_Y dY = dm^s \rightarrow \left.\frac{dm^s}{dY}\right|_{MM} = L_Y > 0$$

Gráfico 8.2
Modelo YY - MM



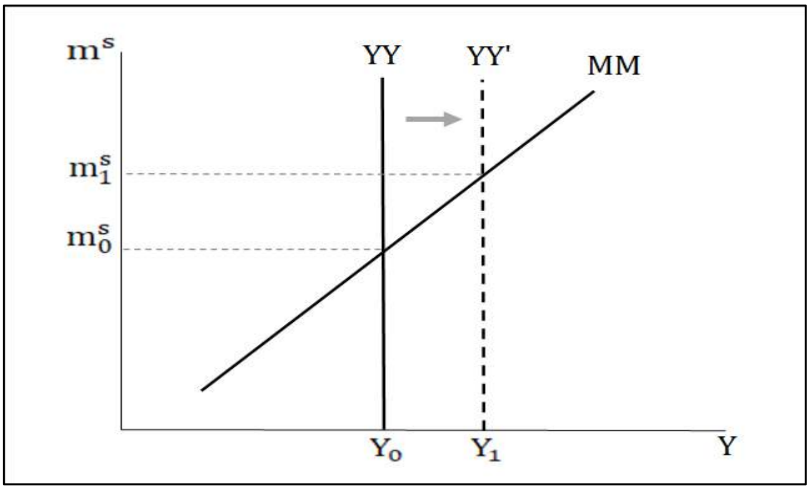
En el Gráfico 8.3 se puede observar que al aumentar el gasto fiscal la curva YY se desplaza hacia la derecha, pasando del equilibrio inicial dado por el punto (Y_0,M_0) al nuevo equilibrio dado por el apunto (Y_1,M_1). Aumentan el producto y la cantidad de dinero para transacciones.

$$\frac{dm^s}{dG_0} = \frac{dY}{dG_0} L_Y > 0$$

$$\frac{dm^s}{dY} = L_Y > 0$$

Gráfico 8.3

Efectos de un incremento del gasto de gobierno en el plano (Y, m)



- **Política monetaria contractiva: Aumento de la tasa de interés**

Un aumento de la tasa de interés, decidida por el Banco Central, disminuye la inversión y genera un exceso de oferta en el mercado de bienes, provocando una reducción del producto. La oferta se adecúa a la demanda.

La demanda de dinero para transacciones disminuye, dando lugar a que la oferta real de dinero disminuya para eliminar el exceso de cantidad de dinero en la economía.

Los efectos en el producto y la cantidad de dinero son:

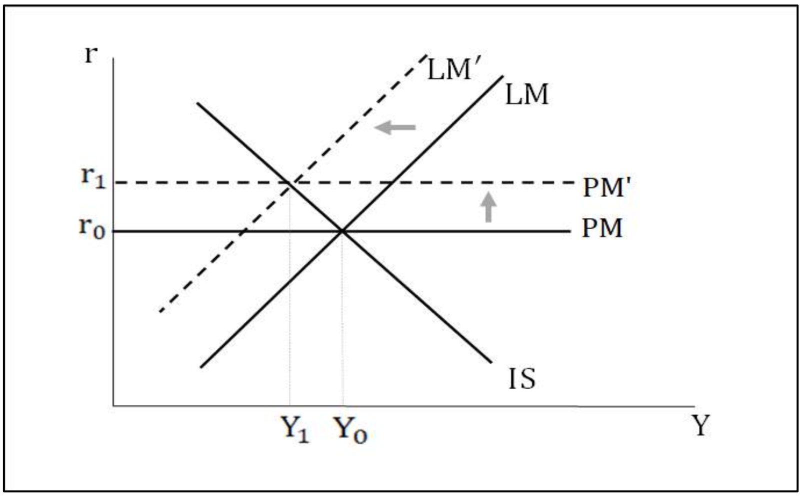
$$\frac{dY}{dr_0} = \frac{I_r}{1 - C_{Y^d}(1-t)} < 0$$

$$\frac{dm^s}{dr_0} = \frac{L_Y I_r + L_r\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{1 - C_{Y^d}(1-t)} < 0$$

Del equilibrio inicial (Y_0, r_0) se pasa al nuevo punto de equilibrio (Y_1, r_1). Es como si se hubiera aplicado una política monetaria contractiva de reducción de la cantidad de dinero con el modelo IS-LM (véase Gráfico 8.4)

Gráfico 8.4

Efectos de un incremento de la tasa de interés en el plano (r, Y)



La cantidad de dinero se reduce, es decir, se acomoda a una demanda por transacciones menor pues se ha reducido el producto o ingreso. Cuando la tasa de interés es un instrumento de política, se puede suponer que la demanda de dinero por el motivo especulación es poco elástica a la tasa de interés. En otras palabras, se puede suponer que $L_r = 0$.

$$\frac{dm^s}{dr_0} = \frac{L_Y I_r + L_r\left[1 - C_{Y^d}(1-t)\right]}{1 - C_{Y^d}(1-t)}$$

Por lo tanto, si $L_r = 0$:

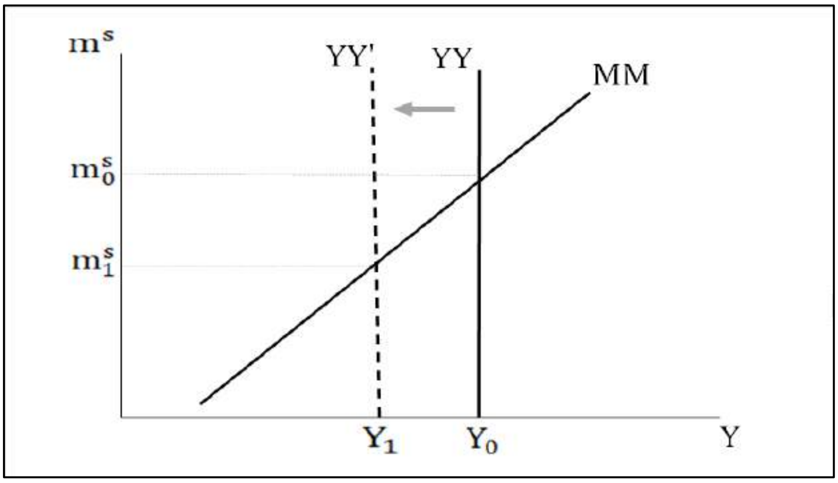
$$\frac{dm^s}{dr_0} = \frac{dY}{dr_0} L_Y$$

$$\frac{dm^s}{dY} = L_Y$$

Los efectos sobre el producto y la cantidad de dinero se pueden ver mejor en el plano (Y, m). Al aumentar la tasa de interés, la curva YY se desplaza hacia la izquierda porque disminuye la demanda agregada. En el nuevo punto de equilibrio la cantidad real de dinero y el nivel del producto son menores que en el equilibrio inicial.

Gráfico 8.5

Efectos de un incremento de la tasa de interés en el plano (Y, m)



8.2 Modelo IS-PM con regla de presupuesto equilibrado

El modelo estándar IS-LM puede representarse con las siguientes ecuaciones para una economía abierta (sin tipo de cambio):

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$C = C_0 + b(1 - t)Y$$

$$I = I_0 - hr$$

$$G = tY$$

$$X = X_0$$

$$M = mY$$

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$$

Se está suponiendo que el gobierno sigue una regla de presupuesto equilibrado.

Las ecuaciones IS-LM de este modelo están dadas por:

$$Y = C_0 + b(1 - t)Y + I_0 - hr_0 + tY + X_0 - mY$$

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr_0$$

❖ *Los multiplicadores del equilibrio de corto plazo:*

Diferenciando respecto a las variables endógenas y exógenas, y ordenando por exceso de demanda:

$$[1-b(1-t)-t+m]dY = dC_0 + dI_0 - hdr_0 + dX_0$$

$$kdY - \frac{1}{P_0}dM^s = jdr_0 - \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP_0$$

$$dC_0 + dI_0 - hdr_0 + dX_0 - [1-b(1-t)-t+m]dY = 0$$

$$kdY - jdr_0 - \frac{1}{P_0}dM^s + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP_0 = 0$$

El modelo IS-PM queda representado matricialmente por el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)-t+m] & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dM^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -1 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & -\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ dX_0 \\ dP_0 \end{bmatrix}$$

Para analizar la estabilidad del sistema se comprobará si la matriz que premultiplica al vector de las variables endógenas posee una traza menor que cero y un determinante mayor que cero:

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)-t+m] & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{bmatrix}$$

- *Traza:* $-[1-b(1-t)-t+m] - \frac{1}{P_0} < 0$
- *Determinante:* $\frac{[1-b(1-t)-t+m]}{P_0} > 0$

Esto muestra que el sistema es estable.

Despejando el vector de las variables endógenas:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[1-b(1-t)-t+m] & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -1 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & -\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ dX_0 \\ dP_0 \end{bmatrix}$$

Calculando la inversa de la matriz:

$$\begin{bmatrix} -\beta_0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\frac{\beta_0}{P_0}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{P_0} & 0 \\ -k & -\beta_0 \end{bmatrix}$$

Donde: $\beta_0 = [1-b(1-t)-t+m]$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\beta_0}{P_0}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{P_0} & 0 \\ -k & -\beta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -1 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & -\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ dX_0 \\ dP_0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, luego de operar, se obtiene la matriz de los multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\beta_0}{P_0}} \begin{bmatrix} \frac{1}{P_0} & \frac{1}{P_0} & -\frac{h}{P_0} & \frac{1}{P_0} & 0 \\ k & k & -kh-j\beta_0 & k & \beta_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ dX_0 \\ dP_0 \end{bmatrix}$$

❖ *Caso de una política monetaria expansiva ($dr_0 < 0$)*

El Banco Central adopta una política monetaria expansiva, reduciendo la tasa de interés (r_0 cae). Los efectos de esta política son: en primer lugar, aumenta la inversión generando un exceso de demanda en el mercado de bienes y, para restablecer el equilibrio, el producto debe aumentar; en segundo lugar, también se genera un exceso de demanda en el mercado de dinero, acentuado por el incremento de la producto o ingreso, y para restablecer el equilibrio en este mercado, la oferta de dinero debe aumentar. Matemáticamente, los efectos de una reducción de la tasa de interés, son:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\beta_0}{P_0}} \begin{bmatrix} -\frac{h}{P_0} \\ -kh - j\beta_0 \end{bmatrix} [dr_0]$$

La Regla de Cramer

Supongamos que tenemos el siguiente sistema de ecuaciones expresado matricialmente:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$

O también para simplificar:

$$AX = \beta$$

Donde “A” será la matriz de coeficientes, “X” la matriz de incógnitas y “β” el vector de términos independientes. Según este método algebraico, podemos hallar el valor de cada incógnita mediante la fórmula siguiente:

$$x_j = \frac{|A'|}{|A|}$$

En la cual se ha generado una matriz A’ que consiste en la matriz A en la cual se ha reemplazado el vector de los términos independientes en la columna j (columna correspondiente a la incógnita que se busca hallar). Por ejemplo si j=1, el valor de x_1 sería el siguiente:

$$x_1 = \frac{|A'|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \beta_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \beta_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \beta_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}$$

Así estaremos hallando solo los cofactores de A correspondientes a dicha incógnita. Este método es alternativo al cálculo de la inversa de la matriz A para hallar los valores de las incógnitas, y para poder aplicarlo es necesario que la matriz evaluada sea cuadrada y que sea regular (es decir que su determinante sea diferente de cero).

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dr_0} = -\frac{h}{[1 - b(1 - t) - t + m]} > 0$$

Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{dr_0} = -\frac{P_0kh}{[1 - b(1 - t) - t + m]} - P_0j > 0$$

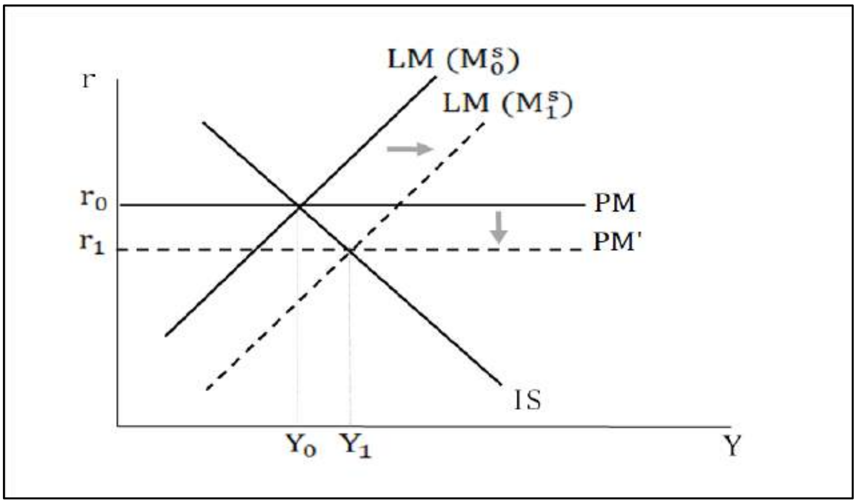
Aplicando la regla de Cramer podemos llegar al mismo resultado:

$$\frac{dY}{dr_0} = \frac{\begin{vmatrix} h & 0 \\ j & -\frac{1}{P_0} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -\beta_0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{vmatrix}} = \frac{-h/P_0}{\beta_0/P_0} = -\frac{h}{\beta_0} > 0$$

$$\frac{dM^s}{dr_0} = \frac{\begin{vmatrix} -\beta_0 & h \\ k & j \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -\beta_0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{vmatrix}} = \frac{-\beta_0j - hk}{\beta_0(1/P_0)} = -P_0j - \frac{hkP_0}{\beta_0} > 0$$

Gráfico 8.6

Equilibrio de corto plazo de una política monetaria expansiva



En el Gráfico 8.6 se puede observar que la reducción de la tasa de interés desplaza la recta PM hacia abajo. El resultado es un aumento del ingreso o producto. Aumenta la demanda de dinero y para restablecer el equilibrio en el mercado de dinero la oferta o cantidad de dinero debe subir. Estos efectos de la reducción de la tasa de interés se pueden comparar con la política monetaria expansiva de aumento de la cantidad de dinero, en el modelo estándar IS-LM que desplaza a la derecha a la curva LM.

8.3 Modelo de OA-DA y el nuevo esquema institucional de Política Monetaria

El nuevo esquema de política monetaria (regla de tasa de interés) puede introducirse en el modelo de OA-DA sin suponer precios fijos. El siguiente modelo de corto plazo, por lo tanto, incluirá una función de Oferta Agregada con pendiente positiva.

Demanda Agregada:

IS: $[1 - b(1 - t)]Y = C_0 + I_0 + G_0 - hr_0$

LM: $\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr_0$

Oferta Agregada:

$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$ donde $\overline{Y} = Y_f$

En este caso las variables endógenas serán el producto "Y", la cantidad nominal de dinero "M^s" y el nivel de precios "P". Por su parte, las variables exógenas que funcionan como instrumento de política, serán el gasto del gobierno "G" y la tasa de interés "r".

Diferenciando totalmente las tres ecuaciones:

$$[1 - b(1 - t)]dY = dC_0 + dI_0 + dG_0 - hdr_0$$

$$\frac{1}{P_0}dM^s - \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = kdY - jdr_0$$

$$dP = dP^e + \theta dY - \theta d\overline{Y}$$

Ordenando por excesos de demanda y pasando las variables exógenas al lado derecho de la igualdad, se tiene:

$$-[1-b(1-t)]dY = -dC_0 - dI_0 - dG_0 + hdr_0$$

$$kdY - \frac{1}{P_0}dM^s + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = jdr_0$$

$$\theta dY - dP = -dP^e + \theta d\overline{Y}$$

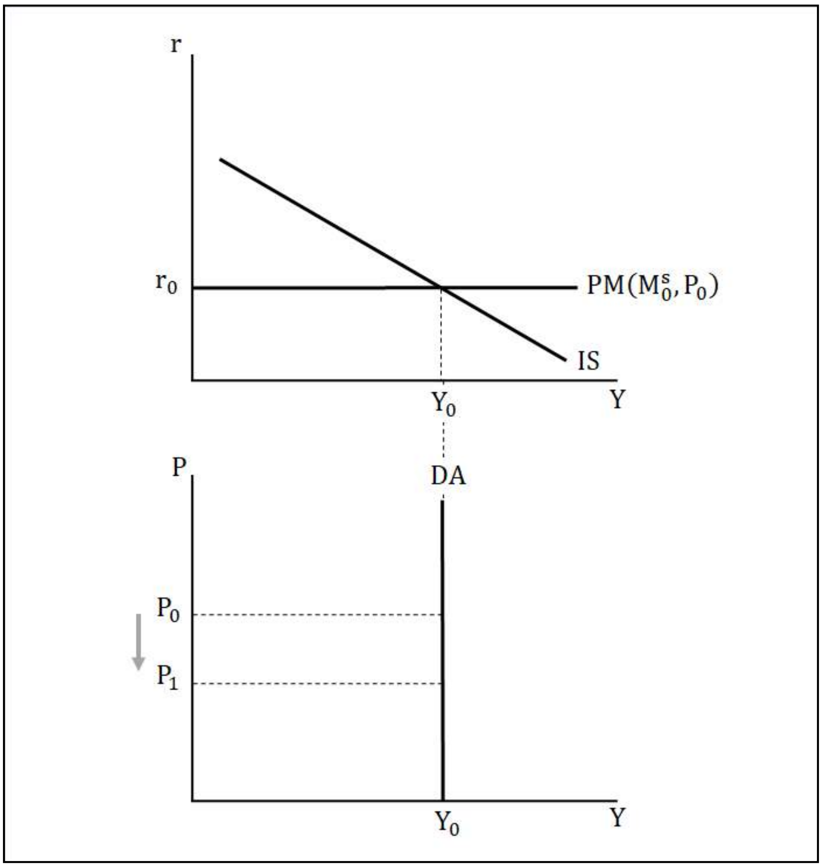
Este sistema de ecuaciones tiene la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dr_0 \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

❖ *Derivación de la curva DA en el plano (Y, P): (I)*

Para una tasa de interés *fija*, y dado un nivel de DA de equilibrio igual a Y_0, la demanda de dinero no cambia cuando cambia el nivel de precios P. Si este nivel baja (sube) la cantidad de dinero debe reducirse (aumentar) para restablecer el equilibrio en el mercado monetario.

Gráfico 8.7
La curva de Demanda Agregada



Esto significa que la DA es totalmente inelástica a los precios. La siguiente ecuación muestra que para un ingreso y la tasa de interés dados, los cambios en los precios provocan cambios en la cantidad de dinero en la misma proporción. Si baja el nivel de precios ($P_0 > P_1$), el exceso de oferta se elimina con una disminución de la cantidad de dinero que, en este caso, es endógena ($M_0^s > M_1^s$).

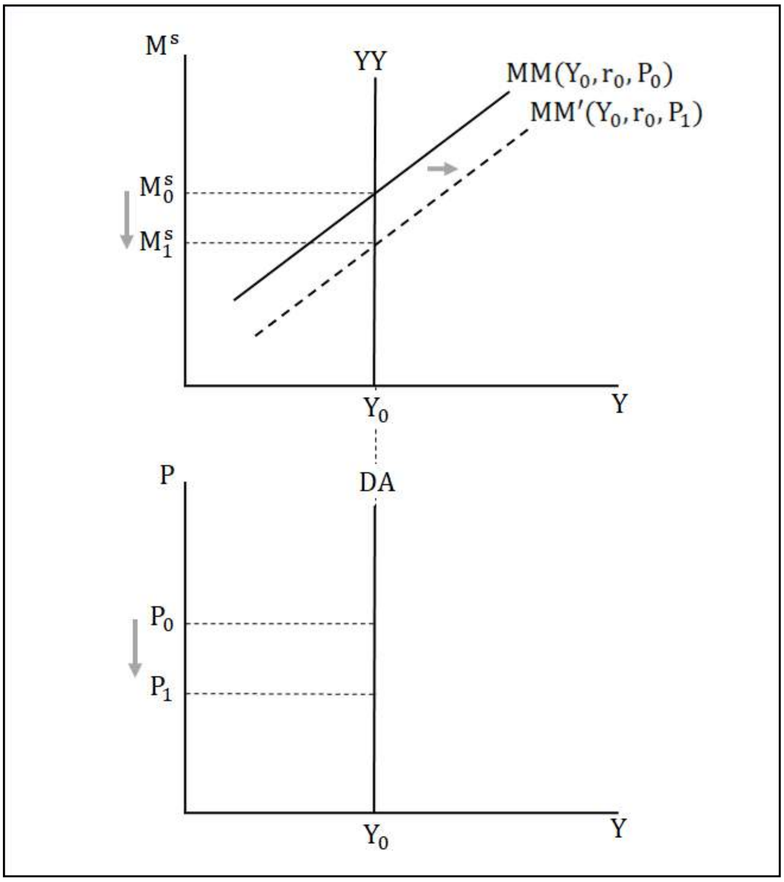
$$\frac{M_0^s}{P_0} = L(Y_0, r_0) = \frac{M_1^s}{P_1}$$

En el plano (Y, r) del Gráfico 8.7, el ingreso de equilibrio corresponde al punto (Y_0, r_0) donde se intersectan la recta de la tasa de interés que responde a una regla (PM) y la curva IS. En este equilibrio, la cantidad de dinero y el nivel de precios son iguales a M_0 y P_0. Esta situación de equilibrio de la DA se puede representar en el plano (Y, P) del Gráfico 8.7 con una recta vertical al eje de la abscisa. En consecuencia, la DA agregada está constituida por la curva IS, que en el plano (Y, P) es vertical.

