PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Escuela de Posgrado: Maestría en Matemáticas Aplicadas

Álgebra Lineal Numérica

Clave:	MAT-799	**Créditos:**	4
Tipo:	Obligatorio	**Semestre:**	2014-1
Horario:	Martes 18-20h, Miér. 20-22h	**Requisitos:**	—-
Profesor:	Dr. Rubén Agapito		

---

1 Sumilla

Espacios vectoriales. Transformaciones lineales y matrices. Determinantes. Cambio de base. Autovalores, autovectores y similaridad. Equivalencia unitaria y matrices normales. Teorema de triangularización unitaria de Schur. Formas canónicas. La forma canónica de Jordan. Matrices hermitianas y simétricas. Normas de vectores y matrices. Matrices positivo definidas. Descomposición en valores singulares. Algoritmos. Soluciones numéricas de sistemas lineales. Soluciones de mínimos-cuadrados para sistemas lineales. El problema numérico de autovalores matriciales.

2 Objetivos del Curso

Entender que algunas de las herramientas que se han aprendido en un curso de álgebra lineal teórica no son útiles en un contexto computacional. El estudiante entenderá, aparte de otros hechos básicos, que:

- Un algoritmo eficiente no necesariamente es un "buen algoritmo" (e.g., eliminación gaussiana sin pivoteo aplicado a resolver un sistema lineal es ineficiente si la matriz de coeficiente es *esparcida*, en este caso se prefiere un método iterativo).
- *Estabilidad* es una propiedad del algoritmo y *condicionamiento* es una propiedad del problema, pero ambos tienen efectos sobre la precisión de la solución.
- La estabilidad de un esquema numérico depende del problema que está siendo resuelto usando dicho esquema (e.g., el proceso de *Gram-Schmidt modificado* es estable para la solución de *mínimos cuadrados*, pero funciona pobremente cuando es aplicado para la *factorización* QR).

Al terminar el curso, el alumno habrá adquirido los fundamentos matemáticos necesarios para entender reportes de investigación (papers) en el área de álgebra lineal computacional y otras áreas que involucren análisis matricial, así como la capacidad de implementar en la computadora algoritmos sencillos usando el software Matlab.

3 Contenidos del Curso

3.1 Fundamentos

Multiplicaciones Matriz-Vector. Vectores Ortogonales. Normas de vectores y matrices. La Descomposición en Valores Singulares (SVD: singular value decomposition). Propiedades.

3.2 Factorización QR y Mínimos Cuadrados

Proyectores. Factorización QR reducida y completa. Ortogonalización de Gram-Schmidt. Triangularización de Householder. Problemas de Mínimos Cuadrados.

3.3 Condicionamiento y Estabilidad

Números de condicionamiento. Aritmética Punto Flotante. El épsilon de la máquina. Estabilidad de un algoritmo. Estabilidad de la Triangularización de Householder. Estabilidad de la sustitución hacia atrás. Condicionamiento de los problemas de mínimos cuadrados. Estabilidad de los algoritmos de mínimos cuadrados.

3.4 Sistemas de Ecuaciones Lineales

Eliminación gaussiana. Pivoteo. Factorización LU. Estabilidad de la eliminación gaussiana. Factorización de Cholesky.

3.5 Eigenvalores

Problema del Eigenvalor. Transformaciones de Similaridad. Diagonalización. Factorización de Schur. Algoritmos para encontrar eigenvalores. Reducción a la forma tridiagonal. Cociente de Rayleigh. Determinación de un eigenvector cuando el eigenvalor es conocido. Método de la Potencia y de la Potencia Inversa. El algoritmo QR con y sin traslaciones. Cálculo del SVD de una matriz vía bidiagonalización.

3.6 Métodos Iterativos

La iteración de Arnoldi. Proyección sobre subespacios de Krylov. Localización de eigenvalores vía la iteración de Arnoldi. El método de residuales mínimos generalizados (GMRES). La iteración de Lanczos. Construcción de polinomios ortogonales. Aplicación a la cuadratura gaussiana. La iteración del Gradiente Conjugado. El gradiente conjugado como un algoritmo de optimización. Métodos de Biortogonalización. Gradiente Biconjugado. Precondicionamiento.

4 Bibliografía

- Datta BN (2010) *Numerical Linear Algebra and Applications*, 2da Ed. SIAM.
- Demmel JW (1997) *Applied Numerical Linear Algebra*, 2da Ed. SIAM.
- Golub GH, Van Loan CF (2012) *Matrix Computations*, 4th Ed. Johns Hopkins University Press.
- Higham DJ, Higham NJ (2005) *Matlab Guide* 2da Ed. SIAM publications.
- Trefethen LN, Bau D (1997) *Numerical Linear Algebra*. SIAM.
- Quarteroni A, Sacco R, Saleri F (2007) *Numerical Mathematics*, 2nd Ed. Springer.

5 Sistema de Evaluación

El cálculo del promedio final será de la siguiente manera: Tareas (30 %), Examen Parcial (30 %) y Examen Final (40 %).