❖ *Derivación de la curva DA en el plano (Y, P): (II)*

Gráfico 8.8

Derivación de la curva DA con tasa de interés fija a partir del plano (Y, M^s)



Las curvas MM y YY determinan el nivel de DA igual Y_0 (véase Gráfico 8.8). La curva MM es de equilibrio en el mercado monetario en términos nominales; es decir: $M_0^s = PL(Y, r_0)$. La tasa de interés está *fija* en r_0. Para Y_0 el equilibrio en el mercado de dinero será: $M_0^s = P_0L(Y_0, r_0)$.

Si baja el nivel de precios ($P_0 > P_1$), la curva MM se desplaza hacia abajo. El exceso de oferta se elimina con una disminución de la cantidad nominal de dinero que, en este caso, es una variable endógena: ($M_0^s > M_1^s$).

$$M_1^s = P_1L(Y_0, r_0)$$

La disminución del nivel de los precios no influye en la demanda agregada. Esto significa que la curva de demanda agregada, DA, es totalmente inelástica a los precios. Se representa con una vertical al eje del producto tanto en el plano (Y, P) como en el plano (Y, M^s).

Pendiente de las curvas YY y MM en el plano (Y, M^s)

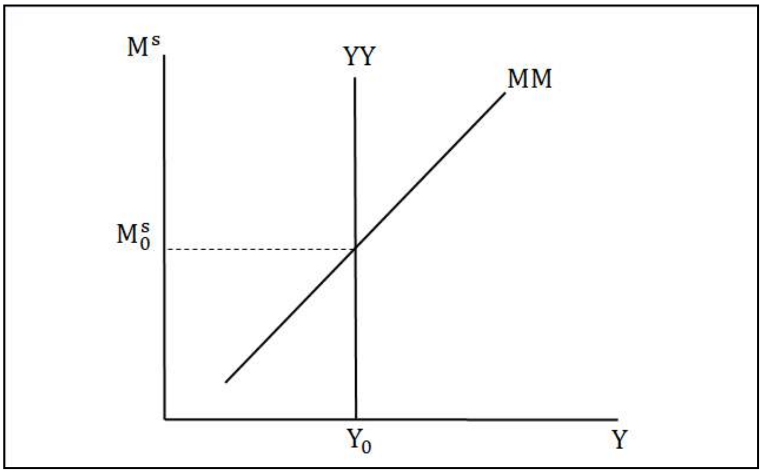
La pendiente de la curva YY en el plano (Y, M) será la siguiente:

$$-[1-b(1-t)]dY + 0dM^s = 0 \rightarrow \left.\frac{dM^s}{dY}\right|_{YY} = \frac{-[1-b(1-t)]}{0} = \infty$$

La pendiente de la curva MM en el plano (Y, M) será la siguiente:

$$L_Y dY - \frac{1}{P}dM^s = 0 \rightarrow L_Y dY = \frac{1}{P}dM^s \rightarrow \left.\frac{dM^s}{dY}\right|_{MM} = PL_Y > 0$$

Gráfico 8.9
Modelo YY – MM



8.4 Modelo OA-DA: Multiplicadores del equilibrio de Corto plazo y estática comparativa

Antes de hallar la matriz de los multiplicadores analizaremos si el sistema anterior es estable, evaluando si la matriz que pre-multiplica al vector de las variables endógenas cumple las condiciones de estabilidad:

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- *Traza:*

$$-[1-b(1-t)]-\frac{1}{P_0}-1<0$$

- *Determinante:*

$$-[1-b(1-t)](-1)^2\begin{vmatrix}-\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-[1-b(1-t)]\left(\frac{1}{P_0}\right)<0$$

- *Suma de los menores principales de la diagonal principal de la matriz:*

$$\begin{vmatrix}-\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\\ 0 & -1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}-[1-b(1-t)] & 0\\ k & -\frac{1}{P_0}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}-[1-b(1-t)] & 0\\ \theta & -1\end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{P_0}+\frac{[1-b(1-t)]}{P_0}+[1-b(1-t)]>0$$

Esto comprueba que el sistema es estable.

En lo que sigue, procedemos a hallar los multiplicadores del equilibrio de corto plazo:

$$\begin{bmatrix}-[1-b(1-t)] & 0 & 0\\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\\ \theta & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dY\\ dM^s\\ dP\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -1 & -1 & h & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & j & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dC_0\\ dI_0\\ dG_0\\ dr_0\\ dP^e\\ d\overline{Y}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}dY\\ dM^s\\ dP\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-[1-b(1-t)] & 0 & 0\\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\\ \theta & 0 & -1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-1 & -1 & -1 & h & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & j & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dC_0\\ dI_0\\ dG_0\\ dr_0\\ dP^e\\ d\overline{Y}\end{bmatrix}$$

Definimos a la matriz relevante como la matriz “A” y calculamos su inversa:

$$A = \begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ k+\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta_0 & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\beta_0 \\ \frac{\theta}{P_0} & 0 & \frac{1}{P_0}\beta_0 \end{bmatrix}$$

Donde: $|A| = \frac{-[1-b(1-t)]}{P_0}$ y $\beta_0 = [1-b(1-t)]$

Reemplazando la inversa de la matriz en el sistema, tendremos:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ k+\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta_0 & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\beta_0 \\ \frac{\theta}{P_0} & 0 & \frac{1}{P_0}\beta_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dr_0 \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

Efectuando la multiplicación de las matrices se obtendrá la matriz de multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -\frac{1}{P_0} & -\frac{1}{P_0} & -\frac{1}{P_0} & \frac{h}{P_0} & 0 & 0 \\ -\beta_1 & -\beta_1 & -\beta_1 & h\beta_1+\beta_0 j & -\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\beta_0 & \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\beta_0\theta \\ -\frac{\theta}{P_0} & -\frac{\theta}{P_0} & -\frac{\theta}{P_0} & \frac{\theta}{P_0}h & -\frac{\beta_0}{P_0} & \theta\frac{\beta_0}{P_0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ dr_0 \\ dP^e \\ d\overline{Y} \end{bmatrix}$$

Donde: $\beta_1 = \left(k+\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$

❖ *Estática comparativa*

- **Equilibrio de corto plazo de un aumento en la tasa de interés: $dr_0 > 0$**

Con el aumento de la tasa de interés se reducen las tres variables endógenas: (Y, M^s, P).

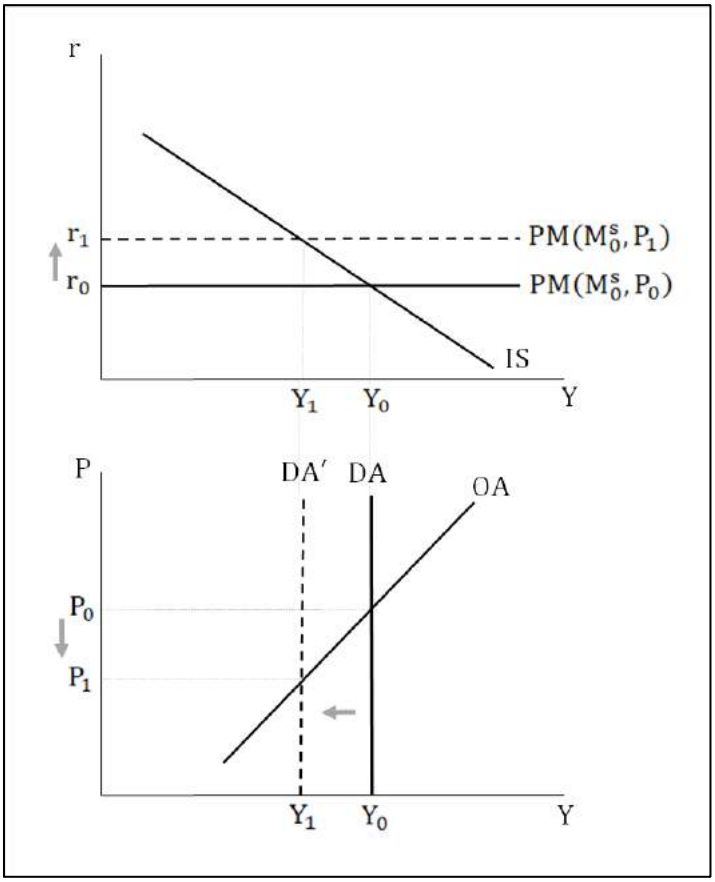
Efecto en el Ingreso:

$$\frac{dY}{dr_0} = \frac{1}{|A|}\frac{h}{P_0} < 0$$

$$\frac{dY}{dr_0} = -\frac{h}{[1 - b(1 - t)]} < 0$$

Gráfico 8.10

Equilibrio de corto plazo de un aumento en la tasa de interés (I)



Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{dr_0} = \frac{h}{|A|}\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) + [1 - b(1 - t)]\frac{j}{|A|} < 0$$

$$\frac{dM^s}{dr_0} = -\frac{P_0 h}{[1 - b(1 - t)]}\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) - P_0 j < 0$$

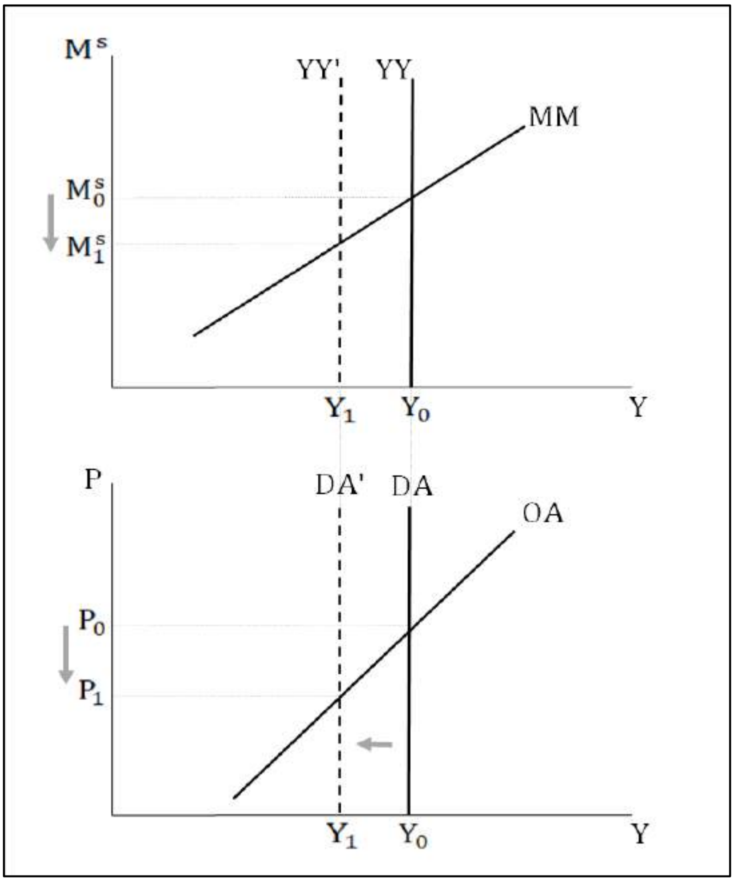
Efecto sobre los precios:

$$\frac{dP}{dr_0} = \theta\frac{1}{|A|}\frac{h}{P_0} < 0$$

$$\frac{dP}{dr_0} = -\frac{\theta h}{[1 - b(1 - t)]} < 0$$

Gráfico 8.11

Equilibrio de corto plazo de un aumento en la tasa de interés (II)



El aumento de la tasa de interés reduce la inversión privada y con ello la demanda DA; por lo tanto, se reduce el producto Y. Esta nueva DA se iguala a la OA a un nivel de precios más bajo. Hay tres factores que generan un exceso de oferta en el mercado de dinero: La tasa de interés más alta y el nivel de producto más bajo, reducen la demanda de dinero, generando un exceso de oferta. Este exceso de oferta se exacerba con la reducción del nivel de precios. Finalmente, el exceso de oferta se elimina con la reducción de la oferta nominal de dinero M^s. La M^s se ajusta al nuevo nivel de la demanda de dinero.

En el gráfico 8.11 se ve claramente el ajuste de la oferta nominal de dinero al nuevo nivel de demanda de dinero, que corresponde a los nuevos niveles de demanda agregada, DA, y de precios. En resumen, el incremento de la tasa de interés, reduce la inversión privada y con ello la demanda agregada, DA, que se equilibra con la oferta agregada, OA $=Y_1$, a un nivel de precios más bajo (P_1).

El equilibrio en el mercado de bienes (Y_1) ocurre con nivel nominal de dinero menor (M_1). La cantidad de dinero se ha ajustado al nuevo nivel de demanda de dinero (que es más bajo) y al nuevo nivel de precios (P_1) (que también es más bajo).

- **Equilibrio de corto plazo de una política fiscal expansiva: $\mathbf{dG_0} > 0$**

Cuando el gasto del gobierno aumenta, también aumentan las tres variables endógenas: (Y, M^s, P).

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{1}{|A|}\left(-\frac{1}{P_0}\right) > 0$$

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{1}{[1 - b(1 - t)]} > 0$$

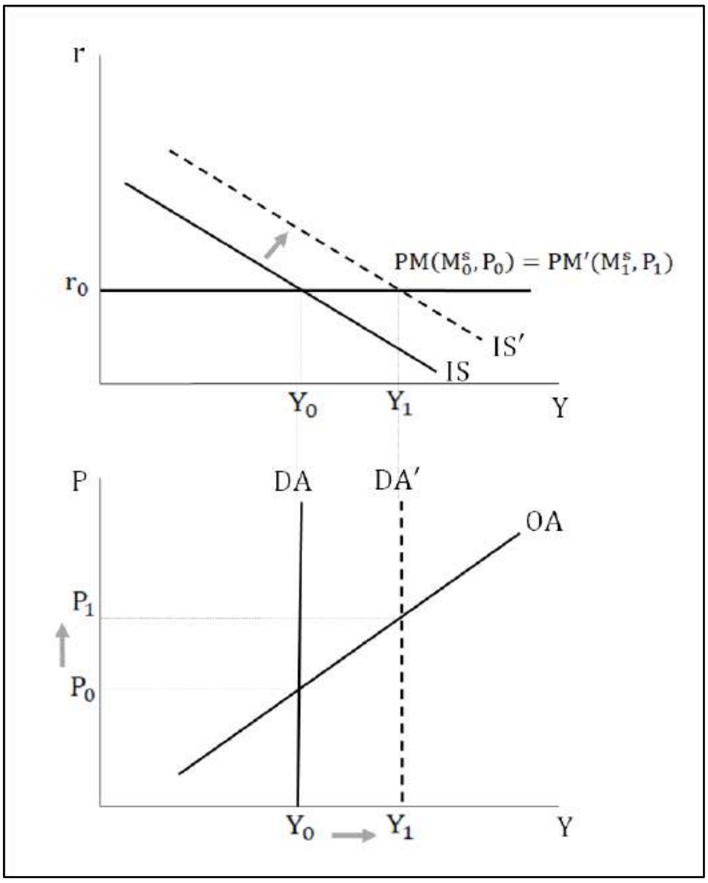
Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{dG_0} = \frac{P_0}{[1 - b(1 - t)]}\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) > 0$$

Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{dG_0} = \frac{\theta}{[1 - b(1 - t)]} > 0$$

Gráfico 8.12
Equilibrio de corto plazo de un aumento en el gasto de gobierno (I)

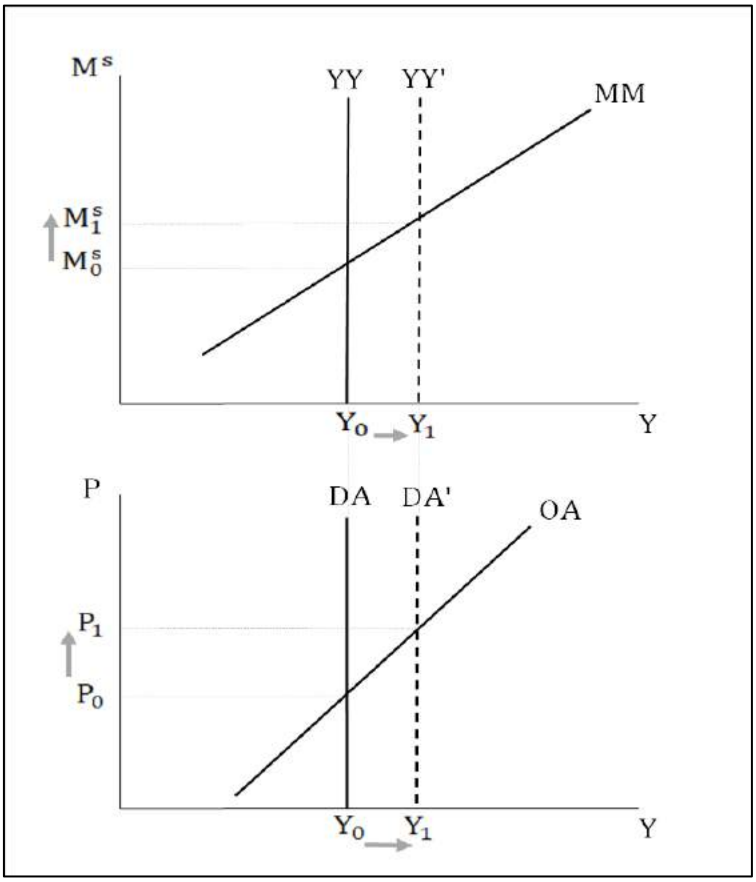


El aumento en el gasto de gobierno genera un aumento en producto o ingreso, desplazando la curva DA hacia la derecha y generando un incremento en el nivel de precios. Este aumento en los precios genera un exceso de demanda de dinero, que da lugar a un incremento de la cantidad de oferta nominal de dinero para restaurar el equilibrio.

En el plano (Y, M) se observa también el nuevo punto de equilibrio caracterizado por un mayor nivel del producto, de la cantidad de dinero y de los precios.

Gráfico 8.13

Equilibrio de corto plazo de un aumento en el gasto de gobierno (II)



- **Equilibrio de corto plazo de un aumento del producto potencial: $\mathbf{d\overline{Y}} > 0$**

El incremento del producto potencial tiene efectos negativos en la cantidad de dinero y el nivel de precios y un efecto nulo en el ingreso:

Efecto en el ingreso o demanda:

$$\frac{dY}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}(0) = 0$$

Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}\theta[1 - b(1 - t)]\frac{M_0^s}{{P_0}^2} < 0$$

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = -\frac{M_0^s}{P_0}\theta < 0$$

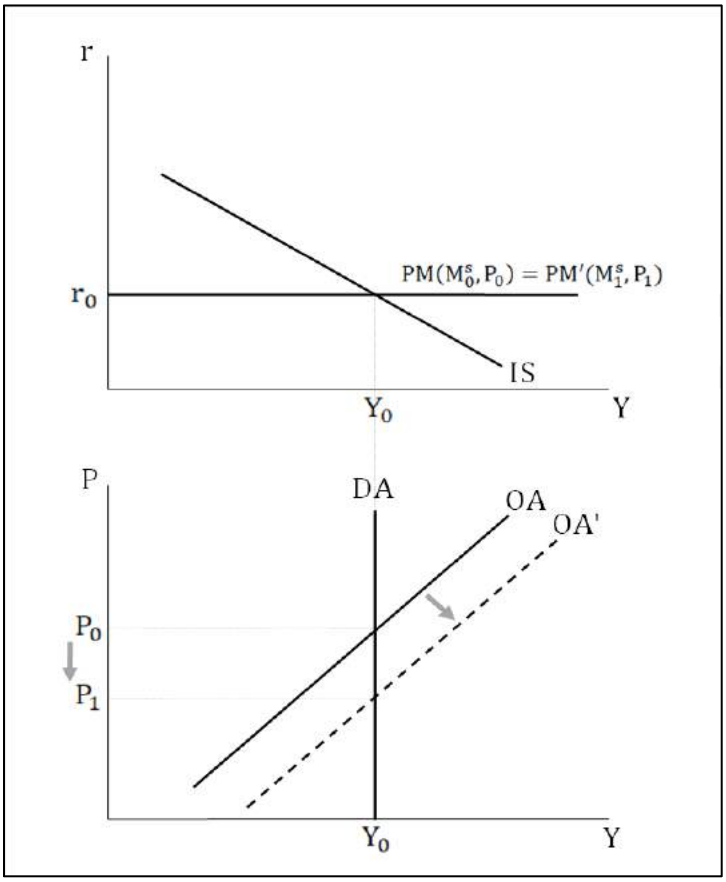
Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}\theta\frac{[1-b(1-t)]}{P_0} < 0$$

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = -\theta < 0$$

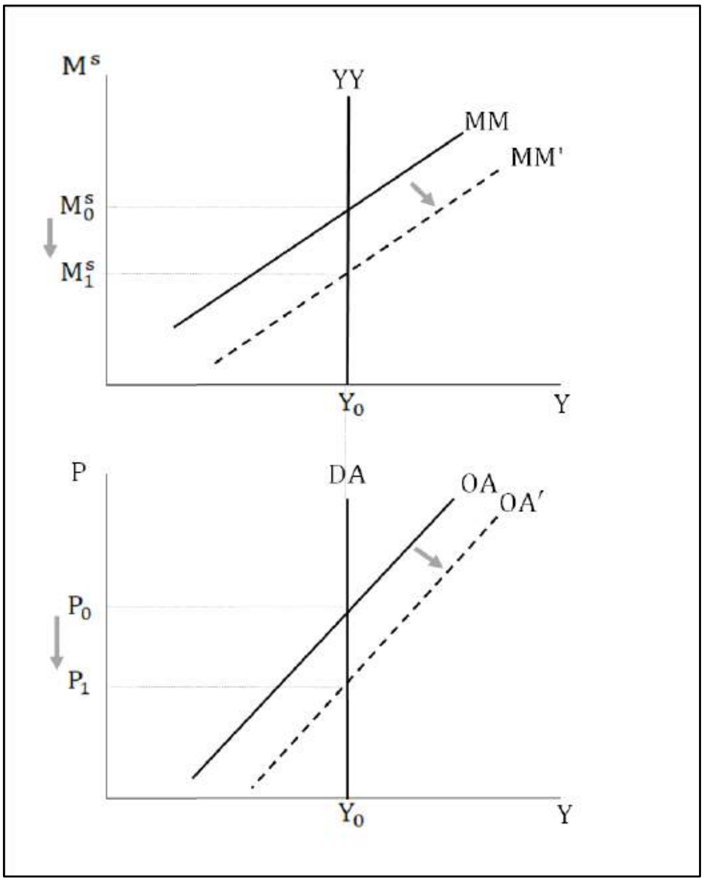
El aumento del producto potencial aumenta la capacidad productiva, lo cual no impacta en la IS ni en la DA (ni por tanto en el nivel del producto). Si los precios caen, la oferta de dinero debe disminuir para que se iguale a la demanda de dinero que está fija. El mercado de bienes se equilibra con la disminución de los precios.

Gráfico 8.14
Equilibrio de corto plazo de un aumento en el producto potencial (I)



La disminución de precios origina una reducción de la cantidad nominal de dinero en la misma proporción. La curva de OA se desplaza hacia la izquierda.

Gráfico 8.15
Equilibrio de corto plazo de un aumento en el producto potencial (II)



- **Equilibrio de corto plazo de un aumento en el precio esperado: $\mathbf{dP^e} > 0$**

Los efectos de un incremento en el nivel precios esperado son positivos en la cantidad de dinero y el nivel de precios y nulo en el ingreso.

Efecto en el ingreso o demanda:

$$\frac{dY}{dP^e} = \frac{1}{|A|}(0) = 0$$

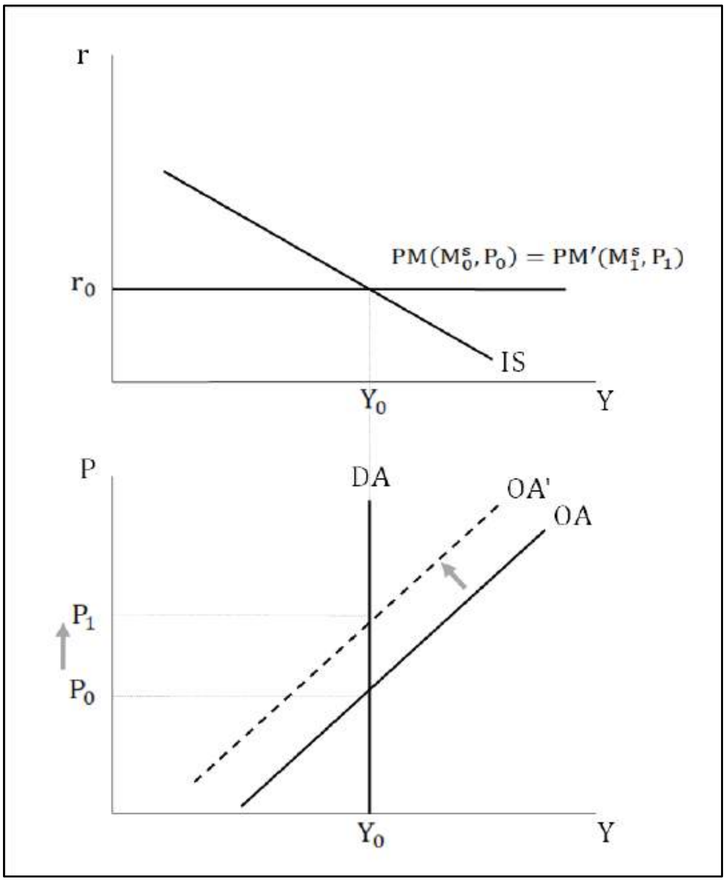
Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{dP^e} = -\frac{1}{|A|}[1 - b(1-t)]\frac{M_0^s}{{P_0}^2} > 0$$

$$\frac{dM^s}{dP^e} = \frac{M_0^s}{P_0} > 0$$

Gráfico 8.16

Equilibrio de corto plazo de un aumento en el precio esperado (I)



Efecto en el nivel de precios:

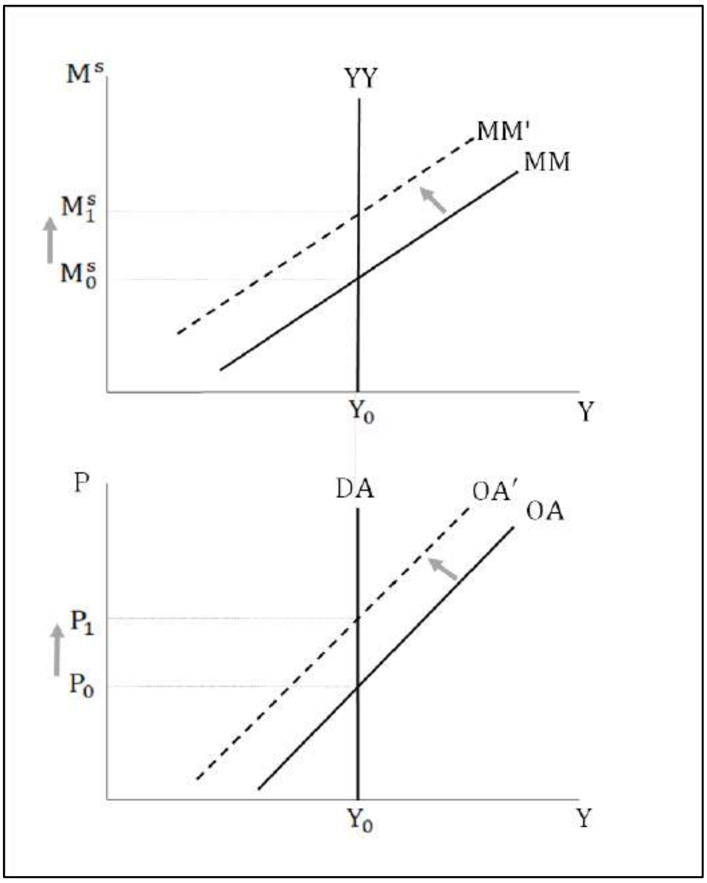
$$\frac{dP}{dP^e} = -\frac{1}{|A|}\frac{[1 - b(1-t)]}{P_0} > 0$$

$$\frac{dP}{dP^e} = 1 > 0$$

El aumento en el precio esperado no tiene impacto en la curva IS ni en la DA, por lo que el nivel del producto se mantiene.

Al subir el precio esperado, también sube el precio observado, debido a esto se produce exceso de demanda de dinero, el cual se elimina con el aumento de cantidad nominal de dinero.

Gráfico 8.17
Equilibrio de corto plazo de un aumento en el precio esperado (II)



8.5 Modelo OA-DA con tasa de interés fija y el superávit estructural del gobierno

En el siguiente modelo OA-DA se supone que la tasa de interés es el instrumento de política del banco central ($r = r_0$) y que el gasto del gobierno responde a una meta de superávit fiscal primario estructural. La tributación es una proporción "t" del producto potencial $\bar{Y}$ y la meta de déficit se determina como un porcentaje α de dicho producto de pleno empleo.

El superávit fiscal, entonces, será: $t\overline{Y} - G = \alpha\overline{Y}$. De aquí se deduce que el gasto fiscal sigue directamente la evolución del producto de largo plazo $\overline{Y}$:

$$G = t\overline{Y} - \alpha\overline{Y} = (t - \alpha)\overline{Y}$$

El modelo OA-DA será el siguiente:

Demanda Agregada:

$Y = C + I + G + X - M$

$C = C_0 + b(1 - t)Y$

$I = I_0 - hr$

$G = (t - \alpha)\overline{Y}$

$X = X_0$

$M = mY$

IS: $-[1 - b(1 - t)]Y = -C_0 - I_0 - (t - \alpha)\overline{Y} + hr$

LM: $kY - \frac{M_0^s}{P_0} = jr$

Oferta Agregada:

$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$ donde $\overline{Y} = Y_f$

Diferenciando cada una de las ecuaciones y ordenando por exceso de demanda:

$$dC_0 + dI_0 - hdr_0 + (t - \alpha)d\overline{Y} - [1 - b(1 - t)]dY = 0$$

$$kdY - jdr_0 - \frac{1}{P_0}dM^s + \frac{1}{{P_0}^2}M_0^s dP = 0$$

$$\theta dY - dP = \theta d\overline{Y} - dP^e$$

Ordenamos matricialmente el modelo:

$$-[1-b(1-t)]dY = -dC_0 - dI_0 + hdr_0 - (t-\alpha)d\overline{Y}$$

$$kdY - \frac{1}{P_0}dM^s + \frac{1}{{P_0}^2}M_0^s dP = jdr_0$$

$$\theta dY - dP = \theta d\overline{Y} - dP^e$$

$$\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -(t-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ d\overline{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

Se puede mostrar que este sistema es estable:

- *Traza:* $\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} = -[1-b(1-t)] - \frac{1}{P_0} - 1 < 0$
- *Determinante:* $\begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} = -[1-b(1-t)]\frac{1}{P_0} < 0$
- *Suma de las determinantes de los menores principales:*

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 \\ \theta & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{P_0} + \frac{[1-b(1-t)]}{P_0} + [1-b(1-t)] > 0$$

❖ *Los multiplicadores del equilibrio de corto plazo:*

Procederemos a hallar los multiplicadores del equilibrio de corto plazo:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -(t-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ d\overline{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

Denotamos a la matriz relevante con “A” y calculamos su inversa:

$$A = \begin{bmatrix} -[1-b(1-t)] & 0 & 0 \\ k & -\frac{1}{P_0} & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ k+\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta_0 & \beta_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \frac{\theta}{P_0} & 0 & \frac{\beta_0}{P_0} \end{bmatrix}$$

Donde: $|A| = -\beta_0\frac{1}{P_0}$ y $\beta_0 = [1-b(1-t)]$

Reemplazamos la inversa de la matriz A en el sistema para luego hallar la matriz de los multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ k+\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta_0 & \beta_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \frac{\theta}{P_0} & 0 & \frac{\beta_0}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & h & -(t-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ d\overline{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dM^s \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -\frac{1}{P_0} & -\frac{1}{P_0} & \frac{h}{P_0} & \frac{-(t-\alpha)}{P_0} & 0 \\ -\beta_1 & -\beta_1 & h\beta_1 + \beta_0 j & -(t-\alpha)\beta_1 + \theta\beta_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -\beta_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ -\frac{\theta}{P_0} & -\frac{\theta}{P_0} & \frac{h}{P_0}\theta & -(t-\alpha)\frac{\theta}{P_0} + \theta\frac{\beta_0}{P_0} & -\frac{\beta_0}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dr_0 \\ d\overline{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

En la matriz de multiplicadores $\beta_1 = \left(k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$.

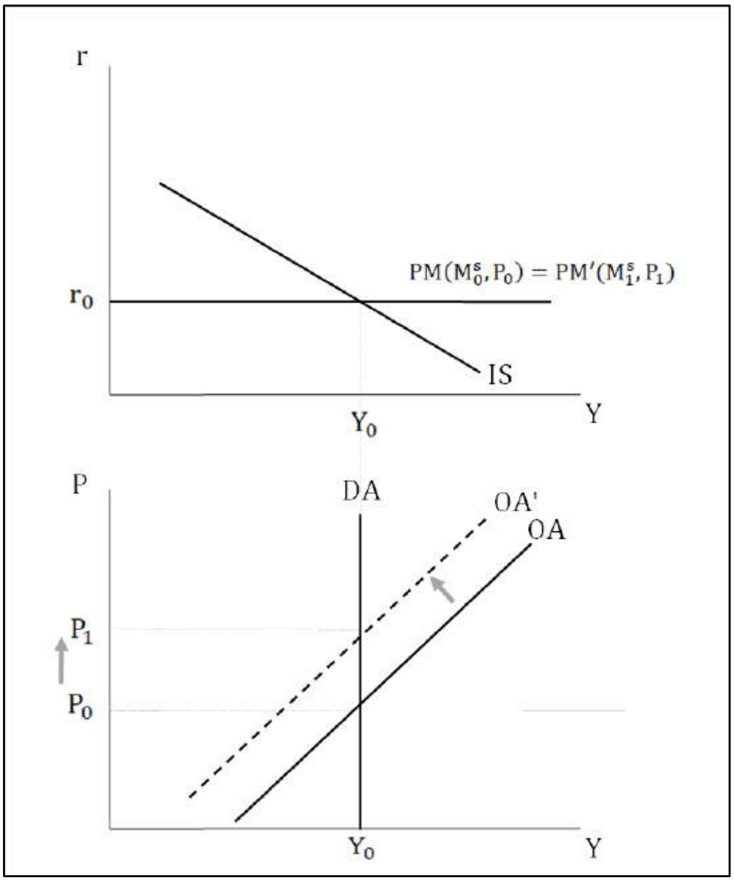
❖ *Estática comparativa*

- **Aumento en el precio esperado**

Un aumento del nivel de precios esperado incrementa el nivel de precios en la misma proporción. Este incremento en el nivel de los precios genera un exceso de demanda en el mercado de dinero. La cantidad nominal de dinero debe aumentar para restaurar el equilibrio en el mercado de dinero. De otro lado, un aumento en el nivel de precios esperado no tiene ningún efecto sobre el ingreso.

Gráfico 8.18

Efectos de un aumento en el precio esperado



Matemáticamente los efectos señalados son:

Efectos en el ingreso o demanda:

$$\frac{dY}{dP^e} = \frac{1}{|A|}(0) = 0$$

Efectos en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{dP^e} = \frac{1}{|A|}\left(-\beta_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$$

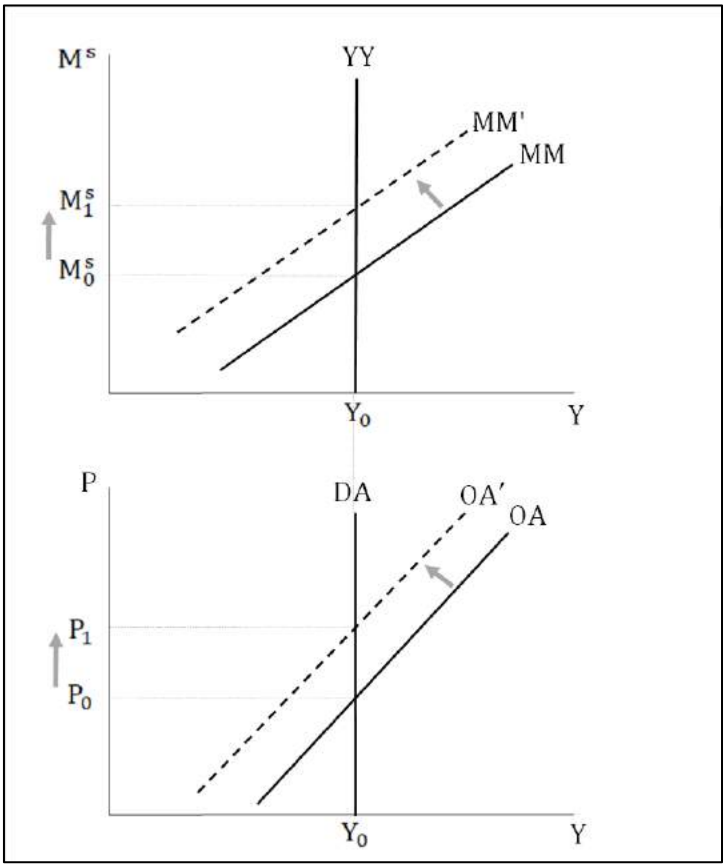
$$\frac{dM^s}{dP^e} = \left(-\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left(-\beta_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) > 0$$

Efectos en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{dP^e} = \frac{1}{|A|}\left(-\frac{\beta_0}{P_0}\right)$$

$$\frac{dP}{dP^e} = \left(-\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left(-\frac{\beta_0}{P_0}\right) = 1 > 0$$

Gráfico 8.19
Efectos de un aumento en el precio esperado

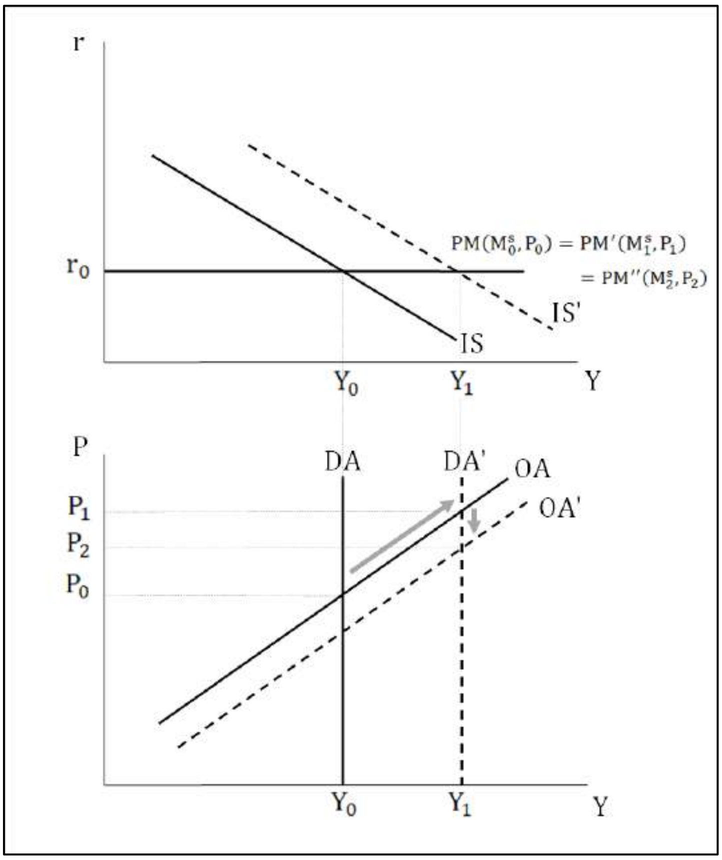


- **Aumento del producto de pleno empleo**

Debido a que el aumento del producto potencial da lugar a un aumento en el gasto, genera un exceso de demanda en el mercado de bienes. Este exceso de demanda tiende a eliminarse con el exceso de oferta que en este mismo mercado genera el aumento del producto potencial.

El incremento del producto potencial o de pleno empleo genera un exceso de oferta en el mercado de bienes. El exceso de demanda genera una presión al alza en el nivel de precios mientras el aumento del producto potencial genera una presión a la baja de los precios. El resultado final es que aumenta la producción y el nivel de precios. Finalmente, el aumento en el nivel de precios genera un exceso de demanda en el mercado de dinero que se elimina con el aumento en la cantidad nominal de dinero.

Gráfico 8.20
Efectos de un aumento en el producto de potencial



Matemáticamente, de acuerdo a los respectivos multiplicadores, estos efectos son:

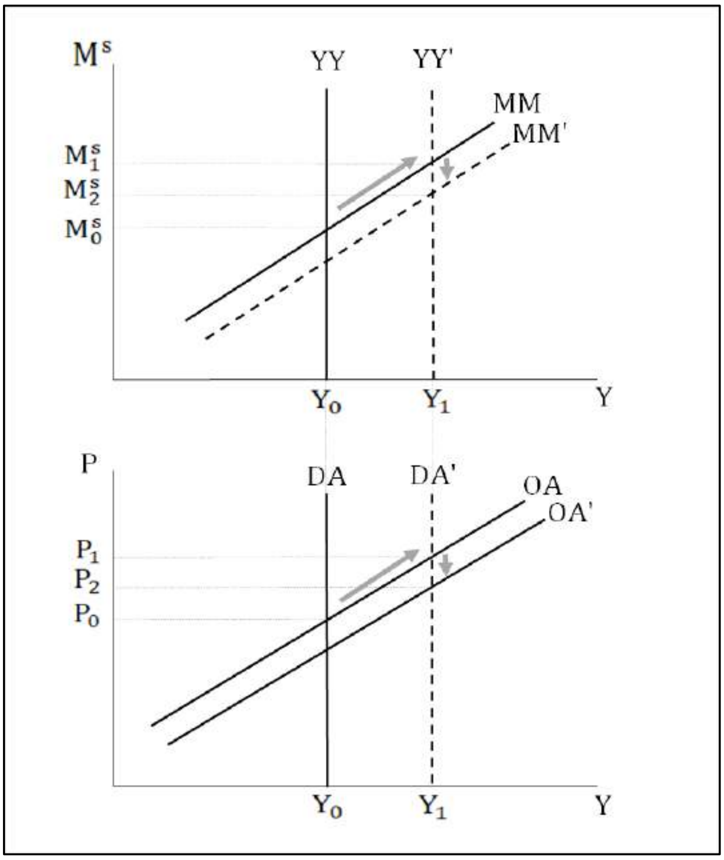
Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}\left(\frac{-(t-\alpha)}{P_0}\right)$$

$$\frac{dY}{d\overline{\overline{Y}}} = \left(\frac{(t-\alpha)}{\beta_0}\right) > 0$$

Gráfico 8.21

Efectos de un aumento en el producto de potencial



Efecto en la cantidad de dinero:

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}\left[-(t-\alpha)\beta_1 + \theta\beta_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right]$$

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \left(-\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left[-(t-\alpha)\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)\right] + \left(-\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left(\theta\beta_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$$

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \frac{k(t-\alpha)P_0}{\beta_0} + \ \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}(t-\alpha)\left(\frac{P_0}{\beta_0}\right) - \ \theta\frac{M_0^s}{P_0}$$

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \frac{k(t-\alpha)P_0}{\beta_0} + \theta\frac{M_0^s}{P_0}\left(\frac{(t-\alpha)}{\beta_0}\right) - \theta\frac{M_0^s}{P_0}$$

$$\frac{dM^s}{d\overline{Y}} = \frac{k(t-\alpha)P_0}{\beta_0} + \theta\frac{M_0^s}{P_0}\left[\frac{(t-\alpha)}{\beta_0} - 1\right] > 0$$

Este efecto será positivo si, como es de suponer, $\beta_0 < (t-\alpha)$. Recuérdese que $\beta_0 = [1-b(1-t)]$.

Efecto en el nivel de precios:

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \frac{1}{|A|}\left[-(t-\alpha)\frac{\theta}{P_0} + \theta\frac{\beta_0}{P_0}\right]$$

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \left(-\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left[-(t-\alpha)\frac{\theta}{P_0} + \theta\frac{\beta_0}{P_0}\right]$$

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \left(\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left[(t-\alpha)\frac{\theta}{P_0}\right] - \left(\frac{P_0}{\beta_0}\right)\left[\theta\frac{\beta_0}{P_0}\right]$$

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \frac{\theta(t-\alpha)}{\beta_0} - \theta = \theta\left[\frac{(t-\alpha)}{\beta_0} - 1\right] > 0$$

Si, como es evidente, $(t-\alpha) > \beta_0$, donde $\beta_0 = [1-b(1-t)]$, el efecto será positivo.

CAPÍTULO 9
OFERTA Y DEMANDA AGREGADA CON PRECIOS Y TIPO DE CAMBIO FLEXIBLES PARA UNA ECONOMÍA ABIERTA

9.1 El tipo de cambio en una economía pequeña y abierta con libre movilidad de capitales

La economía es pequeña en el sentido que no influye en las variables macroeconómicas del resto del mundo: los precios, el producto, el empleo, la tasa de interés y otras variables se considera que están exógenamente dadas.

En esta economía las exportaciones e importaciones también dependen del tipo de cambio real. Las exportaciones responden positivamente al tipo de cambio y las importaciones negativamente. El tipo de cambio tendrá un impacto positivo en la balanza comercial (exportaciones netas de importaciones) solo si se cumple la condición de Marshall-Lerner; es decir, si la suma de las elasticidades de X y M con respecto al tipo de cambio es mayor que la unidad.

El tipo de cambio depende negativamente de la diferencia entre las tasas de interés doméstica "r" e internacional o del resto del mundo "r*", bajo el supuesto de perfecta movilidad de capitales. Cuando aumenta la tasa de interés doméstica, entran capitales a la economía, y la relativa abundancia de moneda extranjera hace que el tipo de cambio baje. Lo contrario ocurre si baja la tasa de interés. Si baja la tasa de interés doméstica, salen capitales de la economía y la relativa escasez de moneda extranjera hace que el tipo de cambio suba.

De otro lado si sube la tasa de interés del resto del mundo, salen capitales de la economía presionando al alza del tipo de cambio y, viceversa. Si baja la tasa de interés del resto del mundo entran capitales a la economía presionando a la baja del tipo de cambio.

La siguiente ecuación describe la relación del tipo de cambio real con la diferencia entre las tasas de interés doméstica y del resto del mundo. Cuando las tasas son iguales, el tipo de cambio es igual a ε_0 que representa el tipo de cambio de equilibrio de largo plazo.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \rho(r - r^*)$$

Condición de Marshall-Lerner

La balanza comercial en términos de moneda local es igual a: $B = X - eM$

Donde "B" es la balanza comercial, "X" las exportaciones, "e" el tipo de cambio y "M" las importaciones medidas en moneda extranjera.

Derivando con respecto al tipo de cambio "e":

$$\frac{\partial B}{\partial e} = \frac{\partial X}{\partial e} - (M + e\frac{\partial M}{\partial e})$$

$$\frac{\partial X}{\partial e} - e\frac{\partial M}{\partial e} > M$$

$$\frac{\partial X}{\partial e}\frac{1}{M} - \frac{e}{M}\frac{\partial M}{\partial e} > 1$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial e}\frac{e}{X}\right)\frac{X}{eM} + \left(-\frac{e}{M}\frac{\partial M}{\partial e}\right) > 1$$

$$\alpha_e^X \frac{X}{eM} + \alpha_e^M > 1$$

La condición Marshall-Lerner dice que, partiendo de una situación inicial de equilibrio externo, la devaluación mejorará la balanza comercial si la suma de las elasticidades de la demanda de exportaciones e importaciones con respecto al tipo de cambio es mayor que uno.

Cuando $X = eM$, entonces:

$$\alpha_e^X + \alpha_e^M > 1$$

Si se parte de una situación de desequilibrio en el sector externo, la condición Marshall-Lerner será igual a:

$$\alpha_e^X \frac{X}{eM} + \alpha_e^M > 1$$

9.2 El modelo Ingreso-Gasto para una economía abierta y la ecuación de la demanda agregada

El modelo de Ingreso-Gasto Agregado en una economía abierta con libre movilidad de capitales, está conformado por las siguientes ecuaciones:

Función Consumo: $C = C_0 + bY^d$

Función Inversión: $I = I_0 - hr$

Gasto del Gobierno: $G = G_0$

Función Exportaciones: $X = x_1 Y^* + x_2 \varepsilon$

Función Importaciones $M = m_1 Y^d - m_2 \varepsilon$

Función Tributación: $T = tY$

Ingreso Disponible: $Y^d = Y - T$

Demanda Agregada: $DA = C + I + G + (X - M)$

Equilibrio Ingreso-Gasto: $Y = DA$

El Tipo de cambio.

El valor del tipo de cambio real en el corto plazo depende de su valor de largo plazo y del diferencial de tasas reales doméstica y externa. Esto es así porque el ajuste de los precios se supone que es lento.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \rho(r - r^*)$$

Las exportaciones dependen directamente de la demanda del resto del mundo "*Y**". De otro lado, mientras las exportaciones responden positivamente a las variaciones del tipo de cambio, las importaciones lo hacen en sentido contrario.

Haciendo reemplazos y algunas operaciones en la ecuación de la *demanda agregada*, se obtiene:

$$DA = C_0 + b(1-t)Y + I_0 - hr + G_0 + x_1 Y^* + x_2\varepsilon - m_1(1-t)Y + m_2\varepsilon$$

$$DA = C_0 + I_0 + G_0 + [b(1-t) - m_1(1-t)]Y - hr + x_1 Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon$$

$$DA = w - hr + x_1 Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 - (x_2 + m_2)\rho r + (x_2 + m_2)\rho r^* + [(b - m_1)(1-t)]Y$$

Donde: $w = C_0 + I_0 + G_0$

$$DA = [w + x_1 Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* - (h + (x_2 + m_2)\rho)r] + [(b - m_1)(1-t)]Y$$

$$DA = \alpha_0 + \alpha_1 Y$$

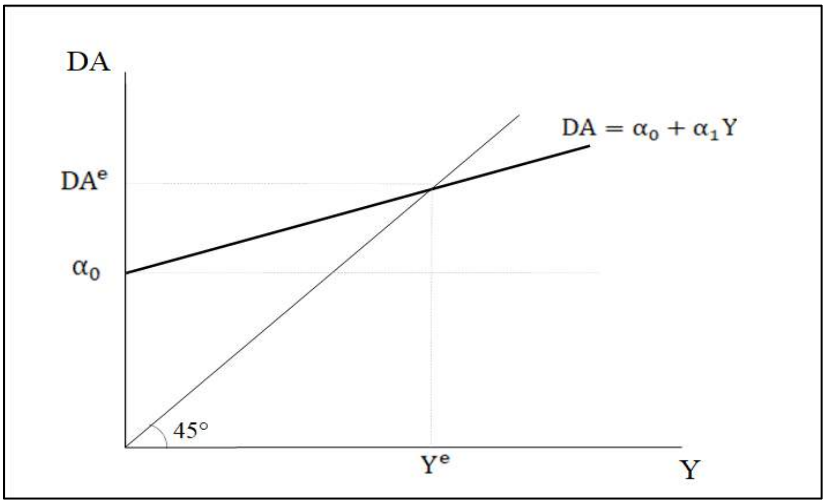
Intercepto: $\alpha_0 = [C_0 + I_0 + G_0 + x_1Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* - (h + (x_2 + m_2)\rho)r]$

Pendiente: $\alpha_1 = [(b - m_1)(1 - t)]$

La magnitud del intercepto depende en este caso de otras variables exógenas como la tasa de interés del resto del mundo y el tipo de cambio real de equilibrio. El aumento de la tasa de interés internacional, tiene un efecto positivo en la demanda agregada (desplaza la curva hacia arriba) porque al aumentar el tipo de cambio las exportaciones netas se incrementan. Por razones análogas, el aumento del tipo de cambio de equilibrio también tiene un efecto positivo en la demanda agregada. Asimismo, el incremento (disminución) de la demanda del resto del mundo, incrementa (reduce) la demanda agregada a través de su efecto directo en las exportaciones netas.

Gráfico 9.1

El modelo ingreso-gasto en una economía abierta



El ingreso de equilibrio se obtiene cuando $Y = DA$:

$$Y = w - [h + (x_2 + m_2)\rho]r + x_1Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* + [(b - m_1)(1 - t)]Y$$

$$Y = \frac{1}{1 - (b - m_1)(1 - t)}[w + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* + x_1Y^*] - \left[\frac{h + (x_2 + m_2)\rho}{1 - (b - m_1)(1 - t)}\right]r$$

Donde $\frac{1}{1-(b-m_1)(1-t)}$ es el multiplicador.

9.3 El modelo IS-LM con tipo de cambio flexible y libre movilidad de capitales

❖ *La curva IS*

La ecuación del ingreso de equilibrio puede reescribirse despejando la tasa de interés para obtener la curva IS y graficarla en el plano (Y, r):

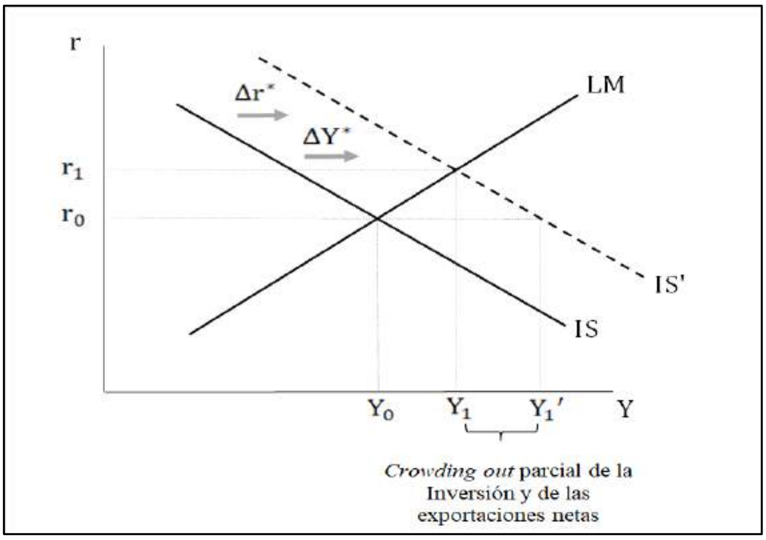
$$r = \frac{[C_0 + I_0 + G_0 + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* + x_1 Y^*]}{[h + (x_2 + m_2)\rho]} - \frac{[1 - (b - m_1)(1 - t)]}{[h + (x_2 + m_2)\rho]} Y$$

❖ *La curva LM:*

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$$

En el gráfico que sigue se puede observar los efectos de un aumento en la demanda o ingreso internacional o del resto del mundo y de la tasa de interés internacional. El incremento de cualquiera de estas dos variables desplaza la curva IS a la derecha, aumentando el producto y la tasa de interés doméstica. Se produce un *crowding out* parcial de la inversión y las exportaciones netas.

Gráfico 9.2
Efectos de un aumento de la tasa de interés internacional
o de la demanda mundial



Ordenando por excesos de demanda:

$$[a_0 + x_1 Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* - (h + (x_2 + m_2)\rho)r] + [(b - m_1)(1 - t) - 1]Y = 0$$

Donde: $a_0 = C_0 + I_0 + G_0$

$$kY - jr - \frac{M_0^s}{P_0} = 0$$

Diferenciando las dos ecuaciones suponiendo precios constantes y ordenando para facilitar la representación matricial, se tiene:

$$-[1 - (b - m_1)(1 - t)]dY - (h + a_1\rho)dr = -da_0 - x_1 dY^* - a_1 d\varepsilon_0 - a_1\rho dr^*$$

$$kdY - jdr = \frac{1}{P_0} dM_0^s$$

donde: $a_1 = x_2 + m_2$

$$\begin{bmatrix} -[1 - (b - m_1)(1 - t)] & -(h + a_1\rho) \\ k & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -x_1 & -a_1 & -a_1\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY^* \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

❖ *Condiciones de estabilidad del modelo*

El modelo es estable si la matriz relevante, la que pre-multiplica al vector de las variables endógenas, tiene traza negativa y determinante positivo:

$$A = \begin{bmatrix} -[1 - (b - m_1)(1 - t)] & -(h + a_1\rho) \\ k & -j \end{bmatrix}$$

- *Traza de A:* $-[1 - (b - m_1)(1 - t)] - j < 0$
- *Determinante:* $|A| = j[1 - (b - m_1)(1 - t)] + (h + a_1\rho)k > 0$

❖ *Cálculo de la matriz de multiplicadores*

Despejando el vector de las variables endógenas:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & -(h + a_1\rho) \\ k & -j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -x_1 & -a_1 & -a_1\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY^* \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Donde: $\beta = [1 - (b - m_1)(1 - t)]$

Y hallando la inversa de la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} -\beta & -(h + a_1\rho) \\ k & -j \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{j\beta + (h + a_1\rho)k} \begin{bmatrix} -j & h + a_1\rho \\ -k & -\beta \end{bmatrix}$$

Se obtiene la matriz de los multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -j & h + a_1\rho \\ -k & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -x_1 & -a_1 & -a_1\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY^* \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} j & x_1 j & a_1 j & a_1\rho j & \frac{1}{P_0}(h + a_1\rho) \\ k & x_1 k & a_1 k & a_1\rho k & -\frac{\beta}{P_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY^* \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

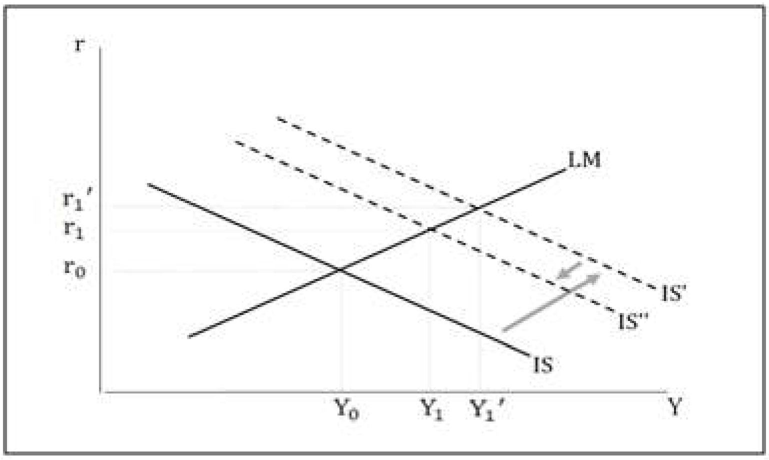
❖ *Estática comparativa*

▪ **Política fiscal expansiva** $(\mathbf{dG_0 > 0})$

El aumento del gasto, eleva la demanda agregada y, bajo el supuesto de precios dados, aumenta el ingreso. La oferta se adapta a la demanda. También eleva la tasa de interés. Cae la inversión y, como afecta negativamente al tipo de cambio, reduce las exportaciones netas. El *crowding out* es parcial. La inversión y las exportaciones netas caen en menor proporción al aumento del gasto del gobierno.

Gráfico 9.3

Efectos de un aumento en el Gasto del Gobierno



De la matriz de los multiplicadores se obtiene los siguientes efectos de la política fiscal expansiva:

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{1}{|A|} j > 0$$

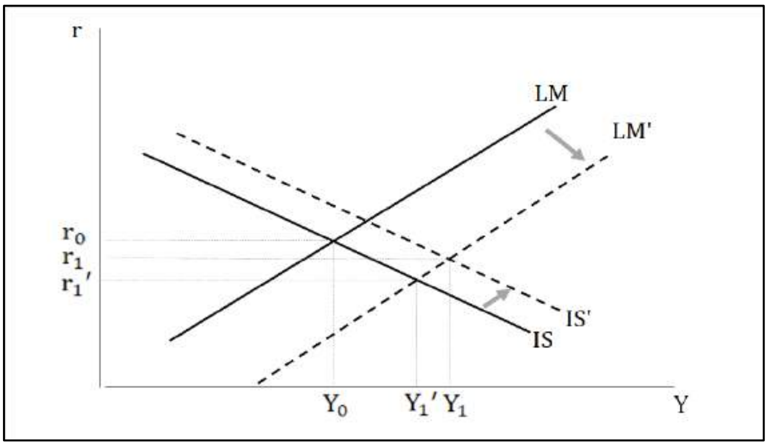
Efecto en la tasa de interés

$$\frac{dr}{dG_0} = \frac{1}{|A|} k > 0$$

- **Política monetaria expansiva ($\mathbf{dM_0^s > 0}$)**

Cuando el Banco Central aumenta la cantidad de dinero, aumenta el ingreso. Este efecto se da a través de su impacto en la tasa de interés. Esta se reduce y por lo tanto aumenta la inversión y las exportaciones netas. Esta última aumenta porque al bajar la tasa de interés, salen capitales (hay un contexto de libre movilidad de capitales) lo cual presiona al alza del tipo de cambio.

Gráfico 9.4
Efectos de un aumento en la cantidad de dinero



De la matriz de multiplicadores se obtiene la expresión matemática de los efectos de la política monetaria consistente en un aumento en la cantidad de dinero.

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{1}{|A|}\left(\frac{1}{P_0}(h + a_1\rho)\right) > 0$$

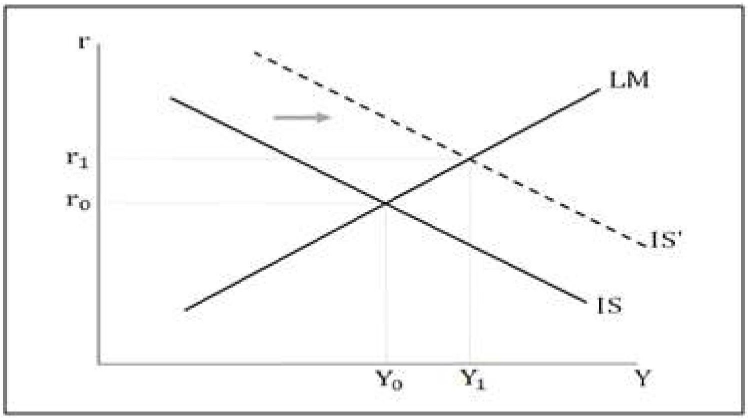
Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{dr}{dM_0^s} = \frac{1}{|A|}\left(-\frac{\beta}{P_0}\right) < 0$$

- **Aumento de la tasa de interés internacional ($\mathbf{dr^* > 0}$)**

El aumento de la tasa de interés internacional, *ceteris paribus*, estimula la salida de capitales de la economía, lo que impacta positivamente en el tipo de cambio. Aumentan las exportaciones netas y, por lo tanto, la demanda agregada. En el equilibrio final, ha aumentado el ingreso o producto y ha subido la tasa de interés doméstica. Es importante señalar que esta subida de la tasa de interés tiene un efecto contractivo en las exportaciones netas, porque reduce el tipo de cambio. Sin embargo, aquí se supone que esta disminución de la demanda agregada no anula el impacto positivo inicial.

Gráfico 9.5
Efectos de un aumento de la tasa de interés internacional ($dr^* > 0$)



Estos efectos son:

Efecto en el ingreso:

$$\frac{dY}{dr^*} = \frac{1}{|A|}(a_1\rho j) > 0$$

Efecto en la tasa de interés:

$$\frac{dr}{dr^*} = \frac{1}{|A|}(a_1\rho k) > 0$$

9.4 El Modelo OA-DA con tipo de cambio flexible y libre movilidad de capitales

De las ecuaciones anteriores del modelo IS-LM se obtiene la Demanda Agregada (DA). Se adiciona la ecuación de la Oferta Agregada y se obtiene el modelo de OA-DA.

Función Consumo: $C = C_0 + bY^d$

Función Inversión: $I = I_0 - hr$

Gasto del Gobierno: $G = G_0$

Función Exportaciones: $X = x_1 Y^* + x_2 \varepsilon$

Función Importaciones $M = m_1 Y^d - m_2 \varepsilon$

Función Tributación: $T = tY$

Ingreso Disponible: $Y^d = Y - T$

Demanda Agregada: $DA = C + I + G + (X - M)$

Equilibrio Ingreso-Gasto: $Y = DA$

Tipo de Cambio: $\varepsilon = \varepsilon_0 - \rho(r - r^*)$

Demanda Agregada

Curva IS:

$$Y = w - [h + (x_2 + m_2)\rho]r + x_1 Y^* + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* + [(b - m_1)(1 - t)]Y$$

Donde: $w = C_0 + I_0 + G_0$

Curva LM:

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$$

Oferta Agregada

$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$ donde $\overline{Y} = Y_f$

Diferenciando totalmente y ordenando por exceso de demanda:

$$-[1 - (b - m_1)(1 - t)]dY - [h + (x_2 + m_2)\rho]dr = -dw - (x_2 + m_2)d\varepsilon_0 - (x_2 + m_2)\rho dr^* - x_1 dY^*$$

$$kdY - jdr + \frac{M_0^s}{{P_0}^2}dP = \frac{1}{P_0}dM_0^s$$

$$\theta dY - dP = -dP^e + \theta d\overline{Y}$$

Para simplificar la presentación matricial, se supone que:

$\alpha_0 = [1-(b-m_1)(1-t)]$, es la inversa del multiplicador.

$\alpha_1 = [h+(x_2+m_2)\rho]$, capta el efecto de la tasa de interés en la inversión y en el tipo de cambio. Este efecto sobre el tipo de cambio impacta directamente sobre las exportaciones netas.

$\alpha_2 = (x_2+m_2)$, capta el efecto del aumento del tipo de cambio “autónomo o de equilibrio” sobre las exportaciones netas.

$\alpha_3 = (x_2+m_2)\rho$, capta el efecto del aumento de la tasa de interés sobre el tipo de cambio y a través de este, sobre las exportaciones netas.

El sistema será entonces igual a:

$$-\alpha_0 dY - \alpha_1 dr = -dC_0 - dI_0 - dG_0 - \alpha_2 d\varepsilon_0 - \alpha_3 dr^* - x_1 dY^*$$

$$kdY - jdr + \frac{M_0^s}{{P_0}^2} dP = \frac{1}{P_0} dM_0^s$$

$$\theta dY - dP = -dP^e + \theta d\overline{Y}$$

Ordenando matricialmente:

$$\begin{bmatrix} -\alpha_0 & -\alpha_1 & 0 \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\overline{Y} \\ dY^* \end{bmatrix}$$

❖ *Las condiciones de estabilidad*

La matriz relevante (la que pre multiplica al vector de las variables endógenas), es:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_0 & -\alpha_1 & 0 \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Traza de A: $-\alpha_0 - j - 1 < 0$

Determinante: $|A| = -\alpha_0 j - \alpha_1 \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\theta - k\alpha_1 < 0$

Suma de menores principales:

$$\begin{vmatrix} -\alpha_0 & -\alpha_1 \\ k & -j \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\alpha_0 & 0 \\ \theta & -1 \end{vmatrix} = \alpha_0 j + \alpha_1 k + j + \alpha_0 > 0$$

❖ *La Matriz de los multiplicadores*

La inversa de la matriz A es igual a:

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{[\text{Cof } A]^T}{|A|}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} j & -\alpha_1 & -\alpha_1 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \alpha_0 & \alpha_0 \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ j\theta & -\alpha_1\theta & \alpha_0 j + \alpha_1 k \end{bmatrix}$$

Donde: $|A| = -\alpha_0 j - \alpha_1 \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\theta - k\alpha_1 < 0$

Reemplazando en el sistema matricial, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} j & -\alpha_1 & -\alpha_1\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \alpha_4 & \alpha_0 & \alpha_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ j\theta & -\alpha_1\theta & \alpha_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & 0 & 0 & 0 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \theta & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\bar{Y} \\ dY^* \end{bmatrix}$$

Donde: $\alpha_4 = \left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$ y $\alpha_5 = (\alpha_0 j + \alpha_1 k)$

Resolviendo la multiplicación de matrices, se obtiene el siguiente sistema con los respectivos multiplicadores:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix}$$
$$= \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} -j & -j & -j & -\alpha_2 j & -\alpha_3 j & -\frac{\alpha_1}{P_0} & \alpha_1\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -\alpha_1\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -x_1 j \\ -\alpha_4 & -\alpha_4 & -\alpha_4 & -\alpha_2\alpha_4 & -\alpha_3\alpha_4 & \frac{\alpha_0}{P_0} & -\alpha_0\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \alpha_0\theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} & -x_1\alpha_4 \\ -\theta j & -\theta j & -\theta j & -\alpha_2\theta j & -\alpha_3\theta j & -\frac{\alpha_1}{P_0}\theta & -\alpha_5 & \theta\alpha_5 & -x_1\theta j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dC_0 \\ dI_0 \\ dG_0 \\ d\varepsilon_0 \\ dr^* \\ dM_0^s \\ dP^e \\ d\bar{Y} \\ dY^* \end{bmatrix}$$

- *Estática comparativa*

  - **Aumento en el Consumo Autónomo, Inversión autónoma o en el Gasto de gobierno** $(\mathbf{dC_0} > 0, d\mathbf{I_0} > 0, d\mathbf{G_0} > 0)$

Estos tres primeros casos son parecidos por sus efectos. Los aumentos del consumo autónomo, de la inversión autónoma y del gasto del gobierno, generan aumentos en la demanda agregada. La curva IS se desplaza hacia la derecha, aumentando el ingreso y la tasa de interés. Asimismo, la curva de la DA también se desplaza hacia la derecha, lo que eleva el nivel de precios. El aumento en el nivel de precios reduce la cantidad real de dinero, lo que da lugar a un desplazamiento de la curva LM hacia la izquierda.

Hay un *crowding out* parcial de la inversión privada porque aumenta la tasa de interés. De otro lado, el aumento de la tasa de interés reduce el tipo de cambio, lo que da lugar a una disminución de las exportaciones netas de importaciones. La curva IS se desplaza a la izquierda. La curva de demanda agregada también se desplaza hacia la izquierda porque al disminuir el tipo de cambio se reducen las exportaciones netas de importaciones.

En el equilibrio final de corto plazo tenemos niveles más altos de ingreso, precios, tasa de interés y un tipo de cambio real menor.

Algebraicamente podemos observar que los efectos de un aumento en el consumo autónomo, la inversión autónoma y el gasto de gobierno son todos positivos.

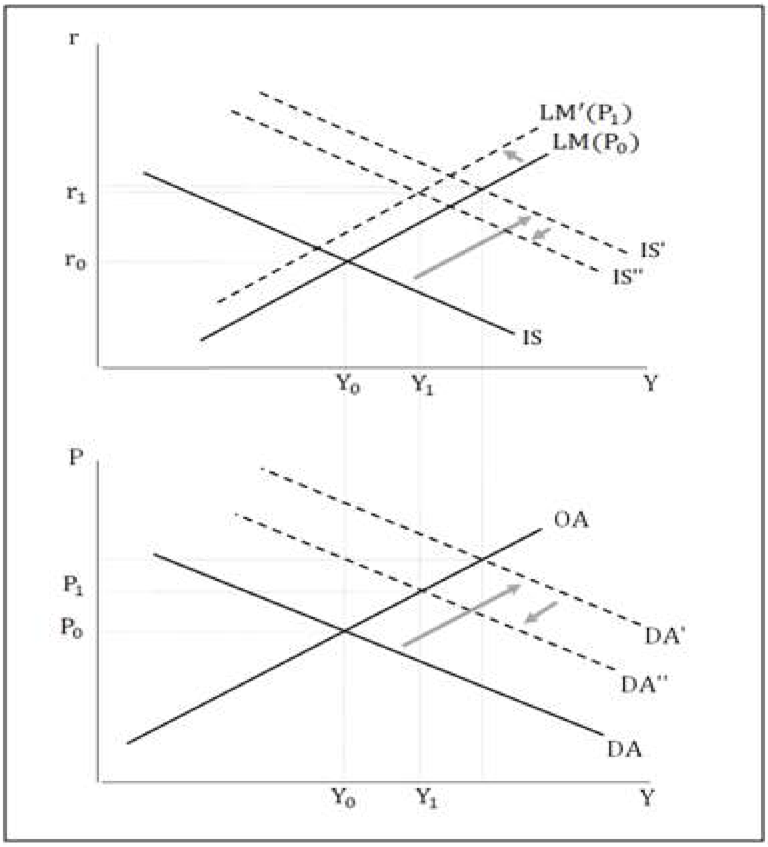
$$\frac{dY}{dC_0} = \frac{-j}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dr}{dC_0} = \frac{-k - \frac{M_0^s}{P_0{}^2}\theta}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dP}{dC_0} = \frac{-j\theta}{|A|} > 0$$

$$\frac{dY}{dI_0} = \frac{-j}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dr}{dI_0} = \frac{-k - \frac{M_0^s}{P_0{}^2}\theta}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dP}{dI_0} = \frac{-j\theta}{|A|} > 0$$

$$\frac{dY}{dG_0} = \frac{-j}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dr}{dG_0} = \frac{-k - \frac{M_0^s}{P_0{}^2}\theta}{|A|} > 0 \;\Rightarrow\; \frac{dP}{dG_0} = \frac{-j\theta}{|A|} > 0$$

Gráficamente se tendrá un resultado similar para los tres casos:

Gráfico 9.6
Efectos de un aumento en los gastos autónomos
como el gasto de gobierno



- **Aumento en el tipo de cambio autónomo o de equilibrio** ($d\varepsilon_0 > 0$)

Al aumentar el tipo de cambio *autónomo* aumentan las exportaciones netas de importaciones. En consecuencia, las curvas IS y de la DA se desplazan hacia la derecha, con lo cual se genera una elevación del producto, de la tasa de interés y de los precios. La elevación de los precios reduce la oferta real de dinero dando lugar a un desplazamiento hacia la izquierda de la curva LM.

Asimismo, el aumento de la tasa de interés reduce el tipo de cambio, lo que afecta negativamente a las exportaciones netas de importaciones (se supone que el efecto sobre el tipo de cambio real de un aumento de ε_0 es mayor que el efecto negativo sobre el tipo de cambio de un aumento de la tasa de interés doméstica). Se produce entonces un desplazamiento hacia la izquierda de la curva IS y de la DA debido a la disminución de las exportaciones netas de importaciones.

En el equilibrio final aumentan el producto, la tasa de interés y los precios.

Los efectos de un aumento en el tipo de cambio autónomo o de equilibrio son todos positivos, como se comprueba matemáticamente.

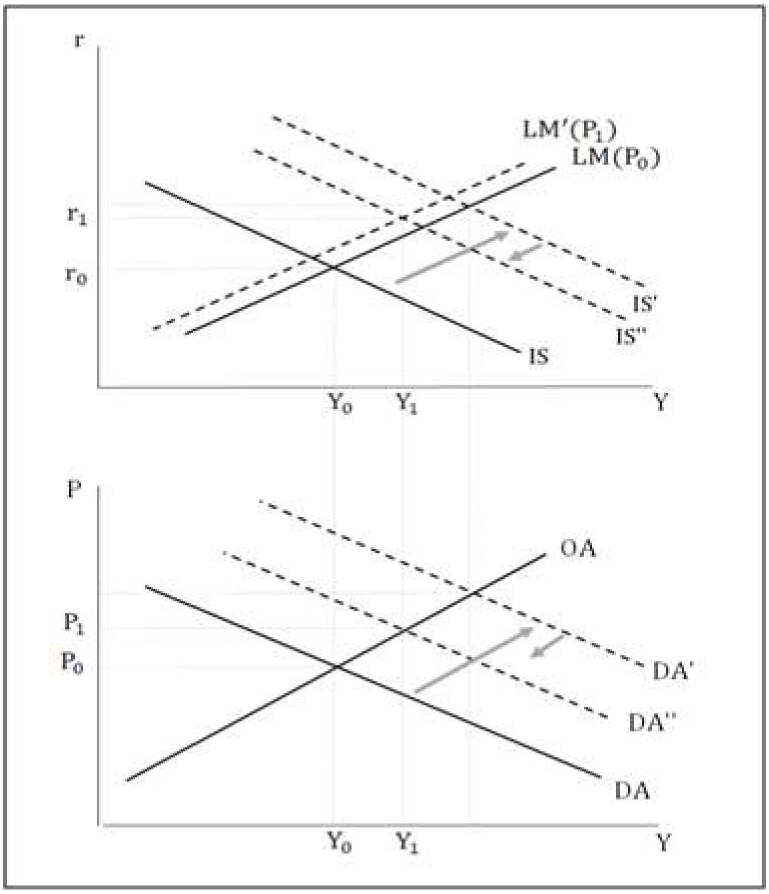
$$\frac{dY}{d\varepsilon_0} = \frac{1}{|A|}(-\alpha_2 j) > 0$$

$$\frac{dr}{d\varepsilon_0} = \frac{1}{|A|}\left[-\alpha_2\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)\right] > 0$$

$$\frac{dP}{d\varepsilon_0} = \frac{1}{|A|}(-\alpha_2 j\theta) > 0$$

Gráficamente los movimientos son similares a los casos analizados anteriormente:

Gráfico 9.7
Efectos de un aumento en el tipo de cambio autónomo



- **Aumento de la tasa de interés internacional** $(\mathbf{dr}^* > 0)$

Cuando aumenta la tasa de interés internacional aumenta el tipo de cambio, lo que da lugar a un incremento de las exportaciones netas de importaciones. Este incremento de las exportaciones netas de importaciones, aumenta la demanda agregada. Las curvas IS y DA se desplazan hacia la derecha; pero como el aumento de la tasa de interés reduce el tipo de cambio y, por tanto, las exportaciones netas de importaciones, entonces las curvas IS y DA se desplazan hacia la izquierda. Este desplazamiento es parcial, no anula el anterior de signo contrario provocado por el aumento del tipo de cambio (el efecto sobre el tipo de cambio del aumento de la tasa de interés internacional es mayor que el efecto negativo del aumento de la tasa de interés doméstica sobre el tipo de cambio). De otro lado, el incremento de los precios desplaza la curva LM hacia la izquierda.

El equilibrio de corto plazo ocurre con un aumento del producto, de la tasa de interés doméstica, de los precios y del tipo de cambio.

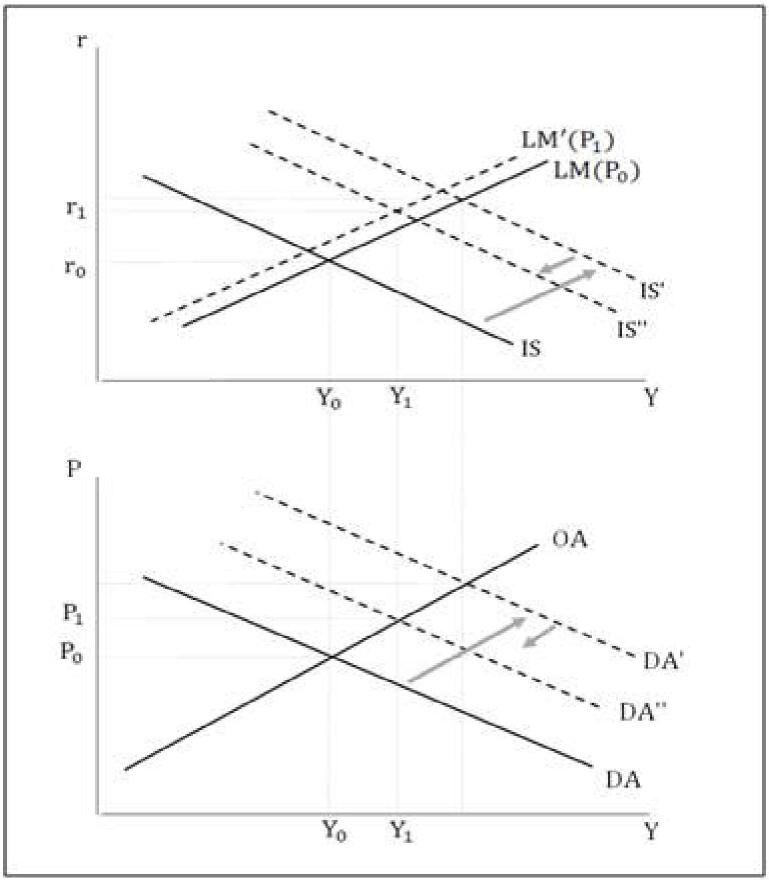
Matemáticamente podemos ver que los efectos de un aumento de la tasa de interés internacional son todos positivos.

$$\frac{dY}{dr^*} = \frac{1}{|A|}(-\alpha_3 j) > 0$$

$$\frac{dr}{dr^*} = \frac{1}{|A|}\left[-\alpha_3\left(k + \theta\frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)\right] > 0$$

$$\frac{dP}{dr^*} = \frac{1}{|A|}(-\alpha_3 j\theta) > 0$$

Gráfico 9.8
Efectos de un aumento en la tasa de interés internacional



- **Aumento en la cantidad de dinero** $(\mathbf{dM_0^s > 0})$

La política monetaria expansiva reduce la tasa de interés doméstica. Por lo tanto, aumenta la inversión privada y las exportaciones netas de importaciones (porque aumentó el tipo de cambio). Las curvas IS y DA se desplazan hacia la derecha (la IS por qué aumentaron las exportaciones netas de importaciones, y la DA porque aumentaron la inversión y las exportaciones netas de importaciones). El aumento de precios que provoca el aumento de la demanda agregada, reduce la oferta real de dinero. La curva LM se desplaza hacia la izquierda, dando lugar a una elevación de la tasa de interés que no anula los efectos de su inicial reducción. Este aumento en la tasa de interés reduce el tipo de cambio, lo cual desplaza las curvas IS y LM hacia la izquierda.

El equilibrio de corto plazo ocurre con niveles de producto, de precios y de tipo de cambio más altos, y con una tasa de interés menor.

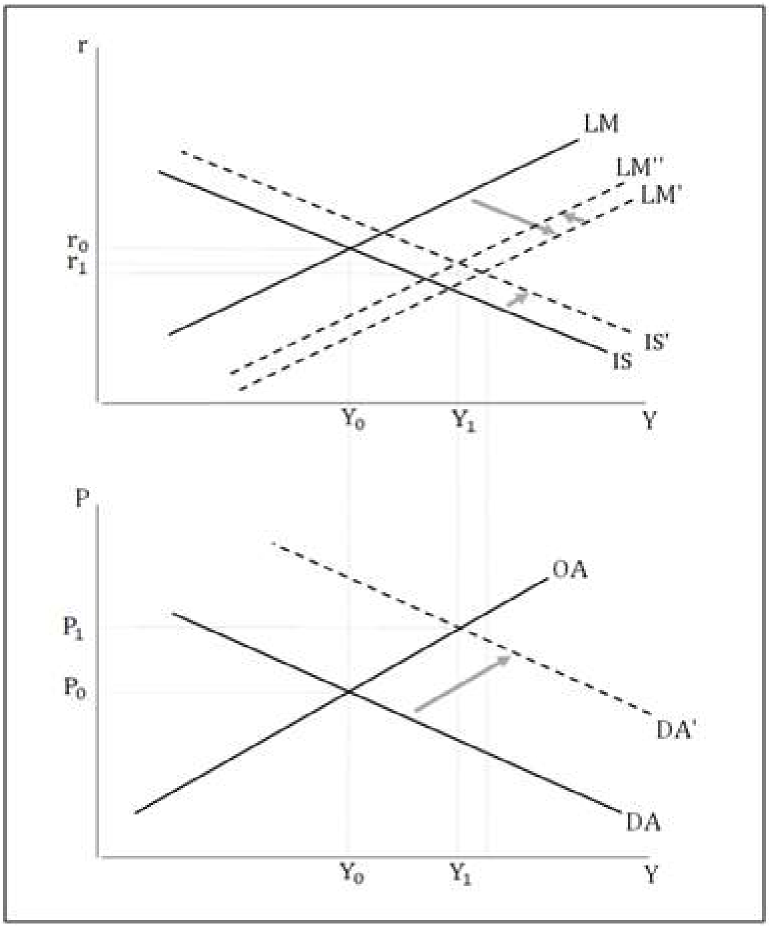
Los efectos de un aumento en la cantidad de dinero son positivos en el ingreso y el nivel de precios, y negativo en la tasa de interés.

$$\frac{dY}{dM_0^s} = \frac{-\alpha_1}{P_0|A|} > 0$$

$$\frac{dr}{dM_0} = \frac{\alpha_0}{P_0|A|} < 0$$

$$\frac{dP}{dM_0} = \frac{-\alpha_1\theta}{P_0|A|} > 0$$

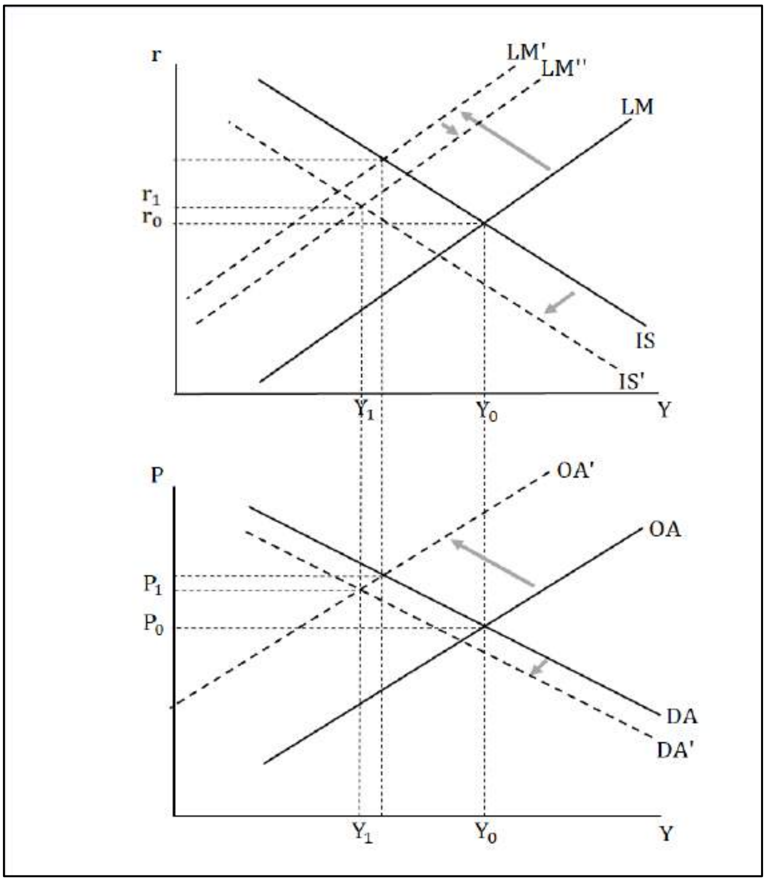
Gráfico 9.9
Efectos de un aumento en la cantidad de dinero



- **Aumento en el nivel esperado de precios** $(\mathbf{dP^e > 0})$

El aumento del precio esperado desplaza hacia la izquierda a la curva de la oferta agregada de corto plazo. Los precios aumentan y la producción se reduce. El aumento de los precios contrae la oferta real de dinero, lo que hace que la curva LM se desplace hacia la izquierda. El consecuente aumento de la tasa de interés reduce la inversión y también el tipo de cambio. Esta disminución del tipo de cambio afecta negativamente a las exportaciones netas de importaciones. La IS y la DA se desplazan hacia la izquierda.

Gráfico 9.10
Efectos de un aumento en el precio esperado



El equilibrio de corto plazo ocurre con un aumento en los niveles de precios y de la tasa de interés, y con una reducción del tipo de cambio y del producto.

Los efectos de un aumento en el nivel esperado de precios son positivos en la tasa de interés y el nivel de precios, y negativo en el nivel de ingreso, tal como se observa matemáticamente.

$$\frac{dY}{dP^e} = \frac{\alpha_1}{|A|}\frac{M_0^s}{{P_0}^2} < 0$$

$$\frac{dr}{dP^e} = -\frac{\alpha_0}{|A|}\frac{M_0^s}{{P_0}^2} > 0$$

$$\frac{dP}{dP^e} = \frac{-(\alpha_0 j + \alpha_1 k)}{|A|} > 0$$

- **Aumento en el nivel de producto de pleno empleo $(d\overline{Y} > 0)$**

Cuando aumenta el producto potencial aumenta la capacidad de oferta de producción de la economía y, por lo tanto, aumenta el producto en el equilibrio de corto plazo. La curva de Oferta Agregada de corto plazo se desplaza hacia la derecha. La disminución del nivel de precios incrementa la oferta real de dinero, lo cual desplaza la curva LM hacia la derecha. La consecuente reducción de la tasa de interés hace que aumenten la inversión y el tipo de cambio.

El incremento del tipo de cambio afecta positivamente a las exportaciones netas de importaciones. La curva IS se desplaza hacia la derecha porque aumentan las exportaciones netas de importaciones. El aumento de la inversión y de las exportaciones netas de importaciones desplaza hacia la derecha a la curva de DA.

En el equilibrio final de corto plazo, tenemos un producto más alto, una disminución de la tasa de interés, una reducción de precios y un aumento del tipo de cambio.

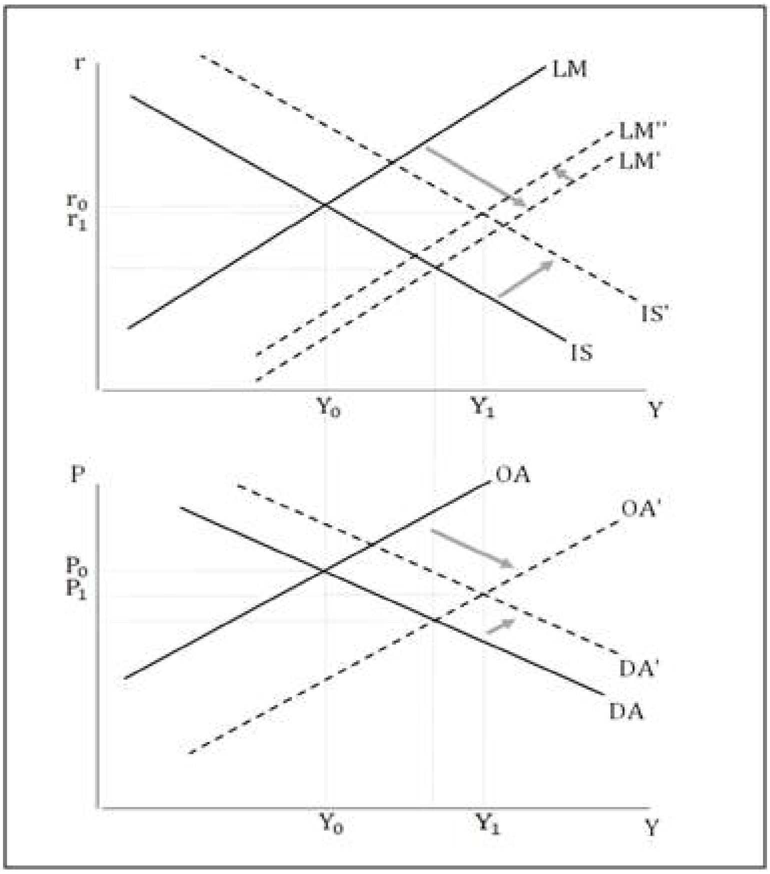
Los efectos de un aumento en el nivel del producto de pleno empleo son negativos en la tasa de interés y en el nivel de precios, y positivo en el nivel de ingreso:

$$\frac{dY}{d\overline{Y}} = \frac{-\alpha_1 \theta}{|A|} \frac{M_0^s}{{P_0}^2} > 0$$

$$\frac{dr}{d\overline{Y}} = \frac{\alpha_0 \theta}{|A|} \frac{M_0^s}{{P_0}^2} < 0$$

$$\frac{dP}{d\overline{Y}} = \frac{\theta(\alpha_0 j + \alpha_1 k)}{|A|} < 0$$

Gráfico 9.11
Efectos de un aumento en el producto potencial



- **Aumento en el nivel de ingreso mundial** $(\mathbf{dY^{*} > 0})$

Un aumento en el ingreso mundial incrementa las exportaciones netas y, por lo tanto, la DA. La curva IS se desplaza a la derecha, al igual que la curva DA. Aumentan los niveles de ingreso y de precios. El incremento en los precios genera una disminución de la cantidad real de dinero, provocando un desplazamiento hacia la izquierda de la curva LM. Aumenta la tasa de interés para equilibrar el exceso de demanda de dinero.

Este nuevo aumento de la tasa de interés tiene un efecto negativo en el tipo de cambio real que afecta a las exportaciones netas. Las curvas IS y DA se desplazan hacia la izquierda. Disminuyen el producto y los precios, pero no se neutraliza el aumento del PBI mundial.

En el equilibrio a corto plazo se observa un incremento de los precios, el producto y la tasa de interés.

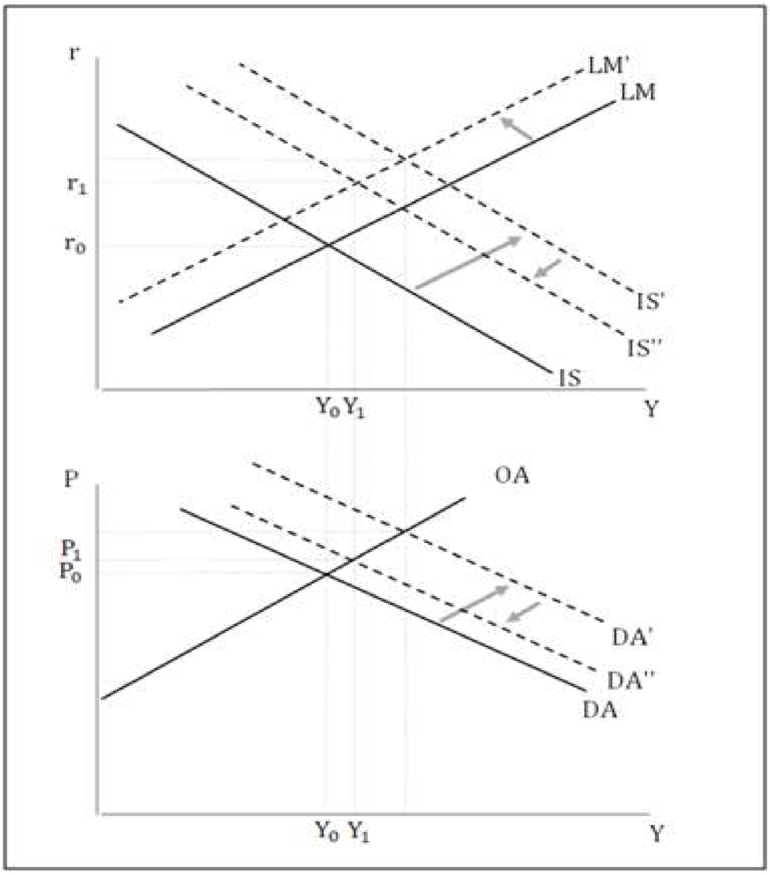
Matemáticamente se comprueba que los efectos sobre Y, r y P son positivos:

$$\frac{dY}{dY^{*}} = \frac{1}{|A|}(-x_1 j) > 0$$

$$\frac{dr}{dY^{*}} = \frac{1}{|A|}(-x_1)\left(k + \theta \frac{M_0^s}{P_0{}^2}\right) > 0$$

$$\frac{dP}{dY^{*}} = \frac{-x_1 j\theta}{|A|} > 0$$

Gráfico 9.12
Efectos de un aumento en el PBI mundial



9.5 Modelo DA-OA: Precios de las exportaciones exógenos y libre movilidad de capitales

El siguiente modelo de OA-DA para una economía abierta de corto plazo, incorpora el precio de las exportaciones, dado exógenamente, como uno de sus determinantes. Se supone que el precio de las exportaciones es el precio de las materias primas que exporta la economía. Las importaciones dependen solo del ingreso disponible. En realidad, el precio de las exportaciones es parte de la variable tipo de cambio real igual a: $\frac{EP_x^*}{P}$, donde E es el tipo de cambio nominal y P es el nivel de precios interno.

El tipo de cambio nominal depende de su nivel de equilibrio de largo plazo, $\bar{E}$, y del diferencial de tasas reales doméstica y externa:

$$E = \overline{E} - \rho(r - r^*)$$

En el equilibrio inicial de corto plazo, el tipo de cambio nominal está dado por:

$$E_0 = \overline{E}_0 - \rho(r_0 - r_0^*)$$

❖ *Las ecuaciones de la Demanda Agregada*

Mercado de bienes

$$C = C_0 + b(1 - t)Y$$

$$I = I_0 - hr$$

$$G = G_0$$

$$XN = \alpha_0 Y_0^* + \alpha_1 \left(\frac{EP_x^*}{P_0}\right) - m(1 - t)Y$$

$$DA = C + I + G + XN$$

$$Y = DA$$

Mercado de Dinero

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$$

❖ *La ecuación de la Oferta Agregada*

$$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y}), \text{donde } \overline{Y} = Y_f$$

Las tres ecuaciones del modelo de OA-DA, haciendo los respectivos reemplazos y en forma resumida, son las siguientes:

Demanda Agregada:

Curva IS:

$$Y = C_0 + b(1-t)Y + I_0 - hr + G_0 + \alpha_0 Y_0^* + \alpha_1 \frac{\overline{E}_0 P_x^*}{P_0} - \alpha_1 \frac{\rho r P_x^*}{P_0} + \alpha_1 \frac{\rho r^* P_x^*}{P_0} - m(1-t)Y$$

Curva LM:

$$\frac{M_0^s}{P_0} = kY - jr$$

Oferta Agregada:

$$P = P^e + \theta(Y - \overline{Y})$$

❖ *La expresión matricial del sistema*

Ordenando por exceso de demanda y diferenciando totalmente:

Exceso de demanda en el mercado de bienes:

$$C_0 + b(1-t)Y + I_0 - hr + G_0 + \alpha_0 Y_0^* + \alpha_1 \frac{\overline{E} P_x^*}{P_0} - \alpha_1 \frac{\rho r P_x^*}{P_0} + \alpha_1 \frac{\rho r^* P_x^*}{P_0} - m(1-t)Y - Y = 0$$

Haciendo $\beta = [1 - (b-m)(1-t)]$ y tomando en cuenta que $E_0 = \overline{E}_0 - \rho(r_0 - r_0^*)$.

$$dC_0 - \beta dY + dI_0 - hdr + dG_0 + \alpha_0 dY_0^* + \alpha_1 \frac{\overline{E}_0}{P_0} dP_x^* + \alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} d\overline{E} - \alpha_1 \frac{\overline{E}_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} dP$$
$$-\alpha_1 \left(\frac{\rho r_0}{P_0} dP_x^* + \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} dr - \frac{\rho r_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} dP \right) + \alpha_1 \left(\frac{\rho r_0^*}{P_0} dP_x^* + \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} dr^* - \frac{\rho r_0^* P_{x0}^*}{{P_0}^2} dP \right) = 0$$

$$dC_0 - \beta dY + dI_0 - hdr - \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} dr + dG_0 + \alpha_0 dY_0^* + \alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} d\overline{E} - [\alpha_1 \frac{\overline{E}_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} - \alpha_1 \frac{\rho r_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}$$
$$+\alpha_1 \frac{\rho r_0^* P_{x0}^*}{{P_0}^2}]dP + [\alpha_1 \frac{\overline{E}_0}{P_0} - \alpha_1 \frac{\rho r_0}{P_0} + \alpha_1 \frac{\rho r_0^*}{P_0}]dP_x^* + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} dr^* = 0$$

Agrupando las variables endógenas en el lado izquierdo de la igualdad y las variables exógenas en el lado derecho:

$$-\beta dY-\left(h+\alpha_1\frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)dr-\alpha_1\frac{P^*_{x0}}{{P_0}^2}(\overline{E}_0-\rho r_0+\rho r^*_0)dP$$
$$=-dC_0-dI_0-dG_0-\ \alpha_0 dY^*_0-\alpha_1\frac{P^*_{x0}}{P_0}d\overline{E}-\alpha_1\frac{1}{P_0}(\overline{E}_0-\rho r_0+\rho r^*_0)dP^*_x$$
$$-\alpha_1\frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}dr^*$$

$$-\beta dY-\left(h+\alpha_1\frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)dr-\alpha_1\frac{E_0P^*_{x0}}{{P_0}^2}dP$$
$$=-dC_0-dI_0-dG_0-\ \alpha_0 dY^*_0-\alpha_1\frac{P^*_{x0}}{P_0}d\overline{E}-\alpha_1\frac{E_0}{P_0}dP^*_x-\alpha_1\frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}dr^*$$

Exceso de demanda en el mercado de dinero:

$$kdY-jdr-\frac{1}{P_0}dM^s_0+\frac{M^s_0}{{P_0}^2}dP=0$$

$$kdY-jdr+\frac{1}{{P_0}^2}M^s_0 dP=\frac{1}{P_0}dM^s_0$$

Exceso de demanda agregada (respecto a la oferta de pleno empleo):

$$P=P^e+\theta(Y-\overline{Y})$$

Esta ecuación es una curva de Phillips aumentada con expectativas. Una brecha positiva del producto aumenta los precios.

$$(P-P_{-1})=(P^e-P_{-1})+\theta(Y-\overline{Y})$$

De aquí se desprende que:

$$\theta(Y-\overline{Y})-(P-P^e)=0$$

Diferenciando;

$$\theta d\left(Y-\overline{Y}\right)-d(P-P^e)=0$$

$$\theta dY-\theta d\overline{Y}-dP+dP^e=0$$

En consecuencia:

$$\theta dY - dP = \theta d\overline{Y} - dP^{e}$$

En resumen, el sistema del modelo OA-DA, sería el siguiente:

$$-\beta dY - \left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^{*}_{x0}}{P_0}\right) dr - \alpha_1 \frac{E_0 P^{*}_{x0}}{{P_0}^{2}} dP$$
$$= -da_0 - \ \alpha_0 dY^{*}_0 - \alpha_1 \frac{P^{*}_{x0}}{P_0} d\overline{E} - \alpha_1 \frac{E_0}{P_0} dP^{*}_{x} - \alpha_1 \frac{\rho P^{*}_{x0}}{P_0} dr^{*}$$

$$kdY - jdr + \frac{1}{{P_0}^{2}} M^{s}_{0} dP = \frac{1}{P_0} dM^{s}_{0}$$

$$\theta dY - dP = \theta d\overline{Y} - dP^{e}$$

donde: $da_0 = dC_0 + dI_0 + dG_0$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} -\beta & -(h + \alpha_1 \frac{\rho P^{*}_{x0}}{P_0}) & -\alpha_1 \frac{E_0 P^{*}_{x0}}{{P_0}^{2}} \\ k & -j & \frac{M^{s}_{0}}{{P_0}^{2}} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -\alpha_0 & -\alpha_1 \frac{P^{*}_{x0}}{P_0} & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} & -\alpha_1 \frac{\rho P^{*}_{x0}}{P_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY^{*}_0 \\ d\overline{E} \\ dP^{*}_{x} \\ dr^{*} \\ dM^{s}_{0} \\ d\overline{Y} \\ dP^{e} \end{bmatrix}$$

❖ *Condiciones de estabilidad del modelo*

La matriz que pre-multiplica al vector de las variables endógenas, es:

$$A = \begin{bmatrix} -\beta & -(h + \alpha_1 \frac{\rho P^{*}_{x0}}{P_0}) & -\alpha_1 \frac{E_0 P^{*}_{x0}}{{P_0}^{2}} \\ k & -j & \frac{M^{s}_{0}}{{P_0}^{2}} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Para evaluar si el modelo es estable, esta matriz debe cumplir las siguientes condiciones:

a. Tener una traza negativa.

b. Su determinante debe ser negativo: $(-1)^3 = -1 < 0$

c. La suma de los menores de la diagonal principal debe ser mayor que cero.

- *Traza de (A):*

$$-\beta - j - 1 < 0$$

- *Determinante de (A):*

$$|A| = -\beta j - \theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \theta j \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} - k(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}) < 0$$

- *Suma de menores principales de la diagonal principal de la matriz A debe ser mayor que cero:*

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = j > 0$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} -\beta & -\alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} \\ \theta & -1 \end{vmatrix} = \beta + \theta\alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} > 0$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} -\beta & -(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}) \\ k & -j \end{vmatrix} = \beta j + k\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) > 0$$

Suma: $M_{11} + M_{22} + M_{33} > 0$

Por lo tanto, el sistema es estable.

❖ *Cálculo de la Matriz de multiplicadores del modelo OA-DA*

Primero se halla la inversa de la matriz A:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\beta & -(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}) & -\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} \\ k & -j & \frac{M^s_0}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|} \mathrm{adj}A$$

donde: $|A| = -\beta j - \theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)\frac{M^s_0}{{P_0}^2} - \theta j \alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} - k\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)$

Para calcular la adjunta de la matriz A, primero se hallarán los cofactores de la matriz A:

$$c_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -j & \frac{M^s_0}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = j$$

$$c_{12} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} k & \frac{M^s_0}{{P_0}^2} \\ \theta & -1 \end{vmatrix} = (-1)\left[-k - \theta \frac{M^s_0}{{P_0}^2}\right] = k + \theta \frac{M^s_0}{{P_0}^2}$$

$$c_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} k & -j \\ \theta & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-\theta j) = \theta j$$

$$c_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right) & -\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1)\left[h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right] = -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)$$

$$c_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -\beta & -\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} \\ \theta & -1 \end{vmatrix} = \beta - \left(-\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2}\theta\right) = \beta + \alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2}\theta$$

$$c_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -\beta & -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right) \\ \theta & 0 \end{vmatrix} = (-1)\left[0 - \theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)\right)$$

$$= (-1)\theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right) = -\theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)$$

$$c_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right) & -\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} \\ -j & \frac{M^s_0}{{P_0}^2} \end{vmatrix} = -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P^*_{x0}}{P_0}\right)\frac{M^s_0}{{P_0}^2} - \left(\alpha_1 \frac{E_0 P^*_{x0}}{{P_0}^2} j\right)$$

$$c_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} -\beta & -\alpha_1 \dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} \\ k & \dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} \end{vmatrix} = (-1)\left[-\beta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} + \alpha_1\frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}k\right] = \beta\frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1\frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}k$$

$$c_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} -\beta & -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \\ k & -j \end{vmatrix} = \beta j - \left(-k\left(h + \alpha_1\frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\right)$$

$$= \beta j + k\left(h + \alpha_1\frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)$$

La matriz de co-factores será:

$$\operatorname{cof} A = \begin{bmatrix} j & k + \theta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} & \theta j \\ -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & \beta + \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}\theta & -\theta\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \\ -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \left(\alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}j\right) & \beta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}k & \beta j + k\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \end{bmatrix}$$

La matriz adjunta es la matriz transpuesta de la matriz de cofactores, por lo tanto:

$$\operatorname{adj} A = \begin{bmatrix} j & -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \left(\alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}j\right) \\ k + \theta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta + \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}\theta & \beta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}k \\ \theta j & -\theta\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & \beta j + k\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \end{bmatrix}$$

La inversa será la siguiente:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} j & -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & -\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}j \\ k + \theta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta + \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}\theta & \beta\dfrac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1\dfrac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2}k \\ \theta j & -\theta\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & \beta j + k\left(h + \alpha_1\dfrac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \end{bmatrix}$$

donde: $|A| = -\beta j - \theta\left(h + \alpha_1\frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \theta j\alpha_1\frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} - k\left(h + \alpha_1\frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)$

Esta se introduce en el modelo anterior:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & -(\mathrm{h} + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}) & -\alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} \\ k & -j & \frac{M_0^s}{{P_0}^2} \\ \theta & 0 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -\alpha_0 & -\alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} & -\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY_0^* \\ d\bar{E} \\ dP_x^* \\ dr^* \\ dM_0^s \\ d\bar{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} j & -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} j \\ k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2} & \beta + \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} \theta & \beta \frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} k \\ \theta j & -\theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) & \beta j + k\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -\alpha_0 & -\alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} & -\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{P_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY_0^* \\ d\bar{E} \\ dP_x^* \\ dr^* \\ dM_0^s \\ d\bar{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

La solución del sistema con la respectiva matriz de multiplicadores será la siguiente:

$$\begin{bmatrix} dY \\ dr \\ dP \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -j & -\alpha_0 j & -\alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} j & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} j & -\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} j & -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\left(\frac{1}{P_0}\right) & \theta z_0 & -z_0 \\ -z_1 & -\alpha_0 z_1 & -\alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} z_1 & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} z_1 & -\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} z_1 & \left(\beta + \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} \theta\right)\left(\frac{1}{P_0}\right) & \theta z_2 & -z_2 \\ -\theta j & -\alpha_0 \theta j & -\alpha_1 \frac{P_{x0}^*}{P_0} \theta j & -\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} \theta j & -\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} \theta j & -\theta\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\left(\frac{1}{P_0}\right) & \theta z_3 & -z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da_0 \\ dY_0^* \\ d\bar{E} \\ dP_x^* \\ dr^* \\ dM_0^s \\ d\bar{Y} \\ dP^e \end{bmatrix}$$

$$z_0 = -\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right) \frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} j$$

$$z_1 = \left(k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right)$$

$$z_2 = \beta \frac{M_0^s}{{P_0}^2} - \alpha_1 \frac{E_0 P_{x0}^*}{{P_0}^2} k$$

$$z_3 = \beta j + k\left(h + \alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)$$

❖ *Estática comparativa*

- **¿Cuál es el efecto de una reducción del precio de las materias primas sobre el nivel de producción, la tasa de interés real y el nivel de precios?**

$$\frac{dY}{dP_x^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{E_0}{P_0} j\right) < 0$$

$$\frac{dr}{dP_x^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{E_0}{P_0}\right)\left(k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) < 0$$

$$\frac{dP}{dP_x^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{E_0}{P_0}\theta j\right) < 0$$

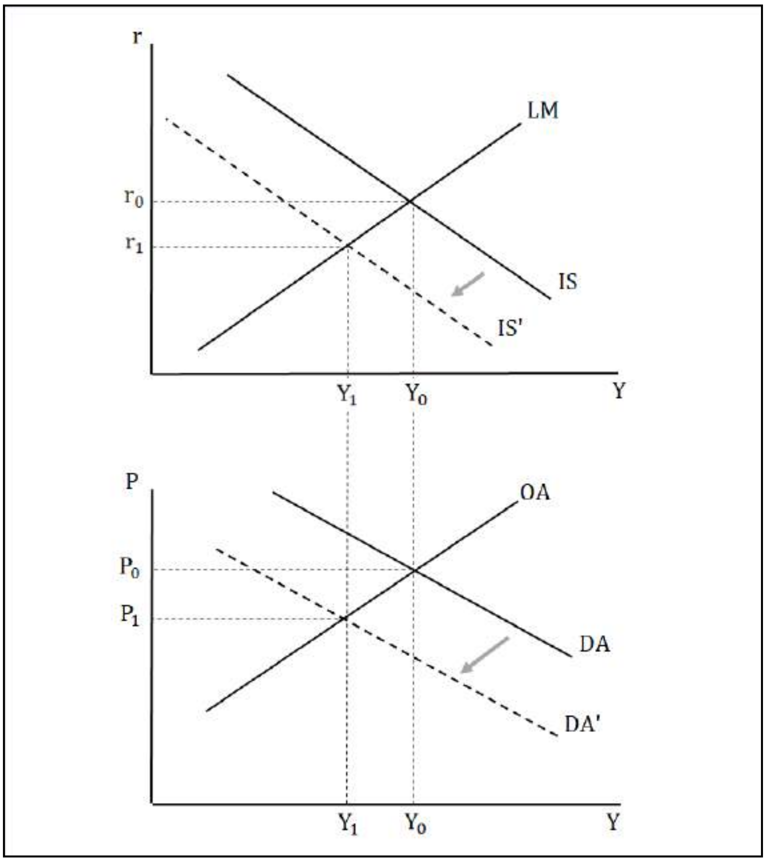
Una *reducción del precio de las materias primas* en este modelo reformulado significa una reducción de las exportaciones netas; por lo tanto, una reducción de la demanda, generando un exceso de oferta en el mercado de bienes y, para restablecer el equilibrio en este mercado, *el nivel de producción cae*. La reducción del producto por un lado reduce la demanda de dinero y por otro lado reduce la brecha producto. La reducción de la demanda de dinero genera un exceso de oferta en el mercado de dinero y, para restablecer el equilibrio en este mercado, *la tasa de interés real cae*. Por último, la reducción de la brecha producto *reduce el nivel de precios*.

¿Qué ocurre con el tipo de cambio? Ante la caída de la tasa de interés *el tipo de cambio sube* debido a la salida de capitales de la economía.

En efecto se comprueba que en equilibrio de corto plazo hay un mayor nivel del tipo de cambio y una disminución del producto, la tasa de interés y los precios. (Véase gráfico 9.13)

Gráfico 9.13

Efectos de una reducción en el precio de las materias primas ($dP_x^* < 0$)



- **¿Cuáles son los efectos de una subida de la tasa de interés internacional?**

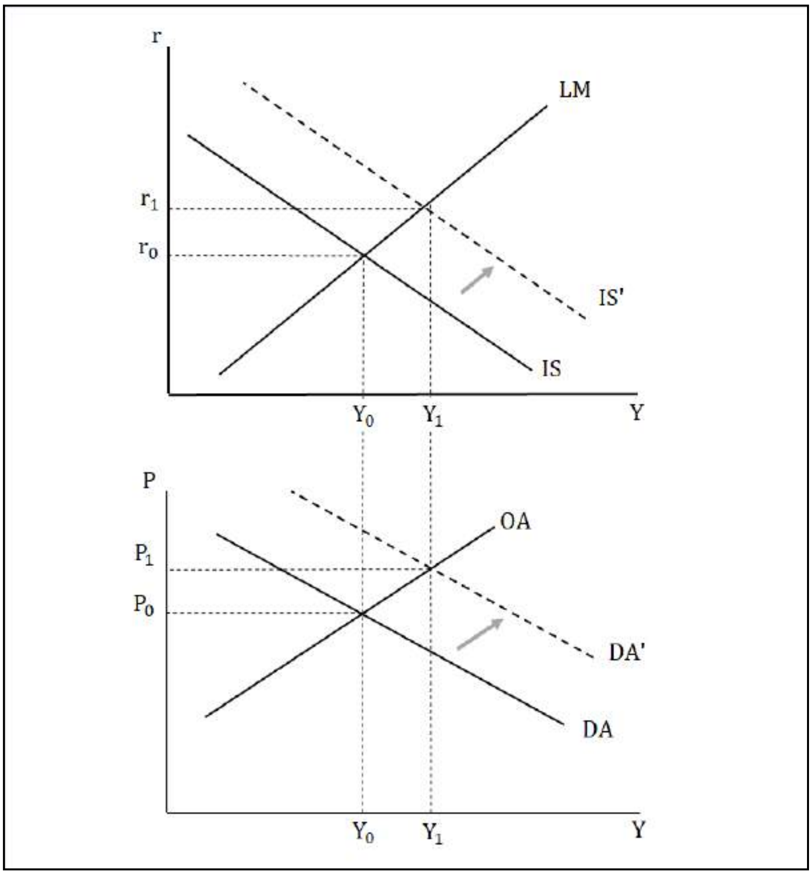
$$\frac{dY}{dr^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} j\right) > 0$$

$$\frac{dr}{dr^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0}\right)\left(k + \theta \frac{M_0^s}{{P_0}^2}\right) > 0$$

$$\frac{dP}{dr^*} = -\frac{1}{|A|}\left(\alpha_1 \frac{\rho P_{x0}^*}{P_0} \theta j\right) > 0$$

Ante un aumento de la tasa de interés internacional el tipo de cambio sube debido a la salida de capitales. Por lo tanto, aumentan las exportaciones netas, generando un exceso de demanda en el mercado de bienes y, para restablecer el equilibrio en este mercado, el nivel de producción aumenta. El incremento del producto aumenta tanto la demanda de dinero como la brecha del producto. El aumento de la demanda de dinero genera un exceso de demanda en el mercado de dinero y, para restablecer el equilibrio en este mercado, la tasa de interés real sube. Por último, el aumento de la brecha producto incrementa el nivel de precios. (Véase Gráfico 9.14)

Gráfico 9.14
Efectos de un incremento de la tasa de interés internacional ($dr^* > 0$)



9.6 El caso Neoclásico: El producto u oferta agregada es de pleno empleo

Según la teoría neoclásica la economía tiene automáticamente al pleno empleo. El producto está determinado por factores de oferta y no de demanda; por lo tanto, la demanda se adapta a la oferta de pleno empleo. Además, la demanda de dinero es solo para transacciones. No hay demanda de dinero por el motivo especulación. En consecuencia, la tasa de interés no se determina en el mercado monetario, sino en el mercado de fondos prestables.

Como la demanda se adapta a la oferta, el producto de pleno empleo, $Y = Y_f$, será igual a:

$$Y_f = \frac{1}{1-(b-m_1)(1-t)}[C_0 + I_0 + G_0 + (x_2+m_2)\varepsilon_0 + (x_2+m_2)\rho r^* + x_1 Y^*] - \left[\frac{h+(x_2+m_2)\rho}{1-(b-m_1)(1-t)}\right] r$$

A corto plazo no hay cambios en el producto de pleno empleo; es decir: $dY_f = 0$. Diferenciando la ecuación del producto de pleno empleo se obtiene:

$$0 = \frac{1}{1-(b-m_1)(1-t)}[da_0 + a_1 d\varepsilon_0 + a_1\rho dr^* + x_1 dY^*] - \left[\frac{h+a_1\rho}{1-(b-m_1)(1-t)}\right] dr$$

donde: $a_0 = C_0 + I_0 + G_0$ y $a_1 = x_2 + m_2$

Como la demanda se adapta a la oferta, cualquier modificación en uno de sus componentes desplazara a otros a través de su efecto en la tasa de interés. Cambiará la composición de la demanda agregada pero no su nivel que seguirá siendo igual al producto de pleno empleo.

Supongamos que se produce un aumento en el *gasto público*: $dG_0 = da_0 > 0$. Dado que el único componente de la Demanda Agregada que ha variado es el gasto público y siguiendo el principio de *ceteris paribus*, se tendrá que:

$$dC_0 = dI_0 = dY^* = dr^* = d\varepsilon_0 = 0$$

Solo el diferencial del gasto será, en este ejemplo, mayor que cero, $dG_0 = da_0 > 0$. De la ecuación anterior y despejando el diferencial de la tasa de interés se obtiene:

$$0 = \frac{1}{1-(b-m_1)(1-t)}[dG_0] - \left[\frac{h+a_1\rho}{1-(b-m_1)(1-t)}\right] dr$$

$$dr = \frac{1}{h+a_1\rho} dG_0$$

El incremento de la tasa de interés “r” provocado por el aumento del gasto del gobierno es igual a $\left[\frac{1}{h+(x_2+m_2)\rho}\right]$. La subida de la tasa de interés afecta a las variables que dependen de ella, como la inversión y las exportaciones netas. Al aumentar la tasa de interés, se reduce el tipo de cambio y esta reducción afecta negativamente a las exportaciones netas.

Disminución de la inversión:

$$dI = dI_0 - hdr = -h[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0$$

Disminución de las exportaciones netas de importaciones:

$$dX - dM = x_1 dY^* + x_2 d\varepsilon - m_1 dY^d + m_2 d\varepsilon$$

$$dX - dM = (x_2 + m_2)d\varepsilon = -(x_2 + m_2)\rho dr$$

$$dX - dM = (x_2 + m_2)d\varepsilon = -(x_2 + m_2)\rho[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0$$

El aumento del gasto ha modificado la composición de la demanda agregada:

$$0 = \ dI + dG_0 + (dX - dM)$$

$$0 = -h[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0 + dG_0 - (x_2 + m_2)\rho[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0$$

$$0 = -h[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0 + dG_0 - (x_2 + m_2)\rho[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0$$

La suma de las disminuciones de la inversión y de las exportaciones netas igual a:

$$dI + (dX - dM) = -h[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0 - (x_2 + m_2)\rho[h + (x_2 + m_2)\rho]^{-1}dG_0$$

$$dI + (dX - dM) = -[h + x_2\rho + m_2\rho][h + x_2\rho + m_2\rho]^{-1}dG_0$$

$$dI + (dX - dM) = -dG_0$$

La inversión y las exportaciones netas se reducen en la misma magnitud, en valor absoluto, que el aumento del gasto del gobierno: $dG = -[dI + d(X - M)]$. Hay más gasto del gobierno y menos inversión y exportaciones netas, pero el nivel de la demanda agregada se mantiene igual al producto de pleno empleo.

Economía abierta con libre movilidad de capitales: Crowding out (I y XN)

La ecuación del tipo de cambio es: $\varepsilon = \bar{\varepsilon} - \rho(r - r^*)$. El equilibrio inicial entre la oferta y la demanda para una tasa de interés r_0, es:

$$Y_f = C + I(r_0) + G_0 + XN(r_0)$$

Si aumenta el gasto del gobierno a G_1, la tasa de interés también aumenta hasta restaurar el equilibrio. Supongamos que la nueva tasa de interés es r_1, el equilibrio final será;

$$\Delta G \rightarrow \; Y_f = C + I(r_1) + G_1 + XN(r_1)$$

$$I(r_1) < I(r_0)$$

$$XN(r_1) < XN(r_0)$$

$$G_1 > G_0$$

El aumento del gasto del gobierno reduce la inversión y las exportaciones netas. La DA ha cambiado su composición, pero mantiene su nivel igual al del producto de pleno empleo. Se está suponiendo que se cumple la condición de Marshall- Lerner: $\alpha_e^X + \alpha_e^M > 1$.

Nota: En una economía cerrada solo se reduce la inversión en la misma magnitud, en valor absoluto, que el aumento del gasto:

$$Y_f = C + I(r_0) + G_0$$

$$\Delta G \rightarrow \; Y_f = C + I(r_1) + G_1$$

❖ *El mercado de fondos prestables*

El mercado de fondos prestables según la teoría neoclásica está constituido por la oferta de fondos (el ahorro) y la demanda de fondos (la inversión).

El ahorro total es igual a la suma del ahorro privado, el ahorro del gobierno y el ahorro externo.

Ahorro privado:

$$S_p = Y - T - (C_0 + b(1 - t)Y)$$

$$S_p = Y - T - C_0 - b(1 - t)Y$$

Ahorro del gobierno:

$$S_g = T - G_0$$

Ahorro externo:

$$S_e = M - X$$

$$S_e = m_1(1-t)Y - m_2\varepsilon_0 + m_2\rho(r-r^*) - x_1Y^* - x_2\varepsilon_0 + x_2\rho(r-r^*)$$

$$S_e = m_1(1-t)Y - (x_2+m_2)\varepsilon_0 + (x_2+m_2)\rho(r-r^*) - x_1Y^*$$

$$S_e = m_1(1-t)Y - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r$$

Ahorro total:

$$S = Y - T - C_0 - b(1-t)Y + T - G_0 + S_e$$

$$S = Y - C_0 - b(1-t)Y - G_0 + S_e$$

$$S = Y - C_0 - b(1-t)Y - G_0 + m_1(1-t)Y - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r$$

$$S = Y - b(1-t)Y + m_1(1-t)Y - C_0 - G_0 - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r$$

$$S = [1-(b-m_1)(1-t)]Y - C_0 - G_0 - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r$$

En equilibrio, el ahorro es igual a la inversión:

$$S = I$$

$$[1-(b-m_1)(1-t)]Y - C_0 - G_0 - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r = I_0 - hr$$

Como la economía se encuentra en pleno empleo, entonces:

$$[1-(b-m_1)(1-t)]Y_f - C_0 - G_0 - (x_2+m_2)\varepsilon_0 - (x_2+m_2)\rho r^* - x_1Y^* + (x_2+m_2)\rho r = I_0 - hr$$

El ahorro depende directamente de la tasa de interés mientras lo contrario ocurre con la inversión.

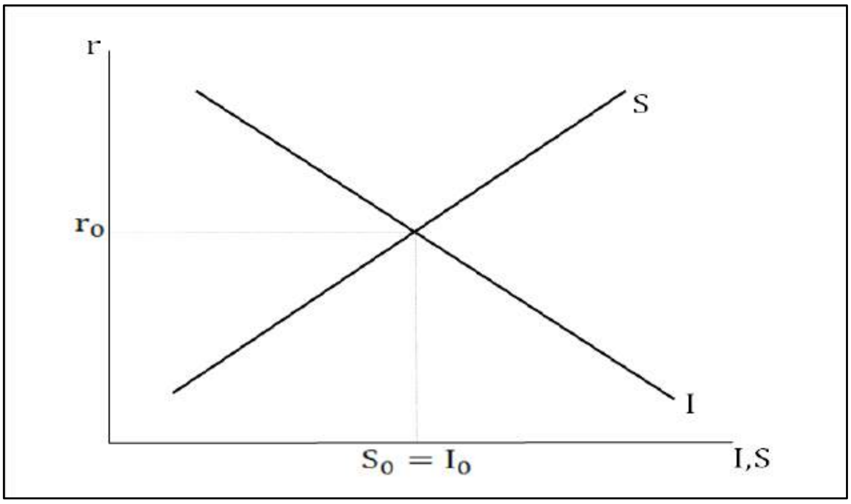
$$S(r) = I(r)$$

$$\frac{dS}{dr} = \rho(x_2 + m_2) > 0$$

$$\frac{dI}{dr} = -h < 0$$

El gráfico de los fondos prestables muestra que la tasa que equilibra el ahorro (S) con la inversión (I), o el mercado de fondos prestables, es r_o.

Gráfico 9.15
Equilibrio entre las curvas de inversión y ahorro



Esta tasa de equilibrio es igual a:

$$[1 - (b - m_1)(1 - t)]Y_f - C_0 - G_0 - I_0 - (x_2 + m_2)\varepsilon_0 - (x_2 + m_2)\rho r^* - x_1 Y^* = -hr - (x_2 + m_2)\rho r$$

$$[1 - (b - m_1)(1 - t)]Y_f - C_0 - G_0 - I_0 - (x_2 + m_2)\varepsilon_0 - (x_2 + m_2)\rho r^* - x_1 Y^* = -[h + (x_2 + m_2)\rho]r$$

$$-[1 - (b - m_1)(1 - t)]Y_f + C_0 + G_0 + I_0 + (x_2 + m_2)\varepsilon_0 + (x_2 + m_2)\rho r^* + x_1 Y^* = [h + (x_2 + m_2)\rho]r$$

$$r = \frac{-[1-(b-m_1)(1-t)]Y_f + C_0 + G_0 + I_0 + (x_2+m_2)\varepsilon_0 + (x_2+m_2)\rho r^* + x_1 Y^*}{h + \rho(x_2+m_2)}$$

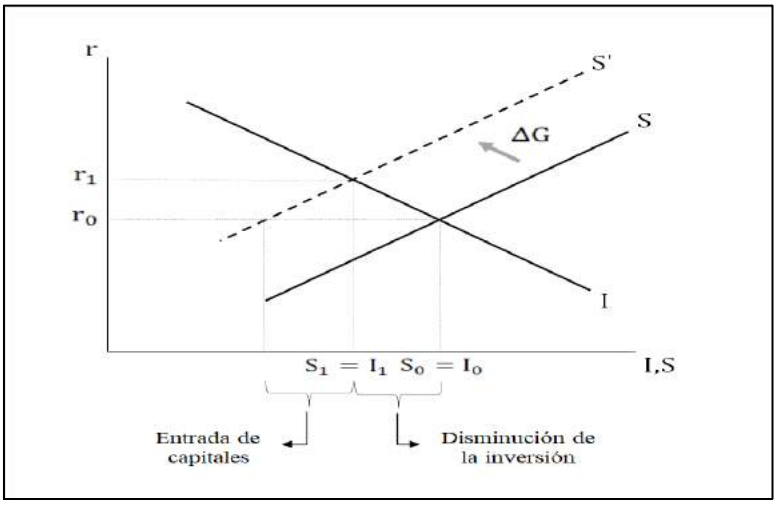
Esta será la tasa de interés que equilibra la inversión con el ahorro y por lo tanto, el mercado de fondos prestables. Ante cualquier shock exógeno. La tasa de interés varía para adecuar la composición de la demanda agregada sin alterar su nivel.

❖ *Estática comparativa en el mercado de fondos prestables*

- **El aumento en la propensión marginal a consumir** (↑ **b**)

El análisis efectuado anteriormente sobre los efectos del gasto fiscal se puede graficar en el plano del mercado de fondos prestables. Si aumenta el gasto, el ahorro del gobierno se reduce y, consecuentemente, la recta que representa el ahorro total se desplaza a la izquierda. Aumenta la tasa de interés, generando una reducción de la inversión y de las exportaciones netas de importaciones. Este segundo efecto se representa en el gráfico como una salida de capitales.

Gráfico 9.16
Efectos de una expansión fiscal en el mercado de fondos prestables



$$\frac{dr}{db} = \frac{(1-t)Y}{h + \rho(x_2+m_2)} > 0$$

Cuando sube la propensión marginal a consumir, se reduce la propensión marginal a ahorrar; por lo tanto, para una misma tasa de interés, el ahorro es ahora menor. La curva del ahorro debe desplazarse hacia la izquierda. El nuevo equilibrio se alcanza a una tasa de interés más alta.

De la ecuación de la tasa de interés se obtiene que efectivamente esta tasa aumenta cuando se incrementa la propensión marginal a consumir:

$$\frac{dr}{db} = \frac{(1-t)Y}{h + \rho(x_2 + m_2)} > 0$$

¿Cuál es el efecto en el ahorro total? La función de ahorro depende tanto de la propensión marginal a consumir como de la tasa de interés:

$$S = S(b, r)$$

Diferenciando esta ecuación se obtiene:

$$dS = \frac{\partial S}{\partial b} db + \frac{\partial S}{\partial r} dr$$

$$\frac{dS}{db} = \frac{\partial S}{\partial b} + \frac{\partial S}{\partial r}\frac{dr}{db}$$

$$\frac{dS}{db} = -(1-t)Y + (x_2 + m_2)\rho\frac{(1-t)Y}{h + \rho(x_2 + m_2)}$$

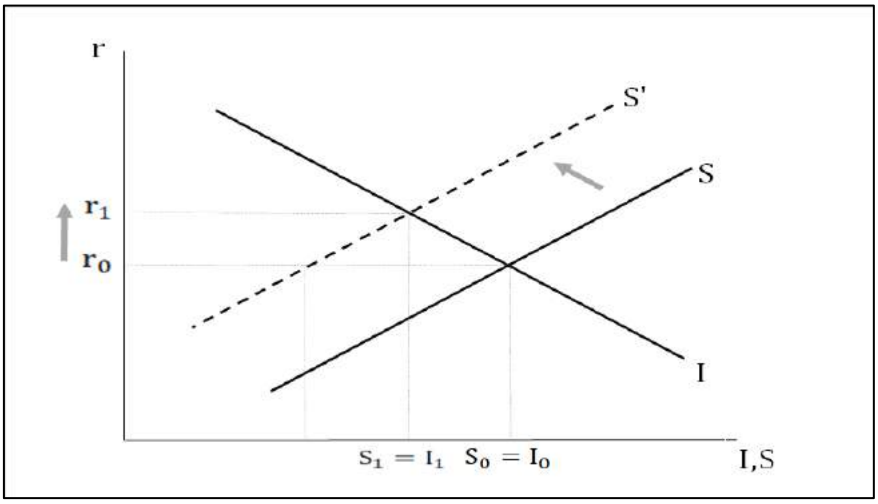
$$\frac{dS}{db} = \frac{(x_2 + m_2)\rho(1-t)Y - h(1-t)Y - \rho(x_2 + m_2)(1-t)Y}{h + \rho(x_2 + m_2)}$$

$$\frac{dS}{db} = \frac{-h(1-t)Y}{h + \rho(x_2 + m_2)} < 0$$

Esto demuestra que el aumento de la propensión marginal a consumir, reduce el ahorro.

Se puede mostrar que el aumento de la demanda de consumo, tiene un efecto *crowding out* sobre la inversión y las exportaciones netas.

Gráfico 9.17
Mercado de fondos prestables: aumento en la PMgC



- **Incremento en la tasa de interés internacional** ($\uparrow r^*$)

Al aumentar la tasa de interés internacional, salen capitales y esto provoca un aumento del tipo de cambio. El aumento consecuente de las exportaciones netas da lugar a un incremento de la tasa de interés doméstica que impacta negativamente en la inversión y en las exportaciones netas.

$$\frac{dr}{dr^*} = \frac{\rho(x_2 + m_2)}{h + \rho(x_2 + m_2)} > 0$$

Su efecto en el ahorro total es contractivo.

$$dS = \frac{\partial S}{\partial r^*} dr^* + \frac{\partial S}{\partial r} dr$$

$$\frac{dS}{dr^*} = \frac{\partial S}{\partial r^*} + \frac{\partial S}{\partial r}\frac{dr}{dr^*}$$

$$\frac{dS}{dr^*} = -(x_2 + m_2)\rho + (x_2 + m_2)\rho\frac{dr}{dr^*}$$

$$\frac{dS}{dr^*} = -(x_2 + m_2)\rho + (x_2 + m_2)\rho\frac{\rho(x_2 + m_2)}{h + \rho(x_2 + m_2)}$$

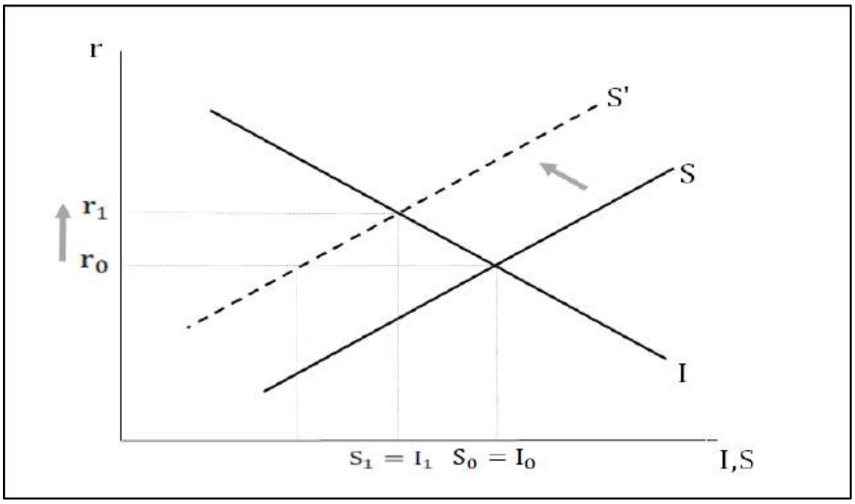
$$\frac{dS}{dr^*} = \frac{[\rho(x_2 + m_2)]^2}{h + \rho(x_2 + m_2)} - (x_2 + m_2)\rho$$

$$\frac{dS}{dr^*} = -\frac{h\rho(x_2 + m_2)}{h + \rho(x_2 + m_2)} < 0$$

La curva de ahorro se desplaza hacia la izquierda y el nuevo equilibrio en el mercado de fondos prestables se alcanza con una tasa de interés más alta. Cae la inversión y también las exportaciones netas que se expresa en una salida de capitales de magnitud similar.

Gráfico 9.18

Mercado de fondos prestables: aumento de la tasa de r^*



- **Incremento en el producto potencial** ($\uparrow \mathbf{Y_f}$)

Supongamos que se registra un shock tecnológico exógeno positivo que aumenta la productividad y, por lo tanto, el producto de pleno empleo. La tasa de interés se reduce y aumenta el ahorro.

$$\frac{dr}{dY_f} = \frac{-[1 - (b - m_1)(1 - t)]}{h + \rho(x_2 + m_2)} < 0$$

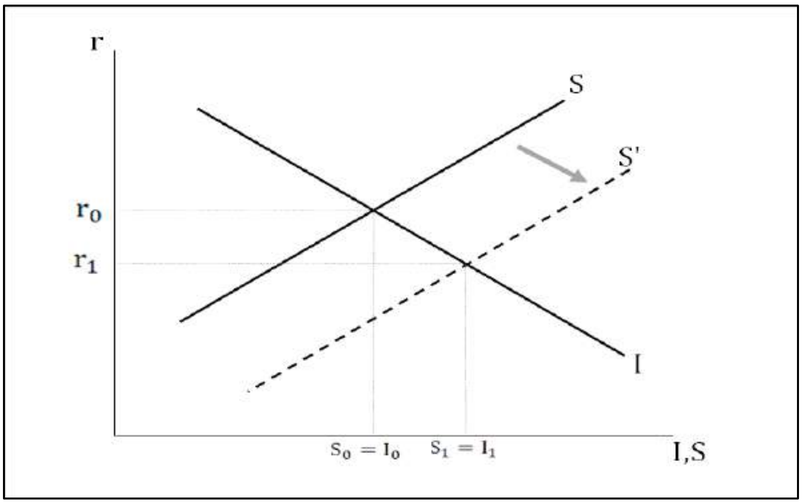
$$dS = \frac{\partial S}{\partial Y_f} dY_f + \frac{\partial S}{\partial r} dr$$

$$\frac{dS}{dY_f} = \frac{\partial S}{\partial Y_f} + \frac{\partial S}{\partial r}\frac{dr}{dY_f}$$

$$\frac{dS}{dY_f} = [1-(b-m_1)(1-t)] + (x_2+m_2)\rho\left[\frac{-[1-(b-m_1)(1-t)]}{h+\rho(x_2+m_2)}\right]$$

$$\frac{dS}{dY_f} = \left[\frac{[1-(b-m_1)(1-t)]h}{h+\rho(x_2+m_2)}\right] > 0$$

Gráfico 9.19
Mercado de fondos prestables: aumento del producto potencial



- **Aumento del producto del resto del mundo** ($\uparrow \mathbf{Y^*}$)

El aumento de la producción del resto del mundo incrementa las exportaciones netas y por lo tanto la demanda agregada. Aumenta la tasa de interés y reduce el ahorro.

$$\frac{dr}{dY^*} = \frac{x_1}{h+\rho(x_2+m_2)} > 0$$

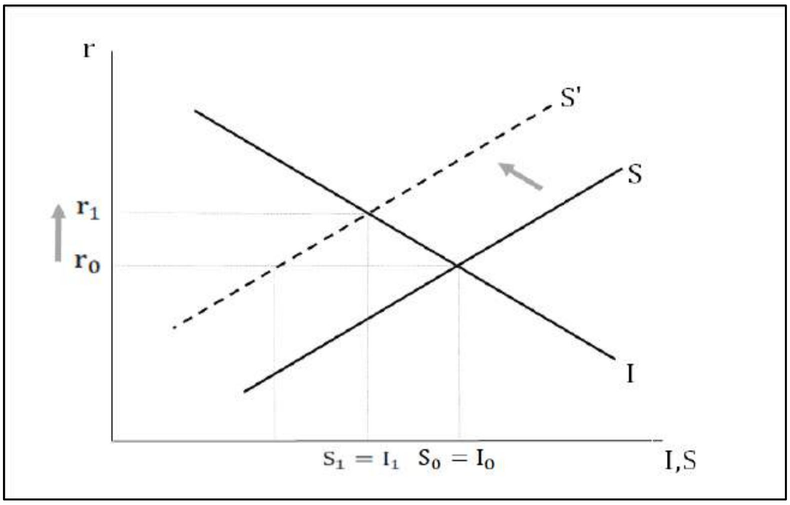
$$dS = \frac{\partial S}{\partial Y^*}dY^* + \frac{\partial S}{\partial r}dr$$

$$\frac{dS}{dY^*} = \frac{\partial S}{\partial Y^*} + \frac{\partial S}{\partial r}\frac{dr}{dY^*}$$

$$\frac{dS}{dY^*} = -x_1 + (x_2+m_2)\rho\left[\frac{x_1}{h+\rho(x_2+m_2)}\right]$$

$$\frac{dS}{dY^*} = \left[\frac{-x_1 h}{h + \rho(x_2 + m_2)}\right] < 0$$

Gráfico 9.20
Mercado de fondos prestables: disminución del producto del resto del mundo



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cass, D. (1965). Optimun growth in an Agregate Model of Capital Accumulation. *The Review of Economics Studies*, 210-222.

Clarida , R., Galí, J., & Gertler , M. (1999). The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. *Journal of Economic Literature , 31*(2).

Domar, E. (1946). Capital expansion rate of growth and employment. *Econometrica, 14*(2), 137-147.

Goodfriend, M. (2002). Monetary Policy in the New Neoclassical Synthesis: A Primer. *Federal Reserva Bank of Richmond Economic Quarterly, 90*(3).

Goodfriend, M., & King, R. (1997). The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy. *NBER Macroeconomics Annual 1997, 12*, 231-296.

Goodfriend, M., & King, R. (2001). The Case of Price Stability. *NBER Working Paper Series*(8423).

Harrod, R. (s.f.). Essay in Dinamic Theory. *The Economic Journal, 49*(193), 14-33.

Hicks, J. R. (1937). Mr. Keynes and the classics: a suggested interpretation. *Econometrica, 5*(2), 147-159.

Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). (s.f.). *Metodología de Cálculo del Producto Bruto Interno Anual*. Recuperado el 15 de Mayo de 2020, de https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/metodologias/pbi02.pdf

Jiménez, F. (2006). *Macroeconomía: Enfoques y modelos.* Lima: Fondo Editorial PUCP.

Jiménez, F. (2012). *Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta.* Lima: Fondo Editorial PUCP.

Keynes, J. M. (1943[1936]). *La Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Koopmans, T. (1963). On the concept of Optimal Economic Growth. *Cowles Foundation Discussion Papers, 163*.

Kydland, F. E., & Prescott, E. (1982). Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica, 5*(6), 1345-1370.

Marx, K. (1867). *El Capital: Volumen I.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica .

Marx, K. (1959[1894]). *El Capital: volumen III.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Marx, K. (2017[1885]). *El Capital: Volumen II.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Mill, J. S. (1848). *The Principles of Political Economy: with some of their applications to social philosophy.* Reino Unido : John William Parker .

Prescott, E. (1986). Theory ahead of business cycles measurement. *Carnegie-Hoschester Conference Series on Public Policy , 25*, 11-44.

Ramsey, F. P. (1928). A mathematical Theory of Saving. *The Economic Journal, 38*(152), 543-559.

Ricardo, D. (1817). *Principios de Economía Política y Tributación.* Londres : John Murray.

Samuelson, P. (1955). *Economics.* New York: McGraw-Hill Book Company.

Smith, A. (1958[1776]). *Investigación sobre la naturaleza y causa de la riqueza de las naciones.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Solow, R. (1956). A contribution to the Teory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics, 7*(1), 65-94.

Swan, T. W. (1956). Economic growth and capital accumulation. *Economic Record, 32*(2), 334-361.

Wicksell, K. (1971[1901]). Lectures on Political Economy.

Woodford, M. (2003). *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy.* Princeton University Press